وزارة التعليم العالي و البحث العلمي

جامعة محمد خيضر بسكرة

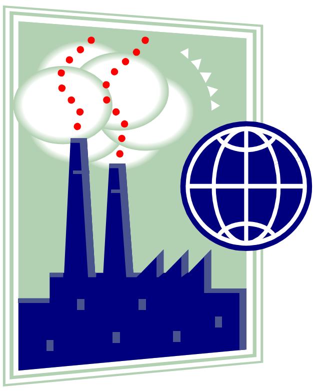
كلية العلوم الاقتصادية و التجارية و علوم التسيير

مجال جذع مشترك (ليسانس– ماستر– دكتوراه)

محاضرات في الاقتصاد الجزئي 1

لطلبة السنة اولى ل م د

الاستاذ الدكتور: خليفي عيسى



برنامــــج مقيـــاس الاقتصاد الجزئي 1

الرقم	العنوان
	المحاضرة الأولى: نظرية المنفعة القياسية.
1	المنفعة.
2	المنفعة القياسية.
3	تعريف المنفعة الكلية و دالتها.
4	المنفعة الحدية مفهومها و دالتها.
5	الدخل المخصص للإنفاق.
6	توازن المستهلك.
7	إيجاد دوال الطلب.
	المحاضرة الثانية: نظرية المنفعة الترتيبية
1	المنفعة الترتيبية.
2	منحنيات السواء.
3	المعدل الحدي للإحلال.
4	خط الميزانية.
5	توازن المستهلك.
6	منحنى استهلاك الدخل و اشتقاق منحنى انجل.
7	منحنى استهلاك السعر و اشتقاق منحنى الطلب.
	المحاضرة الثالثة: نظرية الطلب و العرض.
1	**الطلب.**
1-1-	تعريف الطلب و محدداته.
1-2-	دالة الطلب.
1-3-	قانون و منحنى الطلب.
1-4-	انتقالات منحنى الطلب.

2-1-	**تدخل الدولة بفرض ضريبة.**
2-2-	**تدخل الدولة بمنح اعانة.**
2-3-	**تدخل الدولة بفرض سعر اقصى.**
2-4-	**تدخل الدولة بفرض سعر ادنى.**
3	**فائض المستهلك و فائض المنتج**

نظـريـــة المنفعة القياسية(المنفعة الحدية).

- **تمهيد:**

تظهر المشكلة الاقتصادية في أي مجتمع من المجتمعات البشرية عند ممارسة العمليات الخاصة باستخدام الموارد المتاحة، بهدف إشباع الحاجات البشرية ، و هذا ما يعرف بالنشاط الاقتصادي ، و قد أدى تطور المجتمعات الإنسانية إلى تعدد و تنوع الحاجات و الرغبات و تطور طرق إشباعها.
إذن فمشكلة الإنسان تتمثل في التناقض الموجود بين الحاجات الكثيرة و ندرة وسائل إشباعها، و يتم حل هذه المشكلة بوضع سلم للأولويات سواء كان في إطار الدولة ككل أو في إطار الفرد،الذي يقوم بتوزيع دخله على المواد الاستهلاكية حسب الأولوية مع فرضية مسبقة تتمثل في أن الفرد يتميز بالرشادة و العقلانية في استعمال موارده، و ذلك بشكل امثل من اجل إشباع حاجاته، و التي تعبر عن شعور و إحساس داخلي غالبا ما يتميز بالذاتية لأن قياسها ذاتي شخصي، فهي قابلة للإشباع عن طريق الوسيلة ذاتها أو بدائلها.
تهتم نظرية سلوك المستهلك بتفسير و وضع معايير لسوك كل مستهلك عند إقدامه على توزيع الدخل الذي يخصصه للإنفاق على مجموعة من السلع و الخدمات التي يستهلكها خلال فترة زمنية معينة.
و هناك بعض النظريات التي تفسر هذا السلوك و هي:

- نظرية المنفعة القياسية أو نظرية المنفعة الحدية (القياس الكمي و العددي للمنافع المستقلة).
- نظرية المنفعة الترتيبية أو نظرية منحنيات السواء (القياس الترتيبي و التفضيلي للمنافع).

1. <u>المنفعة</u>:

يستهلك الفرد السلع، لكي يشبع حاجاته المختلفة كالحاجة للأكل وغيرها، ويعرف الفيلسوف الإنجليزي "جيرمي بنثام (Jeremy Bentham(1780" المنفعة على أنها ((عبارة عن قوة خفية في الأشياء تستطيع تحقيق الإشباع في زمن معين))، وعليه فالمنفعة هي: مقدار الاستماع والرضى أو الإشباع الذي يتحصل عليه الفرد عندما يستهلك سلعة معينة، أو مجموعة من السلع.
و يتأثر الإشباع بعاملين هما:

- تناسب المنفعة عكسيا مع عدد الوحدات الموجودة من السلعتين بحوزة المستهلك (المنفعة تتناسب طردا مع ندرتها).

- كلما زادت رغبة الفرد في الحصول على سلعة معينة، كلما زادت منفعتها (المنفعة ليست ثابتة وهي تختلف من شخص لآخر).

2.<u>المنفعة القياسية (المنفعة الحدية)</u> :

هي أسلوب تقليدي، يعتمد على فكرة قابلية المنفعة للقياس الكمي والعددي وتصبح في هاته الحالة المنفعة عبارة عن UT حيث (U = Utilité) و(T =Totale)، وتقاس بوحدات قياس تسمى وحدات المنفعة، و هو مصطلح استخدمه جيفونز Stauly Jevons في كتابه عن نظرية الاقتصاد السياسي 1871م.

لقد ظل تحليل المنفعة القياسية هو المرشد الأساسي لسلوك المستهلك وتحديد حجم الطلب لهذا المستهلك وذلك ابتداء من عام 1870م إلي أواخر الثلاثينات.

- **<u>فرضيات هذه النظرية</u>:**- المنفعة قابلة للقياس الكمي و العددي.
  - المنفعة مستقلة أي لا توجد علاقة للسلعة مع السلع الأخرى.
  - المنفعة الحدية للنقود ثابتة، بينما المنافع الحدية للسلع تتناقص بزيادة الكمية.
  - وحدات السلعة متماثلة تماما، كما لا يوجد فاصل زمني بين استهلاك السلع.

3. <u>تعريف و دالة المنفعة الكلية</u>:

3-1- <u>تعريف المنفعة الكلية</u>:

هي مجموع الإشباع الذي يحصل عليه الفرد عندما يستهلك سلعة معينة، أو مجموعة السلع في فترة زمنية معينة ومحددة.

3-2- <u>دالة المنفعة الكلية لسلعتين</u>:

هي عبارة عن العلاقة الرياضية التي تربط بين مستوي الإشباع المتحصل عليه، والكميات المستهلكة من مختلف السلع، فإذا كانت لدينا Y,X هي الكميات المستهلكة من السلعتين (Y,X) وكانت UT هي مقدار المنفعة المتحصل عليها، لاستهلاك السلعتين فلإن دالة المنفعة الكلية لهذا المستهلك هي:

$$\boxed{UT = f(x, y)}$$

<u>مثـــال</u> : $UT = 2X^2 + 3Y$ $\qquad$ $UT = 3X^2 + 3X.y + 2Y^2$

ودالة المنفعة تتميز بالخصائص التالية:

- دالة مستمرة وقابلة للاشتقاق في مجال تعريفها.
- هي دالة معرفة خلال فترة زمنية معينة، بحيث لا تكون المدة قصيرة، حيث لا تسمح بالإشباع الكامل في الزمن المحدد، كما لا ينبغي أن تكون طويلة بحيث تتغير الأذواق فتتغير بذلك المعطيات.

3-3- دالة المنفعة الكلية لسلعة واحدة :

هي تلك العلاقة بين الإشباع الكلي وكميات السلع للمستهلك، فإذا إفترضنا أن شخص يقوم بإستهلاك كمية معينة من السلعة " X" ، فإن دالة المنفعة الكلية هي : $\boxed{UT = f(x)}$

4. المنفعة الحدية تعريفها ودالتها :

4-1- تعريف المنفعة الحدية:

هي مقدار الزيادة في المنفعة الكلية عندما يزيد استهلاك السلعة بوحدة واحدة.

و يمكن تعريفها أيضا، بأنها مقدار ما يضيفه استهلاك الوحدة الأخيرة من السلعة من منفعة إلى المنفعة الكلية.

4-2- دالة المنفعة الحدية :

دالة المنفعة الحدية هي المشتقة الجزئية الأولى لدالة المنفعة الكلية، و تحسب بالشكل التالي:

$$\boxed{UM_X = f'(X)} \qquad \boxed{UM_X = \frac{\delta UT}{\delta X}}$$

$$\boxed{UM_X = \frac{\Delta UT}{\Delta X} = \frac{UT_{(n+1)} - UT_{(n)}}{X_{(n+1)} - X_{(n)}}}$$

مثـــال: لتكن لدينا $UT = 2X^{\frac{1}{3}}.Y^{\frac{2}{3}}$

المطلوب: إيجاد المنفعة الحدية UM_X.

لنا $$UM_X = \frac{\delta UT}{\delta X} = \frac{\delta(2X^{\frac{1}{3}}.Y^{\frac{2}{3}})}{\delta X}$$

$$donc \quad UM_X = \frac{2}{3} X^{\frac{-2}{3}} \times Y^{\frac{2}{3}}$$

4-3- قانون تناقص المنفعة الحدية:

مع تزايد استهلاك السلعة "X" ، تتزايد المنفعة الحدية إلى أن تصل نقطتها العظمى، وبعد هاته النقطة ، فأن الاستمرار في استهلاك السلعة " X " يؤدي إلي استمرار تناقص المنفعة الحدية في المجال الموجب إلى أن تصل إلى الصفر (0)، وأي زيادة في استهلاك السلعة X يؤدي إلي تناقص المنفعة الحدية في مجال السالب (−).و بالتالي فان قانون تناقص المنفعة الحدية يبدأ في العمل ابتداء من أعظم قيمة للمنفعة الحدية إلى أن تنعدم.

مثـــال:

* بناءا على الجدول التالي.أوجد المنفعة الحدية UM_X .

الكميات المستعملة X	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
المنفعة الكلية UT	0	4	14	20	24	26	26	24	21	17

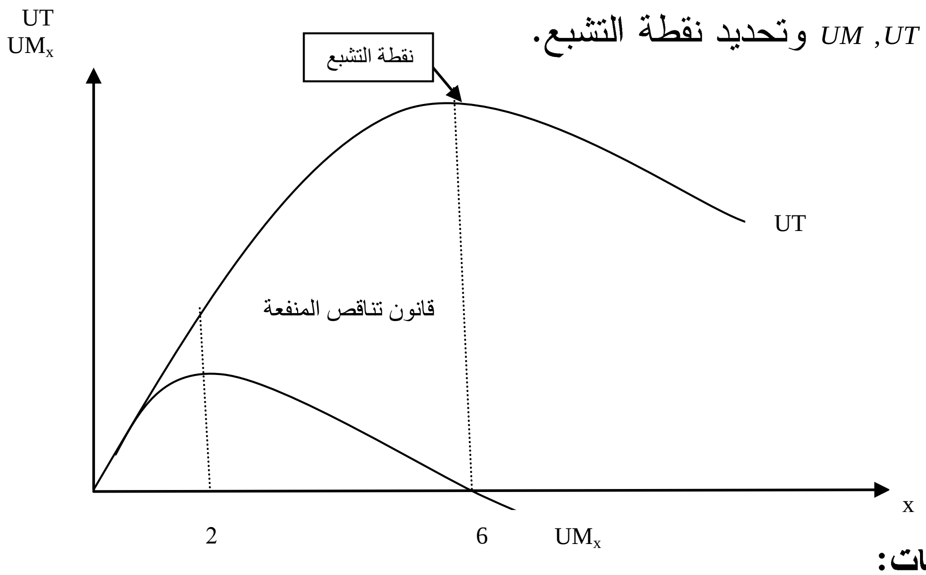
- أوجد المنفعة الحدية UM_X .
- أرسم بيانيا منحنى المنفعة الكلية (UT). ومنحنى المنفعة الحدية (UM_x) مع تحديد نقطة الإشباع العظمى (نقطة التشبع).

الحـــــل: إيجاد المنفعة الحدية UM_X :

$$UM_X = \frac{\Delta UT}{\Delta X} = \frac{UT_{(n+1)} - UT_{(x)}}{X_{(n+1)} - X_{(n)}}$$

الكميات المستعملة X	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
المنفعة الكلية UT	0	4	14	20	24	26	26	24	21	17
المنفعة الحدية UM	–	4	10	6	4	2	0	−2	−3	−4

– رسم منحنى UT, UM وتحديد نقطة التشبع.



▪ **<u>شرح المنحنيات:</u>**

1) **<u>منحنى المنفعة الكلية UT</u>:** – يتزايد في البداية بمعدل متزايد (من x=0 إلى x=2).

– يصل إلى نقطة انعطاف، و هي نقطة التحول من التزايد بمعدل متزايد إلى التزايد بمعدل متناقص (عند x=2).

– يبدأ بعدها بالتزايد بمعدل متناقص (من x=2 إلى x=6).

– ثم يصل الى أعظم قيمة له، أي نقطة التشبع (عند x=6).

– و بعدها يبدأ بالتناقص تماما (من x=6 و ما بعدها).

2) **<u>منحنى المنفعة الحدية</u>** UM_x :– يتزايد تماما إلى أن يصل إلى نقطته العظمى (عند x=2).

– ثم يبدأ بعدها في التناقص في المجال الموجب(من x=2 إلى x=6).

– ثم ينعدم (عند x=6).

– و بعدها يبدأ بالتناقص في المجال السالب (من x=6 و ما بعدها).

3) **<u>العلاقة بين المنفعة الكلية UM والمنفعة الحدية UT</u>:**

– عندما تتزايد المنفعة الحدية، تتزايد المنفعة الكلية بمعدل متزايد، بزيادة استهلاك السلعة X .

– عندما يصل منحنى المنفعة الحدية إلي <u>نهايته العظمى</u> يصل منحنى المنفعة الكلية إلى نقطة انعطاف (نقطة التحول من التزايد بمعدل متزايد إلي التزايد بمعدل متناقص).

– عندما يتناقص منحى المنفعة الحدية (في المجال الموجب)، فإن منحنى المنفعة الكلية يتزايد

بمعدل متناقص.

- عندما تكون المنفعة الحدية منعدمة ($UM_x = 0$)، تكون المنفعة الكلية UT في قيمتها العظمى(نقطة التشبع أو الإشباع).
- عندما تكون المنفعة الحدية UM_x متناقصة في المجال السالب (−) فإن المنفعة الكلية تتناقص تماما.

