Série d'exercice n°02

Cinématique relativiste

Exercice 01 :

Etudier les facteurs $\alpha = \sqrt{1 - {v^2}/{c^2}}$ et $\gamma = \frac{1}{\sqrt{1-{v^2}/{c^2}}}$, en complétant le tableau suivant et en traçant graphiquement la variation de ces facteurs en fonction de la vitesse réduite $\beta = v/c$.
On donne : $\boldsymbol{c = 299792458\ [m.s^{-1}]}$

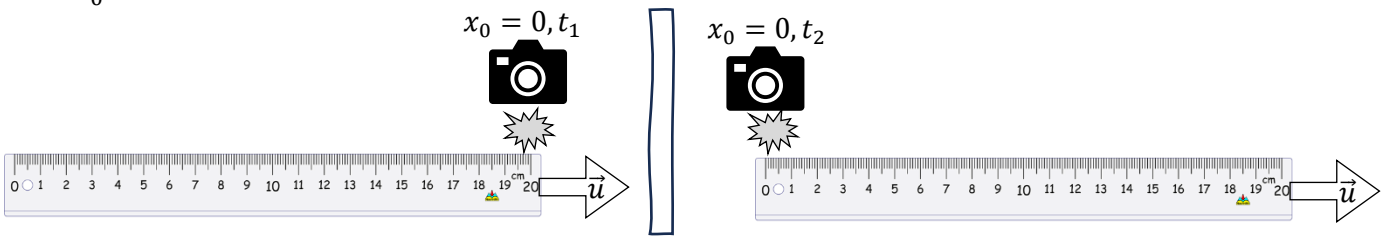
v	*0.05c*	*0.10c*	*0.30c*	*0.50c*	*0.75c*	*0.80c*	*0.85c*	*0.90c*	*0.95c*	*0.99c*	*0.999c*
α											
γ											

Exercice 02 :

1. Un passager O' assis dans un train qui se déplace à une vitesse constante $\boldsymbol{u = 20[m.s^{-1}]}$, allume une première cigarette à un instant donné $\boldsymbol{t'_1 = 0}$, après $\boldsymbol{10min}$; il en rallume une seconde cigarette. En utilisant les T.L, dites comment ces deux évènements seront observés par une personne O rattaché au sol ? comparer les résultats à un calcul fait avec les T.G.
2. Dans une seconde situation, le premier passager O' assis au centre du wagon, va remarquer deux personnes assises aux deux extrémités du wagon séparées d'une distance $\boldsymbol{d' = 25m}$, qui vont allumer chacune une cigarette simultanément ($\boldsymbol{t'_1 = t'_2}$). Calculer le décalage temporel que va observer la personne fixe O entre ces deux évènements. Commenter

Exercice 03 :

Dans le schéma ci-dessous, on procède à la mesure de la longueur d'une règle ($L_0 = 20cm$) qui se déplace avec une vitesse u parallèlement à l'axe OX, en flashant les deux bouts de la règle par une caméra placée dans $x_0 = 0$.



1. Montrer que la mesure donnée par la caméra, vérifie bien la relation de contraction des longueurs.
2. Quelle serait la longueur de cette règle pour l'observateur au repos, si la vitesse de la règle prenait les valeurs dans le tableau ci-dessous :

u	*0.05c*	*0.10c*	*0.30c*	*0.50c*	*0.75c*	*0.80c*	*0.85c*	*0.90c*	*0.95c*	*0.99c*	*0.999c*
α											
$L[cm]$											

Exercice 04 :

Dans un laboratoire de particules élémentaires, on utilise un accélérateur pour produire des pions chargés $\pi^{\pm}(q_\pi = \pm q_e, m_\pi = 139.57 MeV/c^2)$ en bombardant des cibles par des faisceaux de protons très énergétiques.

Le faisceau de pions qui quitte la cible, peut voyager à une vitesse très proche de la vitesse de la lumière $u = 0.99c$, cependant les pions sont radioactifs avec une période de demi-vie au repos $\tau_\pi = 2.6 \times 10^{-8} s$.

1. Quelle est la distance que traversera le faisceau avant de voir son intensité se réduire à la moitié ?
2. L'observation montre que l'intensité du faisceau est réduite de moitié au bout d'environ 54m, comment expliquez-vous la différence entre cette observation et le résultat calculé précédemment ?
3. Quelle est la durée de demi-vie de ces pions, mesurée au laboratoire T_π?
4. Reprendre la question (1) en prenant en considération la nouvelle demi-vie T_π. Conclure.

