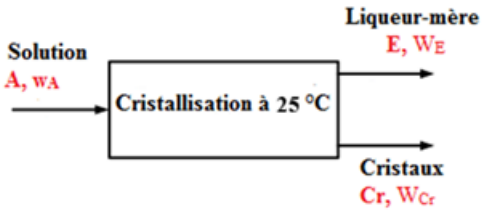
Université de Djilali Bounaama
Faculté des Sciences et de la Technologie
Département de génie des procédés
M1 GPH/M1 GA

Année universitaire: 2025- 2026
Opérations unitaires f-s
Durée : 1 : 30 h
09 Mai 2026

Corrigé de l'examen final de semestre

Exercice 01 : (06 pts)

Un cristalliseur est utilisé pour produire 1.2 tonne/h de cristaux de sulfate de cuivre pentahydraté ($CuSO_4 \cdot 5H_2O$) à partir d'une solution aqueuse saturée. La solution d'alimentation est saturée à 60 °C et entre dans le cristalliseur à cette température. Elle est refroidie jusqu'à 25 °C, température à laquelle les cristaux se forment. Le refroidissement est assuré par de l'eau circulant dans un serpentin, qui entre à 15 °C et en sort à 22 °C. Déterminer :



- Les titres massiques en $CuSO_4$ de l'alimentation, des eaux mères et des cristaux ?

L'alimentation est saturée à 60 °C, sont titre est $w_A = \frac{80}{80+100}$ => $w_A = 0.4444 = 44.44\%$

Les eaux mères obtenues sont saturées à 25 °C, d'où $w_E = \frac{32}{32+100}$ => $w_E = 0.2424 = 24.24\%$

Le sulfate de cuivre est pentahydraté, d'où $w_{Cr} = \frac{160}{250}$ => $w_{Cr} = 0.64 = 64\%$

- Les débits massiques de la solution sortante du cristalliseur et de la solution d'alimentation ?

$A = Cr + E$ ……. (1)

$A\ w_A = Cr\ w_{Cr} + E\ w_E$ ……. (2)

(1) dans (2) : $(Cr + E)\ w_A = Cr\ w_A + E\ w_A = Cr\ w_{Cr} + E\ w_E$

$Cr\ (w_A - w_{Cr}) = E\ (w_E - w_A)$

$E = Cr\ (w_A - w_{Cr}) / (w_E - w_A) = 1200\ (0.4444 - 0.64) / (0.2424 - 0.4444)$

$E = 1161.98$ kg/h

De (1): $A = Cr + E = 1200 + 1161.98 = 2361.98$ kg/h

- Le rendement de la cristallisation dans ces conditions ?

$$\eta = \frac{Cr\ w_{Cr}}{A\ w_A} = \frac{1200 \times 0.64}{2361.98 \times 0.4444} \Rightarrow \eta = 73.17\%$$

- La quantité de chaleur à éliminer pour réaliser la cristallisation ?

La chaleur à éliminer du cristalliseur correspond au refroidissement de la solution de 60 à 25 °C et à la chaleur dégagée par la cristallisation, qui est exothermique, soit :

Φ refroidissement $= A\ Cp_A\ (T_E - T_A)$ **:** désigne la chaleur massique à pression constante.

Φ refroidissement $= A\ Cp_A\ (25 - 60) = 2361.98 \times 3.1 \times (-35)$ => $\Phi refroidissement = -256274.83$ kJ/h

Φ cristallisation $= Cr\ w_{Cr}\ \Delta H_{Cr} / M\ Mg_{SO4} = 1200 \times 0.64 \times (-75) / 150.\ 10^{-3}$

=> $\Phi cristallisation = -360000$ kJ/h

Le flux à éliminer du cristalliseur est donc : Φ global = Φ refroidissement + Φ cristallisation

Φ global = – 616274.83 kJ/h

- Le débit massique de l'eau de refroidissement ainsi que la surface d'échange du serpentin du cristalliseur ?
- Le débit d'eau de refroidissement entrant à 15 °C et sortant à 22 °C :

$|\Phi global| = D_{H2O}\ Cp_{H2O}\ (22 - 15)$

D'où : $D_{H2O} = |\Phi \text{ global}| / (Cp_{H2O} \times 7) = 616274.83 / (4.18 \times 7) \Rightarrow D_{H2O} = 21062$ kg/h

- La surface d'échange de l'échangeur ?