<u>مثـــال 1</u>: إذا كانت دالة المنفعة الكلية لأحد المستهلكين معطاة كالآتي:

$$UT = 2X^2 - X$$

<u>المطلــوب</u>:

أوجد المنفعة الحدية لهذه السلعة X .

أوجد المنفعة الحدية والكلية إذا كان : $(X = 5)$.

<u>الحــل</u>:

إيجاد دالة المنفعة الحدية UM_X

$$UM_X = \frac{\delta UT}{\delta X} = \frac{\delta(2X^2 - X)}{\delta X}$$

$$donc \qquad UM_X = 4X - 1$$

إيجاد قيمة المنفعة الحدية UM والكلية UT لما $X = 5$

لنا

$$UT = 2(5)^2 - 5 = 45$$

$$donc \quad UT = 45$$

$$UM_x = 4(5) - 1 = 19$$

$$donc \quad UM_x = 19$$

<u>مثـــال 2</u>: لدينا دالة المنفعة الكلية معطاة بالشكل التالي: $UT = 2X^2.Y$

نفس مطلوب المثال السابق (2) وفي حالة: $(Y = 3, X = 4)$

<u>الحـــل</u>:

دالة المنفعة الحدية:

$$UM_X = 4X \times Y$$

$$UM_Y = 2X^2$$

$$UM_x = 4(4) \times 3 = 48 \qquad donc \quad UM_X = 48$$

$$UM_y = 2(4)^2 = 32 \qquad donc \quad UM_y = 32$$

$$UT_{(X,Y)} = 2(4) \times (3) = 96 \qquad donc \quad UT_{(X,y)} = 96$$

5. <u>الدخل المخصص للإنفاق و معادلة الميزانية</u> :

الدخل المخصص للإنفاق هو حجم النقود، الذي يخصصه الفرد للحصول على سلع وخدمات، ويجب أن لا يتجاوز إنفاق هذا المستهلك الدخل النقدي المخصص لذلك، وبناء عليه يمكننا وضع صيغة عامة، يتساوى فيها الدخل النقدي مع مجموع الإنفاق، تسمى هذه الصيغة: معادلة ميزانية المستهلك، والتي يمكن كتابتها بالشكل التالي:

$$\boxed{R = P_X \times X + P_Y \times Y + P_Z \times Z + ...P_N + N}$$

$$R = P_X \times X + P_Y \times Y$$

حيث R يعبر عن الدخل النقدي المخصص للإنفاق.

X: الكمية المشتراة من السلعةX .

Y: الكمية المشتراة من السلعةY .

P_x : سعر السلعةX .

P_y : سعر السلعةY .

6. <u>توازن المستهلك</u> :

إن هدف المستهلك هو محاولة تعظيم منفعته في حدود الدخل المخصص لذلك (المستهلك العقلاني والرشيد)، وإذا حقق المستهلك هذا الهدف نقول أنه في حالة توازن.

6-1- إيجاد توازن المستهلك في حالة سلعة واحدة:

يتوازن المستهلك في حالة وجود سلعة واحدة عندما تتساوى المنفعة الحدية التي يكتسبها المستهلك من السلعة مع المنفعة الحدية المضحى بها في سبيل الحصول عليها.

و منه شرطا توازن المستهلك في حالة سلعة واحدة هما:

- **المنفعة الحدية المكتسبة= المنفعة الحدية المضحى بها.**
- **يحصل الفرد على أقصى فائض منفعة (و ليس على أقصى منفعة).**

أ- **المنفعة الحدية المكتسبة:** و هي المنفعة التي يكتسبها الفرد من استهلاك الوحدة الاخيرة من السلعة. و تحسب كما يلي:

$$UM_X = \frac{\Delta UT}{\Delta X} = \frac{UT_{(n+1)} - UT_{(x)}}{X_{(n+1)} - X_{(n)}}$$

ب- **المنفعة الحدية المضحى بها:** و هي عدد وحدات المنفعة التي يضحي بها المستهلك في سبيل حصوله على وحدة إضافية واحدة من السلعة.و تحسب بالشكل التالي:

المنفعة الحدية المضحى بها= سعر الوحدة من السلعة × المنفعة الحدية للنقود.

$$UM_{\text{المضحى بها}} = P_x.\lambda$$

ج- **المنفعة الحدية الصافية**= المنفعة الحدية المكتسبة- المنفعة الحدية المضحى بها.

د- **المنفعة الكلية الصافية(فائض المستهلك)**= المنفعة الكلية المكتسبة- المنفعة الكلية المضحى بها.

- **مثال:** بافتراض ان احد المستهلكين قدر منفعته الحدية المكتسبة من استهلاك 10 وحدات من سلعة X كما يلي:

X	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
UM_X	10	9	8	7	6	5	4	3	2	1

و أن سعر السلعة X ثابت مقداره 4 وحدات نقدية، اما المنفعة الحدية للنقود فتقدر بـــ2 وحدات.

المطلوب:1- تحديد وضع توازن المستهلك.

2- ما هو فائض المستهلك عند وضع التوازن.

الحل:- حساب المنفعة الحدية المضحى بها:

$$UM_{\text{المضحىبها}} = P_x.\lambda = 2\times4=8$$

$$UM_X = \frac{UT_{(n+1)} - UT_{(x)}}{X_{(n+1)} - X_{(n)}} \Leftrightarrow UT_{n+1} = UM_X + UT_n$$

المنفعة الكلية الصافية(فائض المستهلك)= المنفعة الكلية المكتسبة− المنفعة الكلية المضحى بها.

X	UM_x المكتسبة	UM_x المضحى بها	UT المكتسبة	UT المضحى بها	UT الصافية فائض المستهلك
1	10	08	10	08	02
2	09	08	19	16	03
3	08	08	27	24	03
4	07	08	34	32	02
5	06	08	40	40	00
6	05	08	45	48	3−
7	04	08	49	56	7−
8	03	08	52	64	12−
9	02	08	54	72	18−
10	01	08	55	80	25−

من خلال الجدول يتضح أن نقطة توازن المستهلك تكون عندما:

$$UM_{\text{المضحىبها}} = UM_{\text{المكتسبة}} = 8$$

وذلك عندما يستهلك 3 وحدات من السلعة X.

6−2 <u>إيجاد توازن المستهلك في حالة عدة سلع</u>:

أ− <u>إيجاد توازن المستهلك بطريقة شرط توازن المستهلك</u>:

يتحقق توازن المستهلك، عندما ينفق دخله بالطريقة التي يعطي له فيها إنفاق آخر دينار من هذا الدخل على السلع المختلفة نفس المنفعة. وبعبارة أخرى يكون هذا المستهلك في حالة توازن عندما تتساوى المنافع الحدية للسلع منسوبة إلى أسعارها.

و يمكن وضع الصيغة العامة للتوازن كما يلي:

$$\boxed{\frac{UM_X}{P_X} = \frac{UM_Y}{P_Y} = ... = \frac{UM_N}{P_N}.}$$

$$\frac{UM_X}{P_X} = \frac{UM_Y}{P_Y}$$

مثـــال1:

– ليكن لدينا الجدول التالي:

–فإذا كان: $P_x = 2DA$ ، $P_y = 1DA$ وكان دخل الفرد $R = 12\,DA$

المطلوب:

* ماهي الكميات التي يجب أن يشتريها هذا المستهلك من السلعتين y.x حتى يحقق اكبر منفعة ممكنة.

* ثم تحقق من ذلك باستعمال شرط التوازن.

الحــل : $R = P_x.x + Py.y.$

$$\Leftrightarrow R = 2x + y$$

Q_x	UM_x	UM_y	$\frac{UM_X}{Px}$	$\frac{UMy}{Py}$
1	16	11	8	11
2	14	10	7	10
3	$\boxed{12}$	09	$\boxed{6}$	9
4	10	08	5	8
5	08	07	4	7
6	06	$\boxed{6}$	3	$\boxed{6}$
7	04	05	2	5
8	02	04	1	4

$$\frac{UM_X}{Px} = \frac{UM_y}{P_y} \Leftrightarrow \frac{12}{2} = \frac{6}{1} = 6$$

$$donc \quad \frac{UM_X}{Px} = \frac{UM_y}{P_y} = 6$$

بالتعويض في معادلة الدخل نجد:

$\Leftrightarrow R = 2(3) + 6 = 12$ وهي محققة.

- و منه الكميات التي يجب أن يشتريها هذا المستهلك من السلعتين Y, X حتى يحقق اكبر منفعة ممكنة هي التوليفة السلعية:.(x, y)= (3, 6)

مثال2:

إذا كان لدينا دالة المنفعة: $UT = X \times Y$

و لنا: $* P_x = 4DA$ $* P_Y = 10\,DA.$

– إيجاد كمية كل من (Y, X) التي تحقق أقصى إشباع ممكن لهذا المستهلك مع العلم أن الدخل: $R = 400\ DA$

<u>الحـــل</u>:

لنا

$$UM = X \times Y$$

$$400 = 4X + 10Y \longrightarrow 2$$

لنا

$$\frac{UM_x}{P_X} = \frac{UM_X}{P_y} \Leftrightarrow \frac{Y}{4} = \frac{x}{10}$$

$$\Leftrightarrow 4X = 10Y \Leftrightarrow X = \frac{10}{4}Y \qquad \Leftrightarrow X = \frac{5}{2}Y \longrightarrow 3$$

لنعوض العلاقة 3 في العلاقة 2 نجد:

$$400 = 4(\frac{5}{2}y) + 10y$$

$$\Leftrightarrow 400 = 10Y + 10y \Leftrightarrow 400 = 20Y$$

$$\Leftrightarrow Y = \frac{400}{20} = 20 \qquad \boxed{\Leftrightarrow Y = 20}$$

لنعوض قيمة Y في العلاقة 3 لنجد:

$$X = \frac{5}{2}(20) = \frac{100}{2} = 50$$

$$donc \quad \boxed{X = 50}$$

- وعليه التوليفة التي تحقق توازن المستهلك هي: $(X, Y) = (50, 20)$

ب– <u>إيجاد توازن المستهلك بطريقة " مضاعف لاغرانج "</u> :

مضاعف لاغرانج و الذي نرمز له بالرمز λيمثل المنفعة الحدية للدخل أو للنقود، بمعنى هو مؤشر يقيس التغير في المنفعة الكلية الناجم عن التغير في الدخل.

و تستعمل طريقة " مضاعف لاغرانج " لحل مشكلة التعظيم بالنسبة للمستهلك ، إذا كان الأمر يتعلق بتعظيم المنفعة الكلية في حدود دخل معين، أو لحل مشكلة التقليل، إذا كان الأمر يتعلق باستعمال أقل دخل ممكن لتحقيق منفعة كلية معطاة، يفترض أنها هي المنفعة العظمى أو المنفعة التي تحقق التوازن وتتبع طريقة " مضاعف لاغرانج " لحل هاته المشكلة ثلاثة خطوات أساسية هي :

- وضع دالة الهدف للمستهلك.
- وضع نموذج الحل.
- حل النموذج.

1) <u>حالة تعظيم دالة المنفعة الكلية</u>:(Max UT)

➢ **<u>دالة الهدف</u>:** في حالة تعظيم المنفعة الكلية دالة الهدف للمستهلك هي:

$$L = \underbrace{Maxf\ (x, y)}_{\text{دالة المنفعة الكلية}} + \underbrace{\lambda(R - P_X \times X - P_Y \times Y)}_{\text{معادلة الميزانية (الدخل)}}$$

➢ **<u>نموذج الحل</u> (الشرط اللازم):**

المشتقات الجزئية الأولى لكل المتغيرات= 0

$$L'_X = \frac{\delta UT}{\delta X} - \lambda P_X = 0 \text{..........} \text{..........} \text{.....} \rightarrow 1 \Leftrightarrow \lambda = \frac{UM_x}{P_x}.$$

$$L'_Y = \frac{\delta UT}{\delta Y} - \lambda P_Y = 0 \text{..........} \text{..........} \text{....} \rightarrow 2 \Leftrightarrow \lambda = \frac{UMy}{Py}.$$

$$L'_\lambda = \frac{\delta UT}{\delta \lambda} = R - P_X \times X - P_Y \times Y \text{..........} \text{..........} \text{......} \rightarrow 3$$

- ومنه $\frac{UM_X}{P_X} = \frac{UM_Y}{P_Y}$

➢ **<u>حل النموذج</u> :**

بحل النموذج السابق نحصل على قيم كل من Y, X التي تعبر عن الكميات التي يجب شراؤها من السلعتين (Y, X) ، والتي تعظم المنفعة الكلية لهذا المستهلك في حدود دخله والأسعار السائدة في السوق.

➢ **<u>الشرط الكافي في حالة التعظيم</u> :** $\boxed{H > 0 \text{ (المصفوفة الهيسية)}}$

$$H = \begin{vmatrix} L''_{XX} & L''_{XY} & L''_{X\lambda} \\ L''_{YX} & L''_{YY} & L''_{Y\lambda} \\ L''_{\lambda X} & L''_{\lambda Y} & L''_{\lambda\lambda} \end{vmatrix} > 0$$

$$\boxed{H = L''_{XX} \begin{vmatrix} L''_{YY} & L''_{Y\lambda} \\ L''_{\lambda Y} & L''_{\lambda\lambda} \end{vmatrix} - L''_{XY} \begin{vmatrix} L''_{YX} & L''_{Y\lambda} \\ L''_{\lambda X} & L''_{\lambda\lambda} \end{vmatrix} + L''_{X\lambda} \begin{vmatrix} L''_{YX} & L''_{YY} \\ L''_{\lambda X} & L''_{\lambda Y} \end{vmatrix} > 0}$$

$$\Leftrightarrow H = 2(L''_{YX}) \times (L''_{X\lambda}) \times (L''_{Y\lambda}) - (L''_{Y\lambda})^2 \times (L''_{XX}) - (L''_{X\lambda})^2 \times (L''_{YY}) > 0$$

2) حالة تقليل الدخل:(MinR)

➢ **دالة الهدف:**

$$\boxed{V = MinR + \lambda(U_0 - UT)}$$

➢ **الشرط اللازم:**

المشتقات الجزئية الأولى لكل المتغيرات= 0

$$V''_X = P_X - \lambda \frac{\delta UT}{\delta X} = P_X - \lambda UM_X = 0 \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots . \rightarrow 1 \qquad \Leftrightarrow \lambda = \frac{P_X}{UM_X}.$$

$$V''_Y = P_Y - \lambda \frac{UM_Y}{\delta Y} = P_Y - \lambda UM_Y = 0 \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \rightarrow 2 \quad \Leftrightarrow \lambda = \frac{UMy}{Py}.$$

$$V''_\lambda = U_0 - UT = 0 \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \rightarrow 3$$

- ومنه :

$$\frac{P_X}{UM_X} = \frac{P_Y}{UM_Y}$$

➢ **الشرط الكافي في حالة التقليل :**

$\boxed{H \langle 0 \text{ (المصفوفة الهيسية)}}$

$$H = \begin{vmatrix} V''_{XX} & V''_{XY} & V''_{X\lambda} \\ V''_{YX} & V''_{YY} & V''_{Y\lambda} \\ V''_{\lambda X} & V''_{\lambda Y} & V''_{\lambda\lambda} \end{vmatrix} \langle 0$$

$$H = V''_{XX}\begin{vmatrix} V''_{YY} & V''_{Y\lambda} \\ V''_{\lambda Y} & V''_{\lambda\lambda} \end{vmatrix} - V''_{XY}\begin{vmatrix} V''_{YX} & V''_{Y\lambda} \\ V''_{\lambda X} & V''_{\lambda\lambda} \end{vmatrix} + V''_{X\lambda}\begin{vmatrix} V''_{YX} & V''_{YY} \\ V''_{\lambda X} & V''_{\lambda Y} \end{vmatrix} \rangle 0$$

$$\Leftrightarrow H = 2(V''_{YX}) \times (V''_{X\lambda}) \times (V''_{Y\lambda}) - (V''_{Y\lambda})^2 \times (V''_{XX}) - (V''_{X\lambda})^2 \times (V''_{YY}) \rangle 0$$

- **مثـــال1:** لتكن دالة المنفعة الكلية للمستهلك: $UT = 2X + 4Y + X \times Y + 8$

و $P_X = 5DA$ ، $P_Y = 10\,DA$ ، $R = 50\,DA$

المطلوب: أحسب الكميات التي يجب شراؤها من السلعتين (Y, X) لتعظيم منفعة هذا المستهلك.