Exercice 05 :

Un train rapide qui mesure $800m$ de longueur, voyage à une vitesse $u = 200 km/h$. A un instant donné, deux éclairs frappent les deux extrémités du train simultanément tel que constaté par un observateur O rattaché au sol $(t_A = t_B)$. Comment un observateur O' présent au milieu du train, va-t-il observer ces deux évènements ?

Exercice 06 :

Les coordonnées de deux évènements dans l'espace-temps (S) sont données :

$A(x_1 = 6 \times 10^4 m, y_1 = z_1 = 0, t_1 = 2 \times 10^{-4} s)$; $B(x_2 = 12 \times 10^4 m, y_1 = z_1 = 0, t_2 = 10^{-4} s)$

1. Que doit-être la vitesse d'un observateur O' pour qu'il puisse observer les deux évènements simultanément ?
2. Quelle dans ce cas la distance séparant les deux évènements tel qu'observé par O' ?

Exercice 07 :

Un cube de volume $V = 1000 cm^3$, calculer le volume de ce même cube mesuré par un observateur O' se déplaçant avec une vitesse $u = 0.8c$ parallèlement à l'une des arêtes du cube supposée suivant l'axe OX ?

Exercice 08 :

Le muon (μ) est créé dans la couche supérieure de l'atmosphère terrestre à une altitude $h = 6000m$ avec une durée de vie propre moyenne $\tau_\mu = 2.2 \mu s$, à une vitesse $u = 0.998c$.

1. Les muons en direction de la Terre, pourront-ils être observés par un observateur terrestre ?
2. Pour observateur O' rattaché au muon, de quelle distance va-t-il se voir éloigné de la Terre au moment de sa création ?

Exercice 09 :

Supposant qu'un observateur au repos détermine que deux évènements A et B eut lieu séparément à une distance $x_B - x_A = 3.6 \times 10^8 m$ et à intervalle $\Delta t = t_B - t_A = 2s$.

1. Que doit-être la vitesse u d'un observateur O' pour qu'il observe que les deux évènements se sont produits au même endroit ?
2. Dans ce cas, quelle serait l'intervalle propre $\Delta\tau$ mesuré par l'observateur O', séparant les deux évènements ?

Exercice 10 :

Deux fusées A et B voyagent respectivement avec les vitesses $\vec{v}_A = 0.8c\vec{\imath}$ et $\vec{v}_B = -0.6c\vec{\imath}$ par rapport à la Terre.

1. Quelle est la vitesse de la fusée A mesurée par observateur rattaché à la fusée B ?
2. Si la fusée A se dirigeait selon l'axe Oy ($\vec{v}_A = 0.8c\vec{\jmath}$), quelle sera sa vitesse par rapport à B ?

Exercice 11 :

Un noyau radioactif se déplace avec une vitesse constante $u = 0.5c$ par rapport au référentiel du laboratoire. Le noyau se désintègre et émet un électron e^- avec une vitesse $v'_e = 0.9c$ par rapport au noyau et dans la même direction du mouvement.
Trouver la vitesse de cet électron émis par rapport au laboratoire.

Exercice 12 :

En partant de la relation de l'aberration relativiste ci-dessous, déduire le décalage entre les angles θ' et θ, et ce pour $\theta' = \frac{\pi}{2}$ et $u = 3 \times 10^4 [m/s]$

$$tan\,\theta = \frac{sin\,\theta'\sqrt{1-\beta^2}}{cos\,\theta' + \beta}$$

Exercice 13 :

Un photon est émis par un observateur O, sur une direction qui fait un angle $\theta = 60°$ avec l'axe OX. Pour un second observateur O' qui se déplace à une vitesse $u = 0.6c$ suivant OX, quel serait l'angle θ' pour ce même photon ?

$$tan\,\theta' = \frac{sin\,\theta\sqrt{1-\beta^2}}{cos\,\theta - \beta}$$

Exercice 14 :

Pour les deux cas limites $\theta = 0°$ et $\theta = 180°$, montrer que l'expression de l'effet Doppler relativiste se réduit aux expressions respectives :

$$\nu' = \nu\sqrt{\frac{c-u}{c+u}}; \nu' = \nu\sqrt{\frac{c+u}{c-u}}$$

Étudier également le cas $\theta = 90°$.

Exercice 15 :

1. Une étoile s'éloigne de la Terre à une vitesse $u = 5 \times 10^{-3}c$. Si l'observateur puisse détecter la raie rouge D2 du Sodium ($\lambda_{D2} = 5890Å$). Quel est le décalage fréquentiel qui sera détecté dans ce cas ?
2. Dans un autre cas, l'observateur détecte un décalage de longueur d'onde $\Delta\lambda$=100Å lorsqu'il observe une autre étoile s'éloignant de la Terre. Quelle est la vitesse de cette étoile par rapport à la Terre ?