En considérant un échange à contre courants, la moyenne logarithmique des écarts de température est donc : $\Delta T \text{ ml} = [(25 - 15) - (60 - 22)] / \ln [(25 - 15) / (60 - 22)]$

$\Delta T \text{ ml} = 20.9$ °C

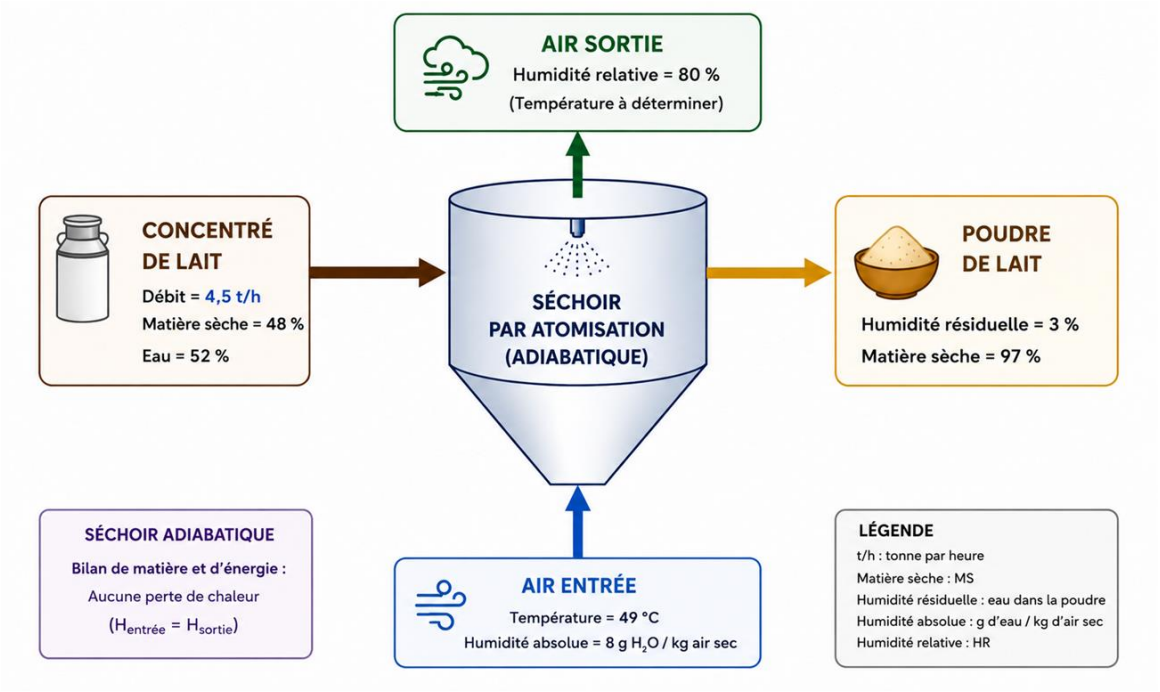
Le flux s'écrit :

$\Phi \text{ ech} = |\Phi \text{ global}| = K \times S \times \Delta T \text{ ml}$

D'où: $S = |\Phi \text{ global}| / (K \times \Delta T \text{ ml}) = 616274.83 / (680 \times 20.9) \Rightarrow S = 43.36 \text{ m}^2$

Exercice 02 : (06 pts)

Un concentré de lait est séché dans un sécheur par atomisation fonctionnant en régime adiabatique. Le concentré contient 48 % de matière sèche à l'entrée du sécheur. On souhaite obtenir une poudre de lait contenant 3 % d'humidité résiduelle. Le débit d'alimentation du concentré est de 4.5 tonnes/heure. L'air de séchage entre dans le séchoir à une température de 49 °C, avec une humidité absolue de 8 g d'eau/kg d'air sec. À la sortie du séchoir, l'air possède une humidité relative de 80 %. Déterminer :



- Le débit massique de la poudre sèche produite ?