الحــل:

لنا

$$UT = 2X + 4Y + XY + 8$$

$$50 = 5X + 10Y$$

➢ وضع دالة الهدف لهذا المستهلك :

$$L = 2X + 4Y + X \times Y + 8 + \lambda(50 - 5X - 10Y).$$

➢ وضع نموذج الحل :

$$L'_X = 2 + y - 5\lambda = 0 \Leftrightarrow \lambda = \frac{2+Y}{5} \ldots\ldots\ldots\ldots \rightarrow 1$$

$$L'_Y = 4 + X - 10\lambda = 0 \Leftrightarrow \lambda = \frac{4+X}{10} \ldots\ldots\ldots\ldots \rightarrow 2$$

$$L'_\lambda = 50 - 5X - 10Y = 0 \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \rightarrow 3$$

➢ حل النموذج :

من العلاقة 1 و 2 نجد : $\frac{2+Y}{5} = \frac{4+X}{10} \Leftrightarrow 5(4+X) = 10(2+Y)$

$$\Leftrightarrow 20 + 5X = 20 + 10Y$$

$$\Leftrightarrow 5X = 10Y \Leftrightarrow X = \frac{10}{5}Y$$

$$\Leftrightarrow X = 2Y \ldots\ldots\ldots\ldots \rightarrow *$$

- بتعويض العلاقة * في العلاقة 3 نجد : $50 - 5(2Y) - 10Y = 0$

$$\Leftrightarrow 50 - 10Y - 10Y = 0 \Leftrightarrow 50 - 20Y = 0$$

$$\Leftrightarrow 50 = 20Y \Leftrightarrow Y = \frac{50}{20} = \frac{5}{2}$$

$$\Leftrightarrow Y = \frac{5}{2}$$

- بتعويض قيمة Y في العلاقة * نجد:

$$X = 2\left(\frac{5}{2}\right) = \frac{10}{2} = 5$$

$$X = 5$$

$$\boxed{\begin{array}{l} donc\ :(X,Y) = (5,\frac{5}{2}) \\ donc\ :(X,Y) = (5,2.5) \end{array}}$$

➢ الشرط الكافي: $\boxed{H > 0 \text{ (المصفوفة الهيسية)}}$

$$H = \begin{vmatrix} L''_{XX} & L''_{XY} & L''_{X\lambda} \\ L''_{YX} & L''_{YY} & L''_{YX} \\ L''_{\lambda X} & L''_{\lambda Y} & L''_{\lambda\lambda} \end{vmatrix} > 0$$

$$\Leftrightarrow H = 2(L''_{YX}) \times (L''_{X\lambda}) \times (L''_{Y\lambda}) - (L''_{Y\lambda})^2 \times (L''_{XX}) - (L''_{X\lambda})^2 \times (L''_{YY}) > 0$$

- لنطبق الشرط الكافي في المثال السابق:

$$H = \begin{vmatrix} 0 & 1 & -5 \\ 1 & 0 & -10 \\ -5 & -10 & 0 \end{vmatrix} > 0$$

$$\Leftrightarrow H = 2(-10) \times (-5) \times (1) - (-10)^2 \times 0 - (-5)^2 (0) > 0$$

- إذن: الشرط الكافي محقق $\Leftrightarrow H = 100 > 0$
- طريقة ثانية لحل المصفوفة الهيسية:

$$\begin{array}{cccc} & + & - & + \\ H = & \begin{vmatrix} 0 & 1 & -5 \\ 1 & 0 & -10 \\ -5 & -10 & 0 \end{vmatrix} \end{array}$$

$$\Leftrightarrow H = (0) \times \begin{vmatrix} 0 & -10 \\ -10 & 0 \end{vmatrix} - (1) \begin{vmatrix} 1 & -10 \\ -5 & 0 \end{vmatrix} + (-5) \begin{vmatrix} 1 & 0 \\ -5 & -10 \end{vmatrix}$$

$$\Leftrightarrow H = 0\times(-1)\big(0-(5)(-10)\big)+(-5)\big((-10)-0\big)=50+50=100$$

إذن الشرط الكافي محقق: $\Leftrightarrow H = 100 > 0$

- طريقة أخرى لحل المصفوفة الهيسية:

$$H = \left|\begin{array}{ccc|cc} 0 & 1 & -5 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & -10 & 1 & 0 \\ -5 & -10 & 0 & -5 & -10 \end{array}\right.$$

- - -   + + +

$$\Leftrightarrow H = 0\times(0)\big(0)+(1)(-10)\big)(-5)+(-5)(1)(-10)-(1)(1)(0)-(0)(-10)(-10)-(-5)(0)(-5)$$

$$\Leftrightarrow H = 0+50+50-0-0-0=50+50=100$$

$$\Leftrightarrow H = 100 > 0$$

7. <u>إيجاد دوال الطلب على السلعتين</u> X و Y:

- <u>مثـــال</u>: إذا كان دالة المنفعة الكلية $UT = 2X.Y$

أوجد دوال الطلب على كل من X و Y .

- <u>الحـــل</u>:لدينا دالة المنفعة الكلية: $UT = 2XY$

معادلة الدخل من الشكل: $R = P_X \times X + P_Y \times Y$

➢ <u>وضع دالة الهدف للمستهلك</u> : $L = (2XY) + \lambda(R - P_X \times X - P_Y \times Y)$

➢ <u>وضع نموذج الحل</u> (الشرط اللازم):" المشتقات الجزئية الأولى= 0 "

$$L'_X = 2Y - P_X\lambda = 0 \Leftrightarrow \lambda = \frac{2Y}{P_X} \text{.......... .....} \to 1$$

$$L'_Y = 2X - P_Y\lambda = 0 \Leftrightarrow \lambda = \frac{2X}{P_Y} \text{.......... ..} \to 2$$

$$L'_\lambda = R - P_X \times X - P_Y \times Y = 0 \text{.......... ...} \to 3$$

➢ حل النموذج:

من 1 و 2 نجد: (دالة الطلب على السلعة Y) :

$$\frac{2Y}{P_X}=\frac{2X}{P_Y}\Leftrightarrow P_X(2X)=P_Y(2Y)\Leftrightarrow X=\frac{P_Y}{P_X}Y.........\,..\rightarrow *$$

– بتعويض العلاقة * في العلاقة 3 نجد:

$$R=P_X\times\left(\frac{P_Y}{P_X}\right)Y-P_Y\times Y=0\Leftrightarrow R=2P_Y\times Y\Leftrightarrow y=\frac{R}{2P_Y}$$

- دالة الطلب على السلعة Y

$$\boxed{y=\frac{R}{2P_Y}}$$

– بتعويض العلاقة * في العلاقة 3 نجد:

- دالة الطلب على السلعة X

$$X=\left(\frac{P_Y}{P_X}\right)\frac{R}{2P_Y}\Leftrightarrow X=\frac{R}{2P_X}$$

▪ **أهمية ايجاد دوال الطلب على السلعتين** X و Y:

تتمثل أهمية دراسة دوال الطلب فيما يلي:

– تحديد طبيعة العلاقة بين الكميات X **أو** Y و الأسعار P_X أو P_Y.(طردية أو عكسية).

– تحديد طبيعة العلاقة بين الكميات X **أو** Y و الدخل.(طردية أو عكسية).

– تحديد طبيعة العلاقة بين السلعتين X **و** Y .

– تحديد طبيعة السلعتين X **أو** Y (سلع عادية أو رديئة).

مثـــال2 :

لدينا دالة المنفعة الكلية لمستهلك ما: $UT=Y(X+1)$

إذا كانت السلع الإفرادية (أسعارها) $P_X=10\,DA$ ، $P_Y=40\,DA$

وكانت لدينا قيمة المنفعة $U = 64$

المطلوب : – حدد قيم X و Y التي يكون الدخل أقل ما يمكن (حدد قيمة R).

الحــل:

– تحديد قيم X و Y التي يكون فيها الدخل أقل ما يمكن (مع تحدد الدخل R).

لنا

$$R = P_X \times X + P_Y \times Y \quad \Leftrightarrow R = 10X + 40Y$$

➢ وضع دالة الهدف لهذا المستهلك:

$$V = MinR + \lambda(U_0 - UT)$$

$$\Leftrightarrow V = (10X + 40Y) + \lambda(64 - Y(X+1))$$

➢ وضع نموذج الحل: (الشرط اللازم):

$$V''_X = 10 - Y\lambda = 0 \Leftrightarrow \lambda = \frac{10}{Y} \text{.......... ....} \rightarrow 1$$

$$V''_Y = 40 - (X+1)\lambda = 0 \Leftrightarrow \lambda = \frac{40}{(X+1)} \text{.........} \rightarrow 2$$

$$V''_\lambda = 64 - Y(X+1) = 0 \text{.......... ....} \rightarrow 3$$

➢ حل النموذج: من 1 و2 نجد:

$$\frac{10}{Y} = \frac{40}{(X+1)} \Leftrightarrow 40Y = 10(X+1) \Leftrightarrow Y = \frac{10(X+1)}{40}$$

$$\Leftrightarrow Y = \frac{(X+1)}{4} \text{.......... ...} \rightarrow *$$

– لنعوض العلاقة * في العلاقة 3 نجد:

$$64 - \left(\frac{(X+1)}{4}\right)(X+1) = 0$$

$$\Leftrightarrow 64 = \frac{(X+1)^2}{4} \Leftrightarrow 256 = (X+1)^2$$

$$donc \quad X = 15$$

– وبتعويض قيمة (X) في العلاقة * نجد:

$$Y = \frac{(15+1)}{4} = \frac{16}{4} = 4$$

التوليفة المثلى للمستهلك هي:

$$donc : (X, Y) = (15, 4)$$

قيمة مضاعف لاغرانج هي: $\lambda = \frac{40}{16} = \frac{10}{4} = 2.5$

وعليه :

$$R = 10(15) + 40(4) = 150 + 160 = 310$$

$$donc \quad R = 310$$

➢ الشرط الكافي:

$$H = \begin{vmatrix} \overset{+}{0} & \overset{-}{-\lambda} & \overset{+}{-Y} \\ -\lambda & 0 & -X-1 \\ -Y & -X-1 & 0 \end{vmatrix} < 0$$

$$\Leftrightarrow H = (0)\begin{vmatrix} 0 & -X-1 \\ -X-1 & 0 \end{vmatrix} - \lambda \begin{vmatrix} -\lambda & -X-1 \\ -Y & 0 \end{vmatrix} + (-Y)\begin{vmatrix} -\lambda & -0 \\ -Y & -X-1 \end{vmatrix} < 0$$

$$\Leftrightarrow H = 0 - \lambda(-(-Y)(-X-1)) + (-Y)(-(-\lambda)(-X-1)) < 0$$

$$\Leftrightarrow H = -\lambda Y(X+1) - Y\lambda(X+1)$$

$$donc \quad H = -2\lambda Y(X+1) = -2(2.5)(4)(16) = -320 < 0$$

إذن الشرط الكافي محقق.

مثال2: لتكن لدينا دالة المنفعة الكلية من الشكل التالي: $UT = X^2 \cdot Y \cdot Z$

و معادلة الدخل معطاة كما يلي: $64 = 2X + 4Y + Z$

المطلوب:- أحسب الكميات التي يجب شراؤها من السلع (Z, Y, X) لتعظيم منفعة هذا المستهلك.

- تأكد من ذلك باستعمال الشرط الكافي.