Le taux de matière sèche (TMS) : c'est le titre massique en solide dans le produit à sécher.

$$TMS = \frac{\text{masse de matière sèche (solide sec)}}{\text{masse du produit à sécher}} = \frac{M_S}{Mp \text{ à sécher}}$$

Masse du solide sec à l'entrée = masse du solide sec à la sortie

$TMS_E \times Mp_E = TMS_S \times Mp_S$

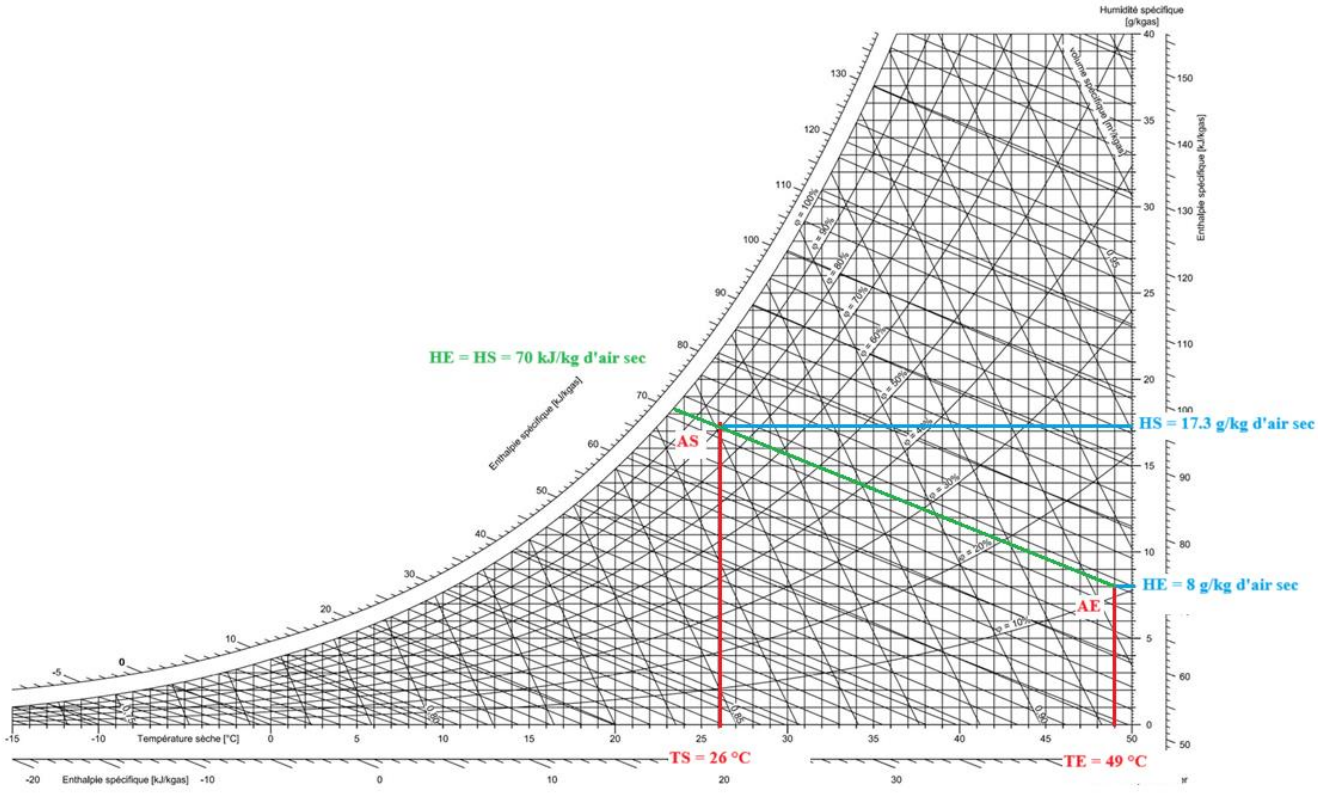
$0.48 \times 4500 = 0.97 \times Mp_S \Rightarrow Mp_S = \frac{0.48 \times 4500}{0.97} = 2226.8$ kg/h

- L'humidité absolue, la température et l'enthalpie de l'air en sortie ?