الحـــل

➢ وضع دالة الهدف للمستهلك: $L = (X^2 \cdot Y \cdot Z) + \lambda(64 - 2X - 4Y - Z)$

➢ الشرط اللازم:

$$L'_X = 2Y \cdot Z \cdot X - 2\lambda = 0 \Leftrightarrow \lambda \frac{2YZX}{2} = YZX \Leftrightarrow \lambda = YZX \;......... \rightarrow 1$$

$$L'_Y = X^2 \cdot Z - 4\lambda = 0 \Leftrightarrow \lambda = \frac{X^2 \cdot Z}{4} .... \;.......... \;.......... \;.......... \rightarrow 2$$

$$L'_Z = X^2 \cdot Y - \lambda = 0 \Leftrightarrow \lambda = X^2 \cdot Y .... \;.......... \;.......... \;.......... \;.... \rightarrow 3$$

$$L'_\lambda = 64 - 2X - 4Y - Z = 0 .... \;.......... \;.......... \;.......... \;.......... \;.... \rightarrow 4$$

➢ حل النموذج:

–من 2 و 3 نجد:

$$\frac{X^2 \cdot Z}{4} = X^2 \cdot Y \Leftrightarrow 4X^2 \cdot Y = X^2 \cdot Z$$

$$\Leftrightarrow Z = 4Y \Leftrightarrow Y = \frac{Z}{4} \text{.......... ....} \rightarrow *$$

– من 1 و 3 نجد:

$$YZX = X^2 \cdot Y \Leftrightarrow Z = X \text{.......... ....} \rightarrow **$$

بتعويض * و** في 4 نجد:

$$64 = 2(Z) - \cancel{4}(\frac{Z}{\cancel{4}}) - Z = 0$$

$$\Leftrightarrow 64 - 2Z - Z - Z = 0$$

$$\Leftrightarrow 64 - 2Z - Z - Z = 0$$

$$\Leftrightarrow 64 - 4Z = 0$$

$$\Leftrightarrow 64 = 4Z$$

$$\Leftrightarrow Z = \frac{64}{4} = 16 \qquad donc \qquad Z = 16$$

– نعوض قيمة (Z) في $*'$ نجد: $donc \quad X = 16$

– نعوض قيمة (Z) في $*$ نجد: $Y = \frac{16}{4} = 4 \qquad donc \qquad y = 4$

و التوليفة التي تعظم منفعة هذا المستهلك هي: $donc\ : (X, Y, Z) = (16, 4, 16)$

➢ <u>الشرط الكافي</u>:

H_1 H_2

$$H = \left| \begin{array}{ccc|c} 2YX & 2XZ & 2XY & -2 \\ 2XZ & 0 & X^2 & -4 \\ 2XY & X^2 & 0 & -1 \\ \hline -2 & -4 & -1 & 0 \end{array} \right|$$

$H_1 < 0$ (سالب)

$H_2 > 0$ (موجب)

لنا $$H_1 = \begin{vmatrix} 2YZ & 2XZ \\ 2XZ & 0 \end{vmatrix} \Leftrightarrow H_1 = 0(2YZ) - (2XZ)\cdot(2XZ)$$

$$\Leftrightarrow H_1 = 0 - 4X^2Z^2$$

إذن: الشرط الأول محقق $donc \quad H_1 = -4X^2Z^2 = -4(16)^2(16)^2 = -262144 < 0$

$$H_2 = 2ZY\begin{vmatrix} 0 & X^2 \\ X^2 & 0 \end{vmatrix} - 2XZ\begin{vmatrix} 2XZ & X^2 \\ 2XY & 0 \end{vmatrix} + 2Xy\begin{vmatrix} 2XZ & 0 \\ 2XY & X^2 \end{vmatrix}$$

$$\Leftrightarrow H_2 = (0 - X)^2 2ZY - 2XZ(0 - (2XY)(X^2) + 2XY\left((X^2)(2XZ) - (2XY)0\right)$$

$$\Leftrightarrow H_2 = -2X^4YZ + 4YZX^4 2XY(2X^3Z)$$

$$\Leftrightarrow H_2 = -2X^4YZ + 4YZX^4 + 4YZX^4$$

$$\Leftrightarrow H_2 = 8YZX^4 - 2YZX^4$$

$$\Leftrightarrow H_2 = 6YZX^4 > 0$$

- إذن الشرط الثاني محقق: $donc \quad H_2 = 6YZX^4 = 6(4)(16)(16)^4 = 25165824 \quad > 0$

و منه الشرط الكافي محقق إذن الحل أمثل.

نظـريـة المنفعة الترتيبية(منحنيات السواء).

▪ **تمهيد:**

عرفنا من خلال النظرية السابقة في المنفعة و من خلال تحليلها الكلاسيكي أن المنفعة قابلة للقياس الكمي و العددي، و مع هذا فان النظرية وجهت لها عدة انتقادات نذكر منها:

- فكرة قابلية القياس الكمي للمنفعة ليس له أي أساس من الصحة حتى الآن.
- هذه النظرية اهتمت بجانب الطلب و أهملت جانب العرض.

و لقد وصل الاقتصاديون المعاصرون إلى نتيجة منطقية مفادها استحالة قياس المنفعة عمليا.

و قالوا بان المستهلك لا يقوم عادة بقياس المنفعة التي يمكن أن تعود عليه من استهلاك السلع و الخدمات، و إنما يقوم بالتفضيل بين مجموعات السلع و الخدمات.

فالمجموعات التي لها نفس مستوى الإشباع تقع على نفس منحنى السواء، أما إذا اختلف مستوى إشباعها فكل تقع على منحنى سواء مختلف، وهذا ما يعرف بالمدخل الترتيبي للمنفعة.

1.<u>المنفعة الترتيبية (منحنيات السواء)</u> :

جاءت هذه النظرية على أساس الصعوبة العملية في إيجاد مقياس كمي للمنفعة الشخصية، و الاكتفاء بترتيب مستويات المنفعة فيما بينها ترتيبا تصاعديا أو تنازليا دون تحديد كمي لأي مستوى، مستخدمة أسلوب منحنيات السواء.

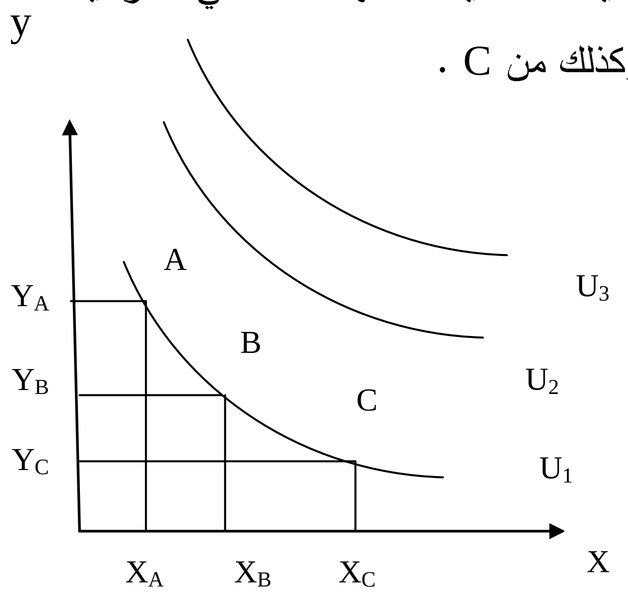
- **<u>فرضيات هذه النظرية</u>:- المستهلك رشيد و عقلاني:** حيث يختار دائما التوليفة السلعية التي تحقق له أقصى إشباع ممكن.
  - **المنفعة ترتيبية و تفضيلية:** فالمستهلك يستطيع تحديد المستويات المختلفة للإشباع ، و ترتيبها إما تصاعديا أو تنازليا.
  - تناقص المعدل الحدي للإحلال .
  - المنفعة الكلية مرتبطة بكميات السلع المستهلكة.

2. منحنيات السواء:

2-1- تعريف منحنى السواء:

قد يجد المستهلك نفسه في مواجهة ثنائيات عديدة من السلع، تعطي له نفس المنفعة (نفس درجة الإشباع)، فمنحنى السواء هو ذلك المحل الهندسي الذي يمر عبر النقاط، التي تشمل ثنائيات السلع (التي تعطي للمستهلك نفس درجة الإشباع) وعليه توجد توليفات مختلفة من السلعتين X و Y تعطي المستهلك نفس الإشباع بالرغم من اختلاف كميات هذه السلع.

– لنفترض الآن أن الإشباع الذي يحصل عليه المستهلك العقلاني " الرشيد " التوفيقة A هو نفس الذي يتحصل عليه من B وكذلك من C .



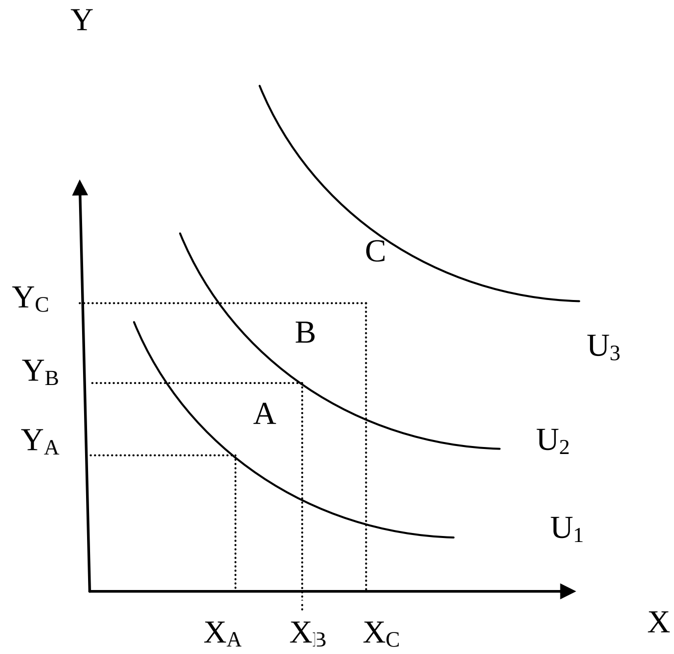
ومنحنى السواء هنا يعبر عن الأوضاع التفضيلية لمستهلك معين، بحيث أن كل نقطة على هذا المنحنى تعطي للمستهلك نفس درجة الإشباع التي تعطيها أية نقطة أخرى تقع على نفس المنحنى، لذلك نقول أن هذا الفرد سواء استهلك المجموعة السلعية: $A(X_A, Y_A)$ أو المجموعة السلعية: $B(X_B, Y_B)$ ، أو المجموعة السلعية: $C(X_C, Y_C)$.

فذلك بالنسبة إليه يمثل شيئا واحدا، أي لا فرق عنده أن يستهلك A أو B أو C لأن هذه المجموعات تعطي له نفس مستوى الإشباع.

و في الحقيقة ليس لكل مستهلك منحنى سواء واحد ، و لكن مجموعة من منحنيات السواء حيث تمثل هاته المنحنيات أوضاعا تفضيلية مختلفة بالنسبة لهذا المستهلك.

و كقاعدة عامة يفضل المستهلك الثنائيات السلعية التي تقع على منحنيات السواء الموجودة إلى أعلى مقارنة بالثنائيات التي تقع على منحنيات السواء التي توجد إلى الأسفل.

تسمى مجموعة منحنيات السواء الخاصة بهذا المستهلك شبكة منحنيات السواء أو خريطة منحنيات السواء.

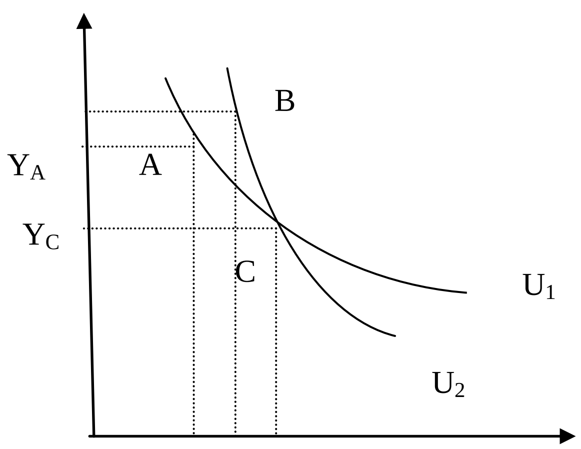


2-2- <u>خصائص منحنيات السواء</u>: تتميز منحنيات السواء بثلاث خصائص متمثلة في:

أ- **<u>ميلها سالب</u>:** تنحدر من أعلى اليسار إلى أسفل اليمين، وهي الحالة الوحيدة التي يكون فيها ميل المنحنى سالب (−)، حيث يعكس ظاهرة الإحلال، بين السلع.

ب- **<u>محدبة نحو نقطة الأصل</u>:**أن تكون هذه المنحنيات محدبة باتجاه نقطة الأصل (0,0)، و هي الحالة الوحيدة التي يكون فيها المعدل الحي للإحلال بين نقطتين متناقصا.

ج- **<u>منحنيات السواء لا تتقاطع أبدا</u>:** حتى تكون أي نقطة تقع على منحنى سواء أعلى، أفضل من أي نقطة تقع على أي منحنى سواء أسفل، وهو ما لا يتحقق في حالة تقاطع هذه المنحنيات.



<u>البرهان</u>: بفرض أن التوليفتين A و C تقعان على منحنى السواء U_1 ، وأن التوليفتين B وC تقعان على منحنى السواء U_2 ، إذن من الشكل نجد : أن <u>منفعة النقطة B أكبر من منفعة النقطة A</u> ، وبما أن A و C تقعان على نفس منحنى السواء فإن منفعة النقطة A هي نفسها منفعة النقطةC أي $(U_A = U_C)$

وأيضا بالنسبة للنقطتين B وC اللذان يقعان على منحنى سواء واحد U_2 إذن $(U_B = U_C)$ وباستعمال علاقة التعدي نتحصل على $(U_A = U_B)$ وهذا مستحيل لأننا من البداية انطلقنا على أساس $(U_B > U_A)$، وعليه فإن منحنيات السواء لا يمكن أن تتقاطع أبدا.

3. **<u>المعدل الحدي للإحلال</u>:** $TMS_{x,y}$

على نفس منحنى السواء يمكن للمستهلك أن يزيد من استهلاك إحدى السلعتين، و لكن في مقابل يجب عليه أن يخفض من إستهلاكه للسلعة الأخرى. يقيس المعدل الحدي لإحلال السلعة X محل Y مقدار الكمية التي ينبغي أن يتخلى عليها المستهلك من Y لزيادة استهلاك السلعة X بوحدة واحدة، مع البقاء على نفس درجة الإشباع (نفس منحنى السواء).

و لحساب المعدل الحدي للإحلال نتبع الطريقة التالية:

$$U = f(x,y)$$

$$U' = 0 \Leftrightarrow \frac{\delta f}{\delta x}dx + \frac{\delta f}{\delta y}dy = 0$$

$$\Leftrightarrow \frac{\delta f}{\delta x}dx = -\frac{\delta f}{\delta y}dy$$

$$\Leftrightarrow \frac{dy}{dx} = -\frac{\delta f / \delta x}{\delta f / \delta y} = \frac{-UM_X}{UM_Y}$$

$$donc \quad TMS_{x,y} = \frac{dy}{dx} = \frac{-UM_X}{UM_Y}$$

ومنه: $TMS_{x,y} = \frac{\Delta Y}{\Delta X} = \frac{dy}{dx} = \frac{-UM_X}{UM_Y}$

- **مثـــال1:**

لنا : $UT = f(x,y) = X^{\frac{1}{2}} \cdot Y^{\frac{1}{2}}$

- أوجد المعدل الحدي للإحلال $TMS_{x,y}$.

<u>الحــل1:</u>

✓<u>طريقة أولى</u>: - إيجاد المعدل الحدي للإحلال:

لنا: $UT = f(x,y) = X^{\frac{1}{2}} \cdot Y^{\frac{1}{2}}$

$$TMS = -\frac{UM_X}{UM_Y} = -\frac{\frac{1}{2}X^{\frac{-1}{2}} \cdot Y^{\frac{1}{2}}}{\frac{1}{2}X^{\frac{1}{2}}Y^{\frac{1}{2}}}$$

$$donc \quad TMS = -\frac{Y}{X}$$

✓ طريقة ثانية:

$$U' = 0 \Leftrightarrow f'(x,y) = \frac{\delta f}{\delta X}\cdot dx + \frac{\delta f}{\delta Y}\cdot dy = 0$$

$$\Leftrightarrow \frac{\delta f}{\delta X}\cdot dx = -\frac{\delta f}{\delta Y}\cdot dy$$

$$\Leftrightarrow \frac{dy}{dx} = \frac{\frac{\delta f}{\delta X}}{\frac{\delta f}{\delta Y}}$$

$$= -\frac{\frac{1}{2}X^{\frac{-1}{2}}\cdot Y^{\frac{1}{2}}}{\frac{1}{2}X^{\frac{1}{2}}\cdot Y^{\frac{1}{2}}} = -\frac{Y}{X}$$

$$donc \quad TMS_{X,Y} = -\frac{Y}{X}$$

مثـــال2:

تأخذ دالة المنفعة لمستهلك ما الشكل التالي: $U = f(x,y) = X^{\frac{1}{2}}\cdot Y^{\frac{1}{2}}$

على منحنى السواء $(U = 2)$، توجد النقطة A إحداثياتها: $A(X_A, Y_A)$، إذا ازداد (X) بكمية ΔX (حيث $\Delta_X > 0$) وهذا انطلاقا من A (على منحنى السواء $U = 2$).

1- حدد المعدل الحدي الإحلال $(TMS_{X,Y})$ مابين A و B، والنقطة المحصل عليها بعد الزيادة في " X " .

2- بأي قيمة تقدر $(TMS_{X,Y})$.في النقطة A إذا كانت الكمية (ΔX) ضئيلة جدا.

3- ما هو المقابل الرياضي للجواب السابق (2).

الحـــل2 : 1- إيجاد المعدل الحدي للإحلال:

$$U = 2 \qquad U = f(x,y) = X^{\frac{1}{2}}\cdot Y^{\frac{1}{2}}$$

لنا:

$$A(X_A, Y_A)$$

$$B(X_A + \Delta X, Y_A)$$

- إيجاد إحداثيات Y بالنسبة للنقطة (B):

$$U=2 \Rightarrow 2=X^{\frac{1}{2}}\cdot Y^{\frac{1}{2}} \Leftrightarrow Y^{\frac{1}{2}}=\frac{2}{X^{\frac{1}{2}}} \Leftrightarrow Y_A=\frac{4}{X_A}$$

وعليه تصبح إحداثيات النقطتين A و B كالتالي: $A(X_A,\frac{4}{X_A})$

$$B(X_A+\Delta X,\frac{4}{X_A+\Delta X})$$

إذن:

$$TMS_{x,y}=\frac{dy}{dx}=-\frac{Y_B-Y_A}{X_B-X_A}=-\frac{\frac{4}{X_A+\Delta X}-\frac{4}{X_A}}{X_A+\Delta X-X_A}$$

$$=-\frac{\frac{\cancel{4X_A}-\cancel{4X_A}-4\Delta X}{X^2_A+X_A\cdot\Delta X}}{\Delta_X}=-\frac{\frac{-4\cancel{\Delta}_X}{X^2_A+X_A\cdot\Delta X}}{\cancel{\Delta}X}=-\frac{4}{X^2_A+X_A\cdot\Delta X}$$

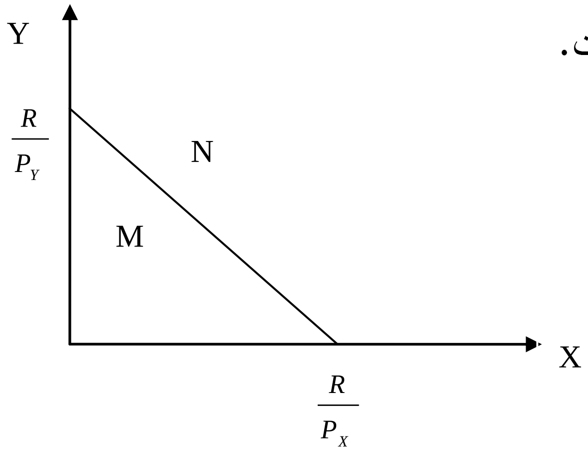
$$donc \quad TMS_{x,y}=-\frac{4}{X^2_A+X_A\cdot\Delta X}$$

2- إذا كانت (ΔX) ضئيلة جدا (معدومة) فإن: $TMS_{X,Y}=-\frac{4}{X_A^2}$.

3- المقابل الرياضي للجواب السابق 2 هو: $TMS_{x,y}=-\frac{4}{X^2}$.

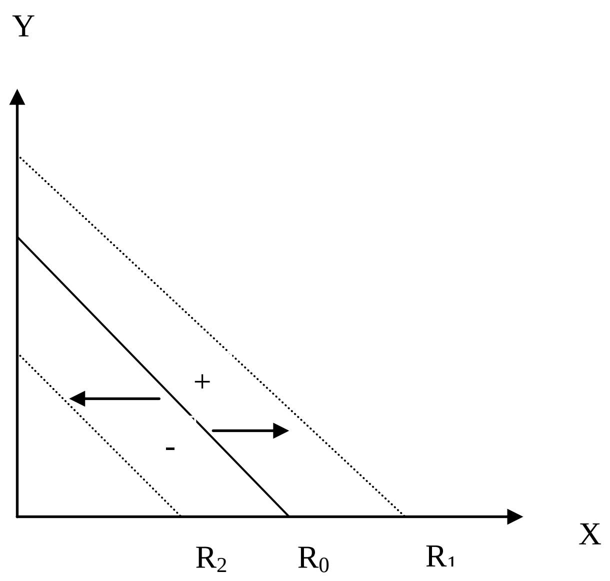
4. خط الميزانية(خط الدخل):

كما قلنا سابقا تصور معادلة الميزانية أو معادلة الدخل الكيفية أو الطريقة التي ينفق بها الدخل على شراء السلع المختلفة. و يصور خط الميزانية هذه المعادلة هندسيا، وعليه يمكن تعريف هذا الخط على أنه المحل الهندسي الذي يصور مختلف إمكانيات الإنفاق لدى مستهلك معين، وهو بصفة عامة عبارة عن خط مستقيم ميله سالب وثابت.



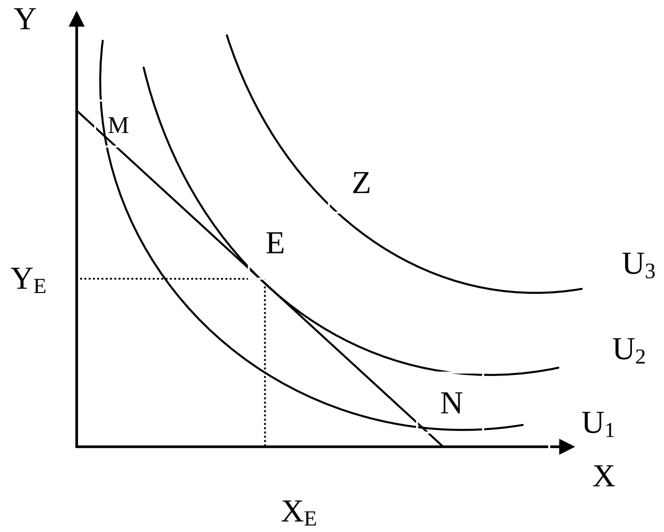
من الملاحظ أن كل نقطة على هذا الخط أو على يساره (المجالM) تحقق قيد الدخل، كما لا يمكن للمستهلك أن يختار أي نقطة تقع على يمين خط الميزانية (المجالN)، لأن ذلك يتطلب دخلا أكبر.

وبصفة عامة إذا زاد دخل الفرد مع بقاء الأشياء الأخرى على حالها (من أسعار و أذواق)، فإن خط الميزانية ينتقل إلى الأعلى و بشكل موازي للخط الأول(من R_0 إلى R_1)، أما إذا انخفض دخل الفرد مع بقاء الأشياء الأخرى على حالها فإن خط الميزانية ينتقل إلى الأسفل وبشكل موازي للخط الأول (من R_0 إلى R_2)، و يمكن تصوير ذلك بيانيا كما يلي:



5. توازن المستهلك :

قلنا سابقا أن كل النقاط الواقعة على نفس منحنى السواء تعطي للمستهلك نفس درجة الإشباع، كما أن كل نقطة على خط الميزانية تمثل إمكانية (قدرة) على الإنفاق بالنسبة للمستهلك، ولكن هناك نقطة واحدة من بين كل هاته النقاط هي التي تحقق توازن المستهلك، وعليه يمكن تحديد نقطة توازن المستهلك بأنها نقطة التماس بين خط الميزانية وأعلى منحنى سواء ممكن أن يصله هذا الخط.



كما هو ملاحظ على الشكل فإن E هي نقطة التوازن، حيث يستطيع المستهلك أن يحصل على التوليفة (Y_E , X_E) في حدود دخله، ولكن النقطتين N , M ليستا نقطتا توازن بالرغم أن قيد الدخل محقق، لأنه بإمكان هذا المستهلك أن يحصل على إشباع أكبر في النقطة E ولوحدها فقط، باستعمال نفس الدخل، كما أن النقطة Z لا تعتبر نقطة توازن بالنسبة لهذا المستهلك بالرغم من أنها تحقق أكبر إشباع من النقطة E، والسبب هو أن الدخل المتوفر لا يكفي لشراء هذه النقطة.

- **رياضيا:** يمكن إيجاد نقطة التوازن رياضيا عندما يتساوى ميل خط الميزانية مع ميل منحنى السواء.

$$-\frac{UM_X}{UM_Y} = -\frac{P_X}{P_Y} \Leftrightarrow \frac{UM_X}{UM_Y} = \frac{P_X}{P_Y}$$

▪ **مثـــال1:** لتكن لدينا دال المنفعة الكلية معطاة بالشكل التالي: $UT = 5XY$

حيث دخل المستهلك هو: $R = 20$ و وأسعار السلعتين X و Y هي على التوالي 1 و2.

المطلوب:- أوجد نقطة التوازن.

- احسب المعدل الحدي للإحلال $(TMS_{x,y})$ عند نقطة التوازن ثم فسر معناه.

الحـــل:

1- إيجاد نقطة التوازن.

لنا: $UT = 5XY$ • $20 = X + 2Y$ •

لدينا: $L = 5XY + \lambda(20 - X - 2Y)$

$$\left.\begin{aligned} \frac{\delta L}{\delta X} &= 5Y - \lambda \Leftrightarrow \lambda = 5Y \\ \frac{\delta L}{\delta Y} &= 5X - 2\lambda = 0 \Leftrightarrow \lambda = \frac{5X}{2} \end{aligned}\right\} \Rightarrow X = 2Y$$

$$\frac{\delta L}{\delta \lambda} = 20 - X - 2Y = 0$$

$$20 - 2Y - 2Y = 0 \Leftrightarrow Y = 5 \Rightarrow X = 10$$

وعليه نقطة التوازن هي: $(X, Y) = (10, 5)$

2- ايجاد $TMS_{x,y}$ عند نقطة التوازن:

$$TMS = \frac{UM_X}{UM_Y} = \frac{P_X}{P_Y} = \frac{5Y}{5X} = -\frac{Y}{X} = \frac{1}{2} = 0.5$$

▪ و هذا معناه أننا نتنازل على وحدة واحدة من Y مقابل وحدتين من X، أو نتنازل عن0.5 وحدة من Y مقابل وحدة واحدة من X.

مثـــال2: يعطي الجدول أدناه عدد من التوافيق للسلعتين X و Y كما يلي:

التوفيقات	X	Y	التوفيقات	X	Y	التوفيقات	X	Y
A	1	16	H	7	9	N	9	4
B	2	16	I	5	6	O	9	5
C	4	14	J	6	6	P	14	1
D	6	14	K	6	7	Q	13	2
E	2	11	L	9	6	R	12	4
F	3	10	M	9	3	S	14	4
G	5	10						

1- إذا كان الدخل المخصص للإنفاق هو: $R = 45$ $P_X = 4$, $P_Y = 3$ حدد قائمة التوافيق التي يمكن للمستهلك شراؤها.

2-إذا كانتا تفضيلات المستهلك كالتالي:

$D \sim H \sim S \;/\; C \sim K \sim O \;/\; P \sim M \sim I \;/\; L \sim S \;/\; G \sim Q \sim R \;/\; A \sim E \sim P \;/\; J \sim Q \sim N \sim B \;/\; B \sim F$.

وكان : $L > K \;/\; O > N \;/\; F > E$

ماهي التوليفة التي يختارها المستهلك من الكميات X و Y و التي تعظم منفعته.

الحـــل2 :

1- مجموعة التوليفات التي يمكن للمستهلك شراؤها هي التوليفات التي تكون أقل أو تساوي الدخل:

اي التوليفات: $K(6,7) \;/\; M(9,3) \;/\; I(5,6) \;/\; J(6,6) \;/\; E(2,11) \;/\; F(3,10) \;/$

التوليفة	X	Y	$R=4X+3Y$	الملاحظة	التوليفة	X	Y	$R=4X+3Y$	الملاحظة
A	1	16	52	مرفوضة	J	6	6	42	مقبـــولة
B	2	16	58	مرفوضة	K	6	7	45	مقبـــولة
C	4	14	58	مرفوضة	L	9	6	54	مرفوضة
D	6	14	58	مرفوضة	M	9	3	45	مقبـــولة
E	2	11	41	مقبـــولة	N	9	4	48	مرفوضة
F	3	10	42	مقبـــولة	O	9	9	51	مرفوضة
G	5	10	50	مرفوضة	P	14	14	59	مرفوضة
H	7	9	55	مرفوضة	Q	13	13	58	مرفوضة
I	5	6	38	مقبـــولة	R	12	12	60	مرفوضة
					S	14	11	68	مرفوضة

هناك توليفتين فقط تحقق قيد الدخل(R=45) الا و هي: M و K

2- نربط الأشكال التي لها علاقة مشتركة، مثل: $D \sim H \sim \$ \sim L \sim \$$

إن منحنيات السواء هي:

$-I \,/\, D \sim H \sim S \sim L$

$-\Pi \,/\, C \sim K \sim G \sim O \sim R$

$-III \,/\, A \sim E \sim P \sim M \sim I$

$-IV \,/\, J \sim Q \sim N \sim B \sim F$

$-I > II \,/\, II > IV \,/\, IV > III.$

- إذن التوليفة التي يختارها المستهلك هي: K لأنها تحقق شرط الدخل، إضافة إلى أنها تقع في منحنى السواء أعلى.