$T_E = 49$ °C et $Y_E = 8$ g d'eau/kg d'air sec, d'après le diagramme de l'air humide => L'enthalpie à l'entrée de la tour est $H_E = 70$ kJ/ kg d'air sec.

L'humidité relative à la sortie de la tour est $H_R = 80\%$ => La température de l'air à la sortie de la tour est Ts = 26 °C et l'humidité absolue de l'air à la sortie de la tour est $Y_S = 17.3$ g d'eau vapeur/ kg d'air sec.

Durant le séchage, il n'y a pas de perte de chaleur à travers les parois du sécheur => l'humidité absolue de l'air H est constante => $H_E = H_S = 70$ kJ/ kg d'air sec.



- La quantité d'eau évaporée dans le séchoir ?

V (débit d'eau éliminé par le sécheur) = Ma ($Y_S - Y_E$) = Ms ($TH_E - TH_S$)

Calcul de M_S : Ms = masse du produit sec = 0.48 x 4500 = 2160 kg/h

Calcul de TH_E et TH_S :

$$TH_E = \frac{\text{masse d'eau}}{\text{masse du solide sec}} = \frac{0.52}{0.48} = 1.083 \ \frac{\text{kg d'eau}}{\text{kg du solide sec}}$$

$$TH_S = \frac{\text{masse d'eau}}{\text{masse du solide sec}} = \frac{0.03}{0.97} = 0.031 \ \frac{\text{kg d'eau}}{\text{kg du solide sec}}$$

=> V = Ms ($TH_E - TH_S$) = 2160 (1.083 – 0.031) = 2272.32 kg/h

- Le débit massique d'air sec nécessaire ?

$$Ma = \frac{Ms\,(TH_E - TH_S)}{(Y_S - Y_E)} = \frac{2160\,(1.083-0.031)}{(0.0173-0.008)} = \frac{2272.32}{(0.0173-0.008)} = 244335.48 \text{ kg d'air sec/h}$$

Exercice 03 : (08 pts) *(Voir annexe)*

Sur un filtre de laboratoire de 0.1 m² de surface filtrante, alimenté sous une pression constante de 0.8 bar, on a filtré une suspension aqueuse à 20 °C, contenant 8 g de solide par kg de suspension (ρs = 1540 kg/m³) ; les résultats du tableau ci-dessous ont été obtenus :

Tableau expérimental de laboratoire :

V (L)	10	15	20	30	40	60	80
t (s)	11.5	20	31	60.5	100	206.5	349.5

Données de l'énoncé

Grandeur	Valeur
Surface du filtre de laboratoire A	0.1 m²
Pression de laboratoire ΔP	0.8 bar = 8.0 × 10⁴ Pa
Pression industrielle ΔP	0.7 bar = 7,0 × 10⁴ Pa
Pression de lavage ΔP	0.3 bar = 3.0 × 10⁴ Pa
Viscosité du liquide μ	1.0 × 10⁻³ Pa.s
Masse volumique du solide ρs	1540 kg/m³
Masse volumique du liquide ρL	1000 kg/m³
Porosité du gâteau ε	0.55
Concentration en solides	8 g/kg suspension = 0.008 kg/kg

1. Calculer le rapport d'humidité du gâteau et le rapport Masse/Volume de la filtration, sachant que la porosité du gâteau est évaluée à 0.55. Pourquoi la valeur du rapport C est-elle faible ?