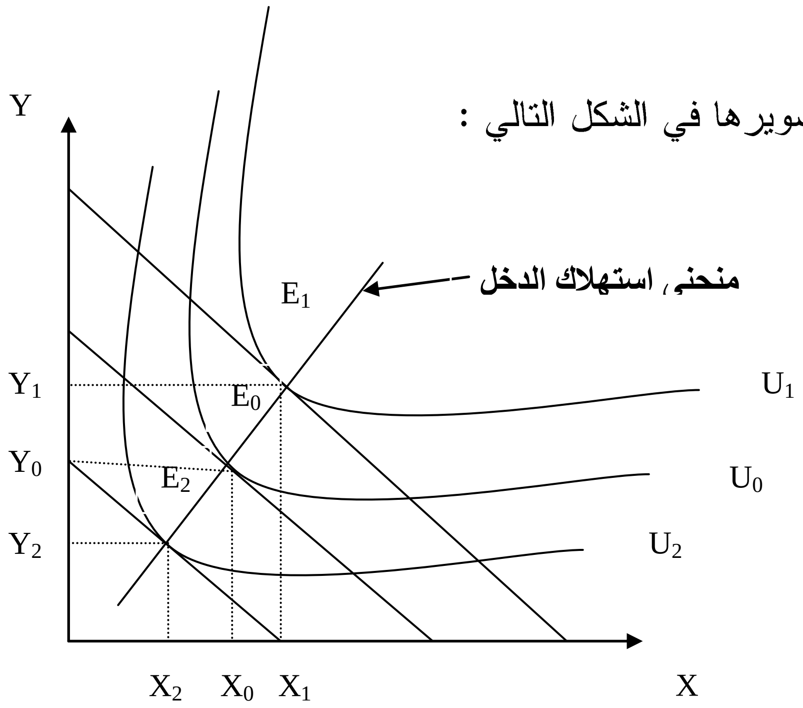
<u>ملاحظـــة:</u>

شرط توازن المستهلك= ميل خط الميزانية = ميل منحنى السواء

6.منحنى استهلاك الدخل و اشتقاق منحنى أنجل:

تحت فرضية ثبات الأسعار، و تفضيلات المستهلك، إذا زاد دخل الفرد، فان خط ميزانيته سوف ينتقل إلى الأعلى بشكل موازي لخط ميزانيته الأصلي، و يلمس منحنى السواء الأعلى من منحنى السواء الأصلي، ليحدث نقطة توازن جديدة هي بالضرورة أكبر من نقطة التوازن الأصلية ، و العكس صحيح.

هذه التغيرات يمكن تصويرها في الشكل التالي :



- في الشكل السابق: U_0 : هو منحنى السواء الأصلي .

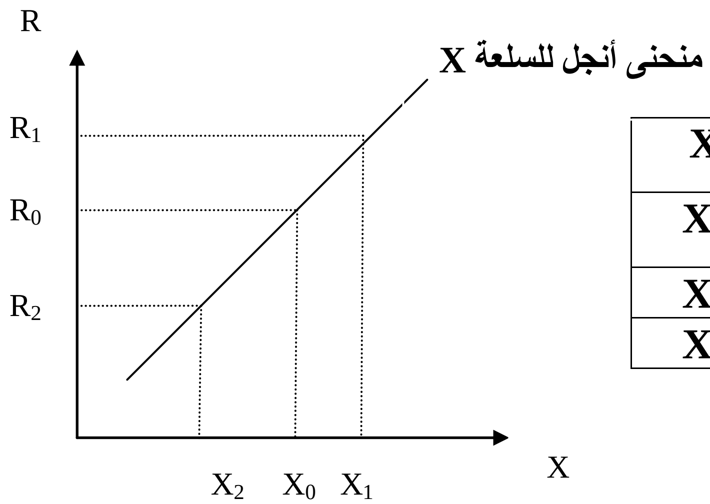
R_0 : هو خط الميزانية الأصلي.

حيث نقطة تماسهما E_0: هي نقطة التوازن الأصلية.

إذا بقيت الأسعار و تفضيلات (أذواق) المستهلك ثابتة، وزاد الدخل من R_0 إلى R_1 فان خط الميزانية(ميزانية المستهلك) ينتقل إلى R_1 ليمس منحنى سواء جديد وهو U_1 الذي يقع أعلى منه. و النقطة E_1 التي تعتبر نقطة توازنه الجديدة. و إذا انطلقنا من الوضع الأصلي U_0 و افترضنا انخفاض الدخل إلى R_2 فان خط ميزانية المستهلك الجديد سوف ينتقل إلى R_2 و يمس منحنى السواء الذي يقع أسفل منه وهو U_2 في النقطة E_2 التي تمثل نقطة توازنه الجديدة.

إن الوصل بين هذه النقاط التي جاءت بعد تغير الدخل تعطينا خطا جديدا يسمى: منحنى استهلاك الدخل. وعليه يمكن تعريف منحنى استهلاك الدخل:على أنه المحل الهندسي الذي يربط بين مختلف نقاط توازن المستهلك التي تحدث عندما يتغير الدخل R.

من خلال منحنى استهلاك الدخل في الشكل (1) يمكننا استنتاج منحنى انجل كما هو موضح في الشكل (2):



X	R
X_2	R_2
X_0	R_0
X_1	R_1

- يعرف **<u>منحنى انجل</u>:** انه ذلك المنحنى الذي يصور الكميات المشتراة من سلعة معينة(أي الطلب على تلك السلعة) عند مستويات مختلفة من دخل المستهلك.

وبنفس الطريقة يمكن إيجاد منحنى انجل للسلعة Y.

- و تجدر الإشارة انه من خلال ميل منحنى انجل و مرونة الطلب الداخلية E_R يمكن معرفة طبيعة السلعة من خلال ثلاث حالات هي:

مرونة الطلب الدخلية=

$$E_R = \frac{\frac{\Delta X}{X}}{\frac{\Delta R}{R}} = \frac{\Delta X}{\Delta R} \cdot \frac{R}{X}$$

$$E_R = \frac{\Delta Q_X}{\Delta R} \cdot \frac{R}{Q_X}$$

$$\Leftrightarrow E_R = \frac{\delta X}{\delta R} \cdot \frac{R}{X}$$

1- ميل منحنى انجل موجب و مرونة الطلب الداخلية اكبر من $E_R > 1$ السلعة عادية كمالية (الطبقة الغنية).

2- ميل منحنى أنجل موجب و $(0 < E_R < 1)$ السلعة عادية ضرورية (الطبقة المتوسطة).

3- ميل منحنى أنجل سالب $(E_R \langle 0)$ السلعة دنيا ورديئة (الطبقة الفقيرة).

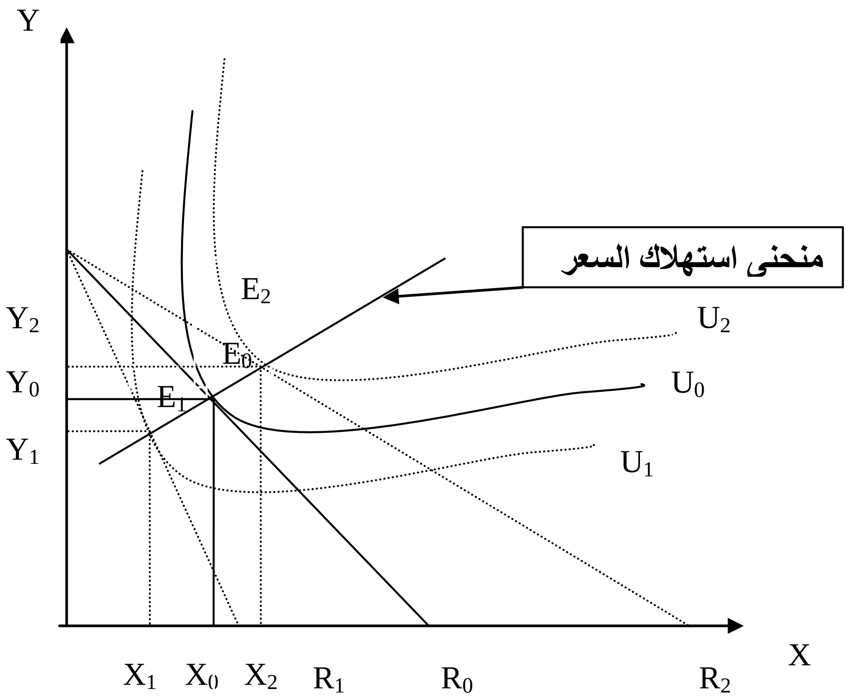
7. منحنى استهلاك السعر واشتقاق منحنى الطلب:

إذا افترضنا أن دخل المستهلك و أذواقه (تفضيلا ته) ثابتة، وأن الذي يتغير هو أسعار السلع (معا أو كل واحدة على حدى) .فإذا انخفض سعر سلعة معينة ، فان خط الميزانية ينتقل إلى أعلى على محور تلك السلعة، و يلمس منحنى السواء الأصلي ليحدث نقطة توازن جديدة هي بالضرورة اكبر من نقطة التوازن الأصلية و العكس صحيح .

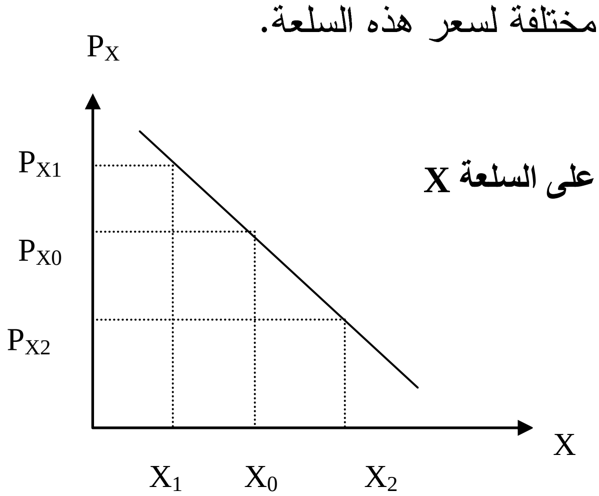
U_0 هو منحنى السواء الأصلي ، و R_0 يمثل خط الميزانية الأصلية، حيث نقطة تماسها هي: E_0 وهي نقطة التوازن الأصلية، إذا بقي الدخل الخاص بالمستهلك ثابتا و كذلك أذواقه، وافترضنا أن سعر السلعة Y لا يتغير، وانخفض سعر السلعة X إلى P_{X_2} بالشكل الذي ينقل خط الميزانية إلى R_2 ليمس منحنى السواء الجديد الذي يقع أعلى منحنى السواء U_0 وهو منحنى السواء U_2 ، في النقطة E_2 التي تمثل نقطة توازن جديدة و العكس صحيح.

أما إذا انطلقنا من الوضع الأصلي E_0 و افترضنا زيادة سعر السلعة X إلى P_{x_1} بالقدر الذي ينقل خط الميزانية إلى R_1 ليمس منحنى سواء جديد وهو U_1 الذي يقع أسفل منحنى السواء الأصلي في النقطة E_1 ، التي تمثل نقطة التوازن الجديدة .

إن الربط بين نقاط التوازن التي جاءت عندما تغير سعر السلعة X، يعطينا خطا جديدا يسمى **منحنى استهلاك السعر** الذي يمكن تعريفه: على أنه ذلك المحل الهندسي الذي يربط بين مختلف نقاط توازن المستهلك، و التي تحدث عندما تتغير أسعار السلع.



- و من خلال منحنى استهلاك السعر في الشكل السابق يمكننا اشتقاق منحنى الطلب على السلعة التي تغير سعرها فقط، و الذي يعرف على أنه ذلك المنحنى الذي يصور الكميات المشتراة من السلع (الطلب عليها) عند مستويات مختلفة لسعر هذه السلعة.



من الشكل السابق عندما يكون سعر السلعة X هو P_{x_0} فانه يسمح بشراء الكمية X_0 من السلع X ، فإذا انخفض السعر إلى P_{x_0} ، فانه يستطيع الحصول على كمية أكبر X_2 من السلعة X وعندما يزيد سعر السلعة X إلى P_{x_1} ، فان هذا المستهلك يحصل على الكمية X_1 من السلعة X .

والربط بين مختلف هذه النقاط يعطينا منحنى الطلب D_x على السلعة x أي الكميات التي يشتريها المستهلك من السلعة X بدلالة سعر هذه السلعة، وبنفس الطريقة تماما نجد منحنى الطلب D_y على السلعة Y عندما يتغير سعرها .

تمارين المنفعة القياسية

التمرين الأول:

1-ما الذي نقصده بمصطلح " المنفعة " ؟ وما الذي يظهره جدول المنفعة ؟

2-ما الذي يحدث للمنفعة الإجمالية التي يحصل عليها المستهلك من استهلاك كميات متزايدة من سلعة ما لكل وحدة زمنية ؟

3-ما هي " المنفعة الحدية " ؟ ما الذي يحدث للمنفعة الحدية مع استهلاك المزيد من وحدات السلعة لكل وحدة زمانية ؟

4-ما الذي تهتم به نظرية طلب المستهلك؟ ولماذا نقوم بدراستها ؟

التمرين الثاني:

1-من جدول UTx الموضح قم باشتقاق جدول UMx

Qx	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
UTx	0	14	26	37	47	56	64	70	74	77	78

2-أعرض الجدولين بيانيا.

التمرين الثالث:

1-ما المقصود بتوازن المستهلك ؟

2-أذكر شرط توازن المستهلك

3-إذا كان $\frac{U}{Px}$ لآخر دينار يتم إنفاقه على السلعة x أكبر من $\frac{UMy}{Py}$ لآخر دينار يتم إنفاقه على السلعة y . كيف يمكن للمستهلك الوصول إلى حالة التوازن ؟

التمرين الرابع:

لدينا الدخل Py= 1D, Px = 2 D, R= 10 D

يتحقق توازن المستهلك عند شراء 2 وحدات من x و6 وحدات من y .

1-أوجد نقطة التوازن عند حيث Px = 1 D حيث UMy , UMx ممثلة في الجدول التالي:

Q	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
UMx	14	12	11	10	9	8	6	4	3	1
UMy	13	11	10	8	7	6	3	2	0	5-

2-كيف يتم اشتقاق جدول طلب المستهلك للسلعة x ؟

<u>التمرين الخامس:</u>

لدينا جدول المنفعة الكلية الناتجة عن استهلاك كميات مختلفة من سلعة ما.

X	0	1	2	3	4	5	6	7
UT	0	10	18	24	28	30	30	28

المطلوب:

1-أحسب المنفعة الحدية لمختلف المستويات من الاستهلاك.

2-مثل بيانيا كل من المنفعة الكلية والمنفعة الحدية.

3-فسر سلوك كل من المنفعة الكلية والمنفعة الحدية.

<u>التمرين السادس:</u>

نفترض أن مستهلكا يحدد حجم الإنفاق الخاص باستهلاكه بـــ(50دج) في اليوم ينفقها على السلعتين y,x أسعارها على التوالي 5 و 4 ، الحالات الثلاث التالية تبين وضعيات احتمالية يمكن أن يسلكها المستهلك، بين الحالة التي يكون فيها هذا المستهلك في وضعية توازن ؟

- يشتري 6 وحدات من السلعة x ، و 5 وحدات من y. مع العلم أن المنفعة الكلية لـــ x تبلغ 400 وحدة منفعة، أما لـــ y فتبلغ 800 وحدة منفعة والحدية 30 وحدة منفعة على التوالي.

- يشتري 5 وحدات من السلعة x، منفعتها الحدية 25 وحدة و6 وحدات من y منفعتها الحدية 20 وحدة منفعة .
- يشتري 6 وحدات من السلعة x، منفعتها الحدية 30 وحدة منفعة و5 وحدات من y منفعتها الحدية 24 وحدة.

<u>التمرين السابع</u>:

ليكن لدينا جدول الكميات المستهلكة من السلعة x ومن السلعة y خلال فترة زمنية محددة، والمنافع الحدية لكل من السلعتين، وأن الدخل المتاح لهذا المستهلك هو R يساوي 100 وحدة نقدية، وسعر السلعة x هو Px= 10 ، وسعر السلعة y هو Py=20 .

X	1	2	3	4	5	6	7	8	9
U Mx	20	19	18	16	14	11	8	4	0
Y	1	2	3	4	5	6	7	8	9
UMy	24	22	20	18	16	14	12	10	8

المطلوب: كيف يحقق المستهلك توازنه في حدود دخله، مع التقيد بأسعار كل من السلعتين (تحديد xو y اللتين يكون عندهما المستهلك في حالة توازن)؟

<u>التمرين الثامن</u>:

يمكن لشخص ما قضاء وقته بين العمل والراحة، فإذا رمزنا لوقت العمل بــ(x) ولوقت الراحة بــ (y) وبــ (A) للوقت الإجمالي، وكانت المنفعة الكلية لهذا الشخص:

$$Ut = XY + bX$$

- أوجد كمية العمل وكمية الراحة التي تعظم منفعة هذا الشخص ؟

<u>التمرين التاسع</u>:

لتكن لدينا دالة المنفعة الكلية التالية لأحد المستهلكين: $Ut = 2x^2 y^{1/2}$

إذا علمت أن معادلة الدخل هي: $R = xPx + yPy$

المطلوب: - أوجد دوال الطلب على السلعتين x و y ؟

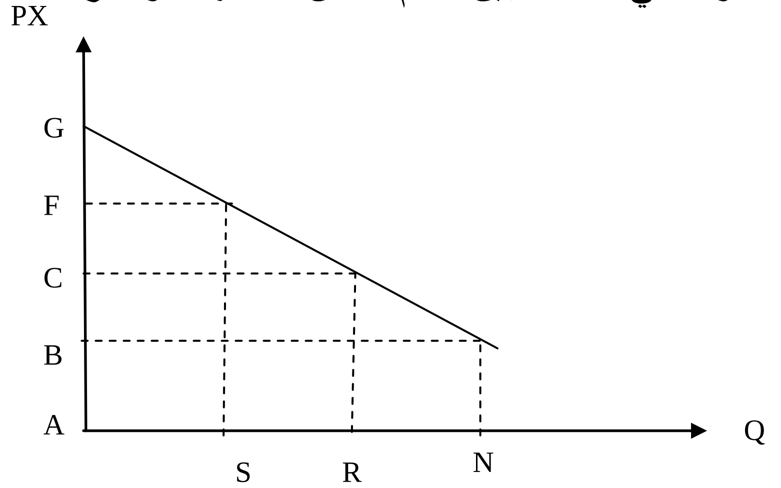
-إذا كان $R = 1500$ و $Py = 10$ ، $Px = 8$ ، ما هي الكميات المطلوبة من السلعتين x و y ؟

-إذا انخفض سعر السلعة x إلى 5 و.ن، ارسم منحنى الطلب على السلعة x ، ماذا تلاحظ؟

التمرين العاشر:

1-ما هو مصدر فائض المستهلك؟ وكيف يمكن قياسه ؟

2-ما هو فائض المستهلك في الشكل التالي عندما يكون السعر AF ؟ AB؟ AC؟ وما هي العلاقة بين حجم فائض المستهلك وسعر السلعة ؟



التمرين الحادي عشر:

في ضوء جدول طلب المستهلك للسلعة x في الجدول التالي

Px	2.50D	2.00D	1.50D	D1.00
Qx	1	2	3	4

وضح المبلغ الذي يكون المستهلك على استعداد لدفعه لكل وحدة من السلعة x ؟

حلول التمارين

حل التمرين الأول:

1-يشير مصطلح " المنفعة " إلى خاصية السلعة التي تمكن من إشباع حاجة أو رغبة، وبدون تلك الخاصية لا يكون هناك أي طلب على السلعة، فعلى سبيل الإيضاح سوف نفترض أنه يمكن قياس الإشباع بوحدات المنفعة، ويوضح جدول المنفعة عدد هذه الوحدات التي يحصل عليها الفرد من خلال استهلاكه لكميات مختلفة من السلعة لكل وحدة زمانية. أي أن جدول المنفعة يوضح ذوق المستهلك بالنسبة لتلك السلعة، وبما أن المستهلكين عادة ما يختلفون في أذواقهم، فإن جدول المنفعة يختلف من مستهلك لآخر ومع تغير ذوق المستهلك يتغير جدول المنفعة الخاص به.

2-مع قيام الفرد باستهلاك المزيد من الوحدات من سلعة معينة لكل وحدة زمانية فإن إجمالي المنفعة التي يحصل عليها تتزايد إلا أنه إذا استمر الفرد في استهلاك المزيد من تلك السلعة، فإنه يصل إلى نقطة يتوقف عندها إجمالي المنفعة عن التزايد وتعرف تلك النقطة باسم نقطة التشبع، والاستمرار في استهلاك المزيد من تلك السلعة سوف يؤدي إلى انخفاض إجمالي المنفعة لها.

3-يشير مصطلح " المنفعة الحدية " إلى التغير في المنفعة الكلية الناتج عن استهلاك المستهلك لكل وحدة إضافية من السلعة، والمنفعة الحدية موجبة لكنها تقل طالما كانت المنفعة الكلية تتزايد، وتساوي الصفر عند نقطة التشبع عندما تكون المنفعة الكلية قيمة عظمى ولا تزيد أو تقل.

أما بعد نقطة التشبع فتنخفض المنفعة الكلية وتكون قيمة المنفعة الحدية سالبة، يلاحظ أن المنفعة الحدية قد تتزايد حتى نقطة معينة، فمثلا قد يحقق الفنجان الثاني من القهوة لبعض

الأفراد قدرا من الرضا أكبر مما يحققه الفنجان الأول، لكن مع شرب المزيد من القهــوة يوميا فإن المنفعة الحدية لا بد أن تتناقص في النهاية.

4-تهتم نظرية طلب المستهلك بمنحنى طلب الفرد على سلعة ما، وكيفية اشتقاق هذا المنحنى و العوامل التي تحدد موقعه وشكله.

حل التمرين الثاني:

أ- بما أن المنفعة الحدية هي التغير في المنفعة الكلية بالنسبة للكميــات المســتهلكة فإن:

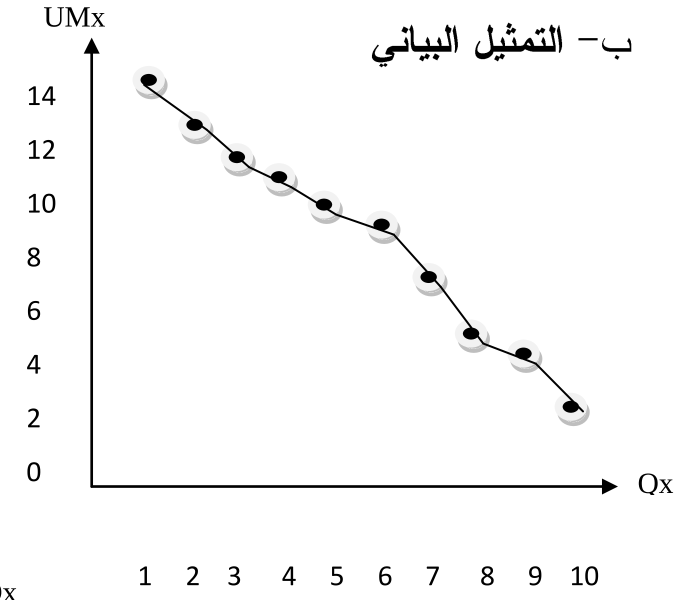
$$UMx = \frac{\Delta UTx}{\Delta x}$$

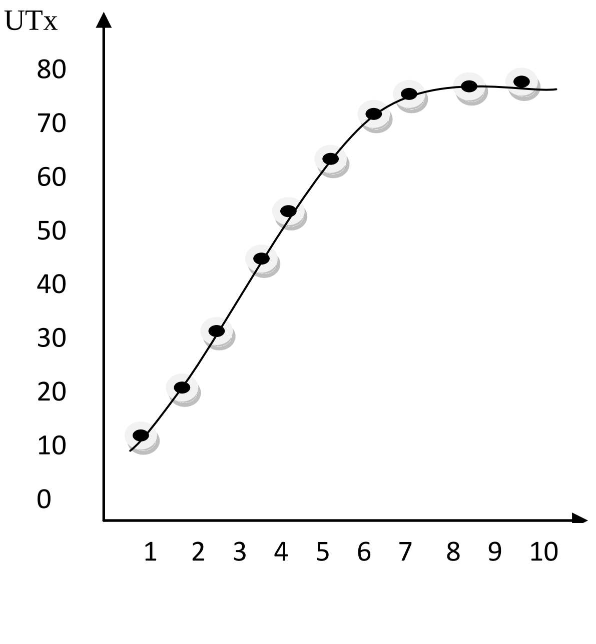
$$UMx = \frac{UT2 - UT1}{x2 - x1}$$

وبالتالي يكون الجدول كما يلي:

Qx	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
UTx	0	14	26	37	45	56	64	70	74	77	78
UMx	–	14	12	11	10	9	8	6	4	3	1

ب- التمثيل البياني





حل التمرين الثالث:

1-بمعرفة ذوق المستهلك ودخله، وأسعار السلع، يكون المستهلك في حالة توازن إذا أنفق دخله بطريقة تؤدي إلى تعظيم إجمالي المنفعة أو الإشباع الذي يحصل عليهما بإنفاق كل ما لديه من دخله.

2-يقوم المستهلك بتعظيم منفعته الكلية التي يحصل عليها من دخله عندما تساوي المنفعة الحدية لآخر دينار يقوم بإنفاقه على كل سلعة ما.

ويمكن التعبير عن ذلك الشرط رياضيا كما يلي:

المنفعة الحدية المشتركة لآخر دينار يتم إنفاقه على السلعة $\frac{UMx}{Px}\frac{UMy}{Py} =$

حيث Px ,Py هما سعر x وسعر yعلى الترتيب، ويمكن التعبير عن شرط التوازن على أنه

$\frac{UMx}{Px}\frac{UMy}{Py} =$ عند النقطة التي يكون عندها $xPx + yPy = R$ (الدخل النقدي للمستهلك)

و $(\frac{UMx}{Px}\frac{UMy}{Py} =)$ هو شرط لازم لكنه ليس كان للحصول على التوازن فقد يكون هناك مستويات أخرى من الاستهلاك يكون عندها $\frac{UMx}{Px}\frac{UMy}{Py}$ =(.........=) لكن النقطة التي ينفق عندها دخله بالكامل وحدها هي نقطة التوازن.

3-إذا أصبحت $\frac{UMx}{Px}$ أكبر من $\frac{UMy}{Py}$ فإن آخر دينار يتم إنفاقه على السلعة x يحقق منفعة أكبر من آخر دينار يتم إنفاقه على السلعة y . ومن هنا يجب على المستهلك زيادة المنفعة الحدية الخاصة بـ x . ويقلل من y ويجب أن يستمر حتى يصبح $\frac{UMx}{Px}\frac{UMy}{Py}$ = لآخر دينار يتم إنفاقه على السلعتين.

حل التمرين الرابع:

1-عند انخفاض Px إلى 1 دينار يظل المستهلك في حالة توازن باستمراره في 2 وحدات من x و 6وحدات من y لأن:

$$\frac{UM_X}{P_X}=\frac{UM_Y}{P_Y} \Longrightarrow \frac{\text{12 وحدة}}{\text{1 دينار}}\ \frac{\text{6 وحدات}}{\text{1 دينار}} =$$

ولن ينفق إلا 8 دينار من دخله البالغ 10 دينار. بما أن الدينار الثاني الذي يتم إنفاقه لشراء الوحدة الثانية من x يعطي منفعة حدية أكبر من الدينار السادس المدفوع في الوحدة السادسة من y. لذا فإنه يجب على المستهلك زيادة الإنفاق على x وخفض الإنفاق على y ، وبشراء المزيد من x ينتقل المستهلك إلى أسفل في جدول تناقص المنفعة الحدية لـ x وبشراء كميات أقل من y فإنه يتحرك لأعلى في جدول تناقص المنفعة الحدية لـ y ، ويصل المستهلك إلى التوازن عندما تكون المنفعة الحدية لآخر دينار يدفعه في x مساوية للمنفعة الحدية لآخر دينار يدفعه في y. ويحدث عند استخدام10 دينار في شراء 6 وحدات من x و 4 وحدات من y لأن:

$$\frac{UM_X}{P_X}=\frac{UM_Y}{P_Y} \Longrightarrow= \frac{\text{8 وحدات}}{\text{1 دينار}}\ \frac{\text{8 وحدات}}{\text{1 دينار}} =$$

أي 8 وحدات منفعة من آخر دينار يتم إنفاقه على x و y.

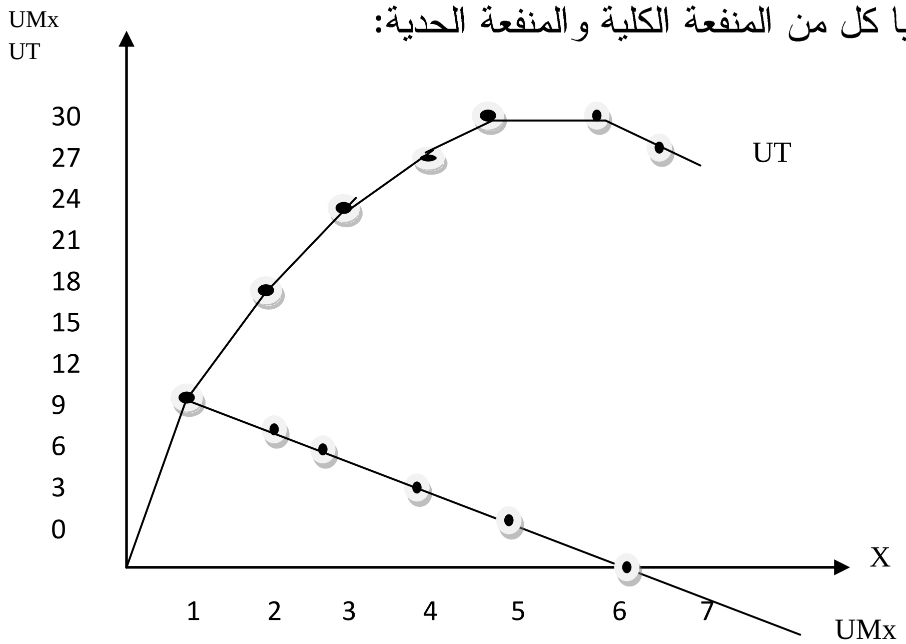
حل التمرين الخامس:

1-حساب المنفعة الحدية لمختلف المستويات من الاستهلاك:

لدينا: المنفعة الحدية تعطى بالعلاقة التالية : $UMx=\frac{\Delta UT}{\Delta x}$

X	0	1	2	3	4	5	6	7
UT	0	10	48	24	28	30	30	28
UMx	−	10	8	6	4	2	0	2−

2-تمثيل بيانيا كل من المنفعة الكلية والمنفعة الحدية:



3-تفسير سلوك كل من المنفعة الكلية والمنفعة الحدية:

- من الرسم نلاحظ ما يلي:

أ-بالنسبة لـــ UT (المنفعة الكلية):

- في البداية تتزايد بمعدل متزايد، ثم تتزايد بمعدل متناقص.
- تصل إلى أعظم قيمة لها (نقطة الإشباع) 30 =UT ، عند 6= x ثم تبدأ في التناقص تماما.

ب- بالنسبة لـــ UMx(المنفعة الحدية):

- يصل إلى أعظم قيمة له 10= UMx عند 1 = x ثم يتناقص في المجال الموجب (+) إلى أن ينعدم عند 6= x ، بعدها يتناقص في المجال السالب (-).

حل التمرين السادس:

1-إيجاد الحالات التي يكون فيها هذا المستهلك في حالة توازن:

لدينا المعلومات التالية: $R=50 \quad , Py= 4 \quad , Px =5$

شرط التوازن: $\frac{UMx}{Px}=\frac{UMy}{Py}$ ، قيد الميزانية: $R = xPx + yPy$

- **الحالة الأولى:** لدينا $x=6 \quad y=5, \quad UMx =60, \quad UMy= 30,$

لتحقيق وضعية التوازن لابد من تحقق شرط التوازن وقيد الميزانية.

لدينا : $\frac{UMy}{Py}=\frac{30}{4}=7.5, \quad \frac{UMx}{Px}=\frac{60}{5}=12$

ومنه: $\frac{UM_Y}{P_Y} \neq \frac{UM_X}{P_X}$ إذن شرط التوازن غير محقق.

الحالة (1) مرفوضة.

- **الحالة الثانية:** لدينا $x=6 \quad y=5, \quad UMx =25, \quad UMy=20,$

$$1- \frac{UMx}{Px} = \frac{25}{5} =5, \quad \frac{UMy}{Py} = \frac{20}{4} =5 \Rightarrow \frac{UMy}{Py} = \frac{UMx}{Px}=5$$

شرط التوازن محقق.

$$6x5 + 5x4 = 30 + 20 = 50 = 50.$$

شرط قيد الميزانية محقق أيضا إن الحالة (2) مقبولة أي المستهلك في وضعية توازن.

- **الحالة الثالثة:** لدينا : $x=6 \quad y= 4, \quad UMx =30, \quad UMy=24,$

$$\frac{UMx}{Px} = \frac{30}{5} =6, \quad \frac{UMy}{Py} = \frac{24}{4} = 6 \Rightarrow \frac{UMy}{Py} = \frac{UMx}{Px}=6$$

شرط التوازن محقق.

$$6 x5 + 4 x 4 = 30 + 16 = 46 \neq 50$$

شرط قيد الميزانية غير محقق إذن الحالة (3) مرفوضة.

حل التمرين السابع:

لدينا : Py=20, Px = 10, R= 100

- تحديد قيم y, x اللتين يكون عندهما المستهلك في حالة توازن.
- لإيجاد قيم y, x يجب شرط التوازن وشرط قيد الميزانية

$$\begin{cases} \frac{UMx}{Px} = \frac{UMy}{Py} \text{ ....(1)} \\ xPx + yPy = R \text{ ...... (2)} \end{cases}$$

x,y	1	2	3	4	5	6	7	8	9
$\frac{UMx}{Px}$	2	1.9	1.8	1.6	1.4	1.1	0.8	0.4	0
$\frac{UMy}{Py}$	1.2	1.1	1	0.9	0.8	0.7	0.6	0.5	0.4

- من خلال الجدول نجد أن الشرط الأول محقق عند قيم y,x التالية (2،6) ، (5،7)، (9،8).
- التأكد من صحة الشرط الثاني عند هاته القيم.

- الشرط الثاني محقق (x,y) = (6,2) = 6x10 + 2x20 = 60 +40 = 100 = 100
- الشرط الثاني غير محقق (x,y) = (7,5) = 7x10 + 5x20 = 70 +100 = 170 $\neq$100
- الشرط الثالث غير محقق (x,y) = (8,9) = 8x10 + 9x20 = 80 + 180 = 260$\neq$ 100

إذن قيم y,x التي يكون عندها المستهلك في حالة توازن هي 6 و 2 على الترتيب.

حل التمرين الثامن:

لدينا دالة المنفعة الكلية: $UT = xy+bx$ ولدينا أيضا $A = x+ y..........(1)$

1-إيجاد كمية العمل (x) وكمية الراحة (y) التي تعظم منفعة هذا الشخص:

- لدينا شرط التوازن من الشكل : $\frac{UMx}{Px} = \frac{UMy}{Py}$

$$-\Longrightarrow UMx = \frac{\partial UT}{\partial x} = y + b \ ; \ UMy = \frac{\partial UT}{\partial y} = x$$

ومن خلال المعادلة (1) نستنتج أن $Py = Px = 1$

إذن : $y+b = x......\Longrightarrow = UMy \Longrightarrow UMx \frac{UMx}{Px} = \frac{UMy}{Py} (*)$

بالتعويض بقيمة x في المعادلة (1) نجد:

$$A= x+ y \Longrightarrow A= y + b + y = 2y + b \Longrightarrow y = \frac{A-b}{2}$$

نعوض بقيمة y في المعادلة (*) نجد :

$$X= y+b \Longrightarrow x = \frac{A-b}{2} + b = \frac{A-b+2b}{2} = \frac{A+b}{2} \Longrightarrow x = \frac{A+b}{2}$$

التأكد من صحة النتائج:

لدينا: $A= x+y$ ، بالتعويض بقيم x , y نجد:

$$\frac{A+b}{2} + \frac{A-b}{2} = \frac{A+b+A-b}{2} = \frac{2A}{2} = A$$

إذن قيم y, x التي تعظم منفعة هذا الشخص هي : $y = \frac{A-b}{2}$, $x = \frac{A+b}{2}$,

حل التمرين التاسع:

$UT = 2x^2 y^{1/2}$ $R = xPx + yPy$

1-إيجاد دوال الطلب:

$$\frac{UMx}{Px}=\frac{UMy}{Py}\Rightarrow\frac{4xy^{1/2}}{Px}=\frac{x^2y^{-1/2}}{Py}\Rightarrow\frac{4y^{1/2}}{Px}=\frac{xy^{1/2}}{Py}\Rightarrow\frac{4y^{1/2}}{Px}=\frac{x}{PyY^{1/2}}$$

$\Rightarrow 4YpY = P_x x \Rightarrow$ x= $\frac{4YPy}{Px}$..........(α)

بالتعويض في معادلة الدخل نجد:

دالة الطلب على y :$\frac{4YPy}{Px}$R= Px []y = $\frac{R}{5Py}$ ⟹R = 5yPy⟹+ yPy

بالتعويض في (α) نجد

$$x=\frac{4Py\,[\frac{R}{5Py}]}{Px}=\frac{4R}{5Px} \qquad x=\frac{4R}{5Px}$$

دالة الطلب على x.

2– إيجاد x, y عند : R = 1500 DA, Px = 8 DA, Py =10DA

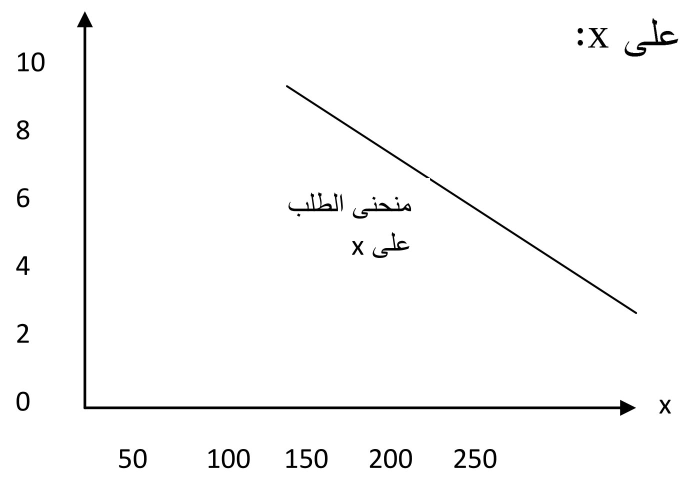
X= $\frac{4R}{5Px}=\frac{4\,.1500}{5\,.8}$ = 150 , x = 150.

Y= $\frac{R}{5Py}=\frac{1500}{50}$ = 30 , y = 30

3– رسم منحنى الطلب على x:

لدينا: $x=\frac{4.1500}{5.P_x}$

Px	x
8	150
5	240



نتيجة:

نلاحظ أنه عندما انخفض السعر من 8 إلى 5 زادت الكمية من 150 إلى 240 أي علاقة عكسية بين السعر والكمية.

<u>حل التمرين العاشر</u> :

1- يتم الحصول على السعر الذي يقبل المستهلك دفعه لكل وحدة من السلعة (ارتفاع منحنى الطلب له). وبما أن كل وحدة إضافية توفر كمية أقل من المنفعة الحدية. فإن ما يرضى المستهلك بدفعه يقل لكل وحدة إضافة أي أن منحنى الطلب ذو ميل سالب أو إلى أسفل) وينتهي الأمر إلى الحصول على فائض لأنه يدفع في جميع الوحدات السعر الذي يود دفعه في آخر فقط. على الرغم من أن المنفعة الحدية للوحدات السابقة أكبر. أما عندما تكون كما هو في الشكل السابق قابلة للتقسيم بشكل تام يمكن قياس فائض المستهلك بالمساحة المحصورة أسفل منحنى الطلب وأعلى سعر السلعة.

2- عند سعر AF يقوم المستهلك بشراء AS من السلعة وينفق (AFHS)، ولأنه يقبل بدفع (FGH) مقابل AC من السلعة، فإنه يحصل على فائض مستهلك قدره (CGJ).

وعند سعر (AB) يكون فائض المستهلك (BGK)، وبمعرفة منحنى الطلب الخاص بالفرد بالنسبة لسلعة ما، نجد أنه كلما انخفض سعر السلعة كلما زاد فائض المستهلك لها.

حل التمرين الحادي عشر:

لدينا جدول طلب المستهلك للسلعة x الممثل في الجدول التالي :

1.00D	1.50D	2.00D	2.50D	Px
4	3	2	1	Qx

1-توضيح المبلغ الذي يكون المستهلك على استعداد لدفعه من السلعة x:

يوضح الجدول أن ذلك المستهلك على استعداد لدفع D2.5 لأول وحدة من X و D2.0 لثاني وحدة و 1.5 D للوحدة الثالثة، و D1.00 للوحدة الرابعة.

التمارين المقترحة.

التمرين الأول:

لدينا جدول المنفعة الكلية الناتجة عن استهلاك كميات مختلفة من سلعة ما.

X	0	1	2	3	4	5	6	7
UT	0	10	18	24	28	30	30	28

المطلوب: – احسب المنفعة الحدية لمختلف المستويات من الاستهلاك.

- مثل بيانيا كل من المنفعة الكلية و المنفعة الحدية.
- فسر سلوك كل من المنفعة الكلية و المنفعة الحدية.

التمرين الثاني:

نفترض أن مستهلكا يحدد حجم الإنفاق الخاص باستهلاكه بـــ (50 و.ن) في اليوم ينفقها على سلعتين Xو Y أسعارها على التوالي 5 و4 و.ن ، الحالات الثلاثة التالية تبين وضعيات احتمالية يمكن أن يسلكها المستهلك، بين الحالة التي يكون فيها هذا المستهلك في وضعية توازن؟

- يشتري 6 وحدات من السلعة X و 5 وحدات من Y . مع العلم أن المنفعة الكلية لــXتبلغ 400 وحدة منفعة والحدية 60 وحدة منفعة، أما لــ Y فتبلغ 800 وحدة و الحدية 30 وحدة على التوالي.
- يشتري 5 وحدات من السلعة X منفعتها الحدية 25 وحدة منفعة و &6 وحدات من Y منفعتها الحدية 20 وحدة منفعة.
- يشتري 6 وحدات من السلعة X منفعتها الحدية 30 وحدة منفعة و 4 وحدات من Y منفعتها 24 وحدة منفعة.

التمرين الثالث:

ليكن لدينا جدول الكميات المستهلكة من السلعة x و من السلعة y خلال فترة زمنية محددة ، و المنافع الحدية لكل من السلعتين ، و ان الدخل المتاح لهذا المستهلك هو R يساوي 100 وحدة نقدية ، و سعر السلعة x هو $P_x=10$ ، و سعر السلعة y هو $P_y=20$.

X	1	2	3	4	5	6	7	8	9
UM_x	20	19	18	16	14	11	8	4	0
Y	1	2	3	4	5	6	7	8	9
UM_y	24	22	20	18	16	14	12	10	8

المطلوب: كيف يحقق المستهلك توازنه في حدود دخله ، مع التقيد بأسعار كل من السلعتين ؟. (تحديد x و y اللتين