Le rapport d'humidité du gâteau saturé est défini par :

$$m = 1 + \frac{\varepsilon\, \rho_L}{(1 - \varepsilon)\, \rho_S} = 1 + \frac{0.55 \text{ x } 1000}{(1 - 0.55) \text{ x } 1540} = 1.794$$

C, est la masse de solide sec déposée par volume de filtrat :

$$C = \frac{M}{V} = \frac{s}{\frac{(1 - ms)}{\rho_L}} = \frac{\rho_L\, s}{1 - ms} = \frac{10^3 \text{ x } 0.008}{1 - (1.794 \text{ x } 0.008)} = 8.051\ kg/m^3$$

La valeur de C est faible car la suspension est très diluée : elle ne contient que 8 g de solide par kg de suspension.

2. Utiliser les résultats expérimentaux pour calculer la résistance spécifique du gâteau ainsi que la résistance du support de filtration. La viscosité est prise égale à celle de l'eau ?

Pour une filtration à pression constante, on utilise la relation intégrée :

$$\frac{t}{V} = f(V) \Rightarrow \qquad \frac{t}{V} = \frac{\alpha\, C\, \mu}{S^2\, \Delta P}\, \frac{V}{2} + \frac{R_S\, \mu}{S\, \Delta P} = A\, V + B$$

$\frac{t}{V} = f(V)$ est une droite : pente A = $\frac{\alpha\, C\, \mu}{2\, S^2\, \Delta P}$

Ordonnée à l'origine B = $\frac{R_S\, \mu}{S\, \Delta P}$

Calcul de t/V :

V (L)	V (m³)	t (s)	t/V (s/m³)
10	0.010	11.5	1150
15	0.015	20	1333
20	0.020	31	1550
30	0.030	60.5	2017
40	0.040	100	2500
60	0.060	206.5	3442
80	0.080	349.5	4369

La régression linéaire de t/V en fonction de V donne :

A = 4.65×10^4 s/m⁶ et B = 643 s/m³

$t/V = 4.65 \times 10^4\, V + 643$

Résistance spécifique du gâteau α :

$$A = \frac{\alpha\, C\, \mu}{2\, S^2\, \Delta P} = 4.65 \times 10^4 \text{ s/m}^6 \Rightarrow \alpha = \frac{4.65 \times 10^4\, (2\, S^2\, \Delta P)}{C\, \mu} = \frac{4.65 \times 10^4\, (2\ (0.1)^2\ 8 \times 10^4)}{8.051 \times 0.001}$$

$\Rightarrow \alpha = 9.24 \times 10^9$ m/kg

Résistance du support filtrant R_S :

$$B = \frac{R_S\, \mu}{S\, \Delta P} = 643 \text{ s/m}^3 \Rightarrow R_S = \frac{643\, (S\, \Delta P)}{\mu} = \frac{643\, (0.1 \times 8 \times 10^4)}{0.001}$$

$\Rightarrow R_S = 5.14 \times 10^9\ m^{-1}$

3. On utilise un filtre industriel à 6 cadres rectangulaires, chaque cadre ayant deux surfaces filtrantes de 0.64 m². Les gâteaux se forment sur les faces internes des cadres. La filtration se fait sous une pression de 0.7 bar. L'espace entre deux cadres est de i = 5 cm, mais on arrête l'opération avant remplissage complet, en laissant y = 0.5 cm non rempli. On demande de calculer :

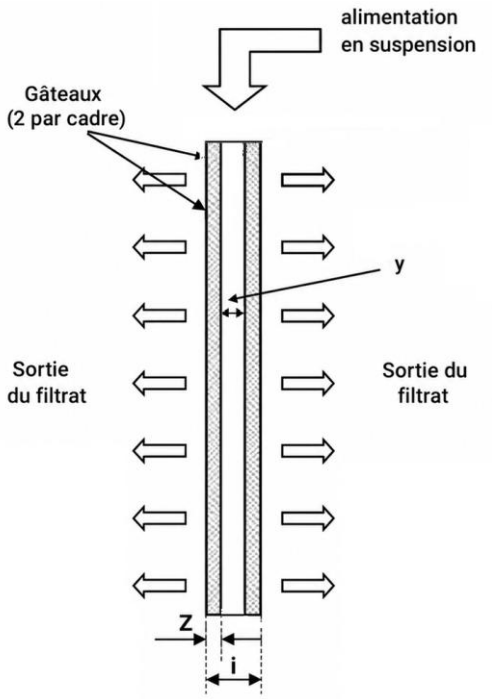
- Le volume total de gâteau formé dans les cadres avant séchage ?

L'appareil industriel contient 6 cadres. Chaque cadre offre deux surfaces filtrantes de 0.64 m² :

Surface totale des 6 cadres = 6 × 2 × 0.64 = 7.68 m²

L'espace entre deux cadres est : i = 5 cm = 0.05 m

On laisse une couche non remplie de y = 0.5 cm = 0.005 m
Donc l'épaisseur totale occupée par les deux gâteaux dans un cadre est : 0.05 – 0.005 = 0.045 m



Comme il y a deux gâteaux par cadre, chacun a une épaisseur :
Z = 0.045 / 2 = 0.0225 m

Le volume total des deux gâteaux d'un cadre est donc :
Vgâteau par cadre = 2 × 0.64 × 0.0225 = 0.0288 m^3

Pour les 6 cadres, le Vgâteau total avant séchage = 6 × 0.0288
= 0.1728 m^3

- La quantité maximale de suspension que l'appareil peut traiter ?

Masse de solide sec retenue dans les cadres :

$M_S = (1 - \varepsilon)\, \rho_s\, V_{gâteau} = 0.45 \times 1540 \times 0.1728$

=> M_S = 119.75 kg de solide sec

La suspension contient 0.008 kg de solide par kg de suspension :

Masse de suspension = 119.75 / 0.008 = 14968.75 kg

Donc : quantité maximale de suspension traitée ≈ 1.50 × 10^4 kg, soit environ 15 tonnes.

4. Calculer le volume de filtrat obtenu en fin de filtration ? Calculer la durée d'une opération de filtration ?
   - Volume de filtrat obtenu

$$V_{filtrat} = m_{solide} / C = 119.75 / 8.051 = 14.87\ m^3$$

   - Durée d'une opération de filtration :

On applique la relation :

$$\frac{t}{V} = \frac{\alpha\, C\, \mu}{S^2\, \Delta P}\,\frac{V}{2} + \frac{R_S\, \mu}{S\, \Delta P}$$

Avec : S = 7.68 m^2, ΔP = 0.7 bar = 7.0×10^4 Pa, V = 14.87 m^3

$$t \approx 2103\ s = 35\ min$$

5. On lave le gâteau en alimentant l'appareil par un volume d'eau pure à 15 fois le volume de jus-mère retenu par le gâteau. Le lavage a lieu sous une différence de pression constante égale à 0.3 bar. Calculer la durée du lavage ?

Le lavage est réalisé avec un volume d'eau égal à 15 fois le volume de jus-mère retenu dans le gâteau.
Volume de jus-mère retenu :

Volume du liquide = ε Vgâteau = 0.55 × 0.1728 = 0.09504 m^3
Volume d'eau de lavage = 15 × 0.09504 = 1.4256 m^3

Pendant le lavage, le gâteau est déjà formé. Sa résistance est donc constante :
$R_{gâteau} = \alpha\, M_S / S = 9.17 \times 10^9 \times 119.75 / 7.68 = 1.43 \times 10^{11}\ m^{-1}$

$R_{Total} = R_{gâteau} + R_S = 1.43 \times 10^{11} + 5.14 \times 10^9 = 1.48 \times 10^{11}\ m^{-1}$

Le temps de lavage est :
Temps de lavage = Volume de lavage μ R_{Total} / (S ΔP) = [1.4256 × 10^{-3} × 1.48×10^{11}] / [7.68 × 3 ×10^4]
Temps de lavage ≈ 916 s = 15.3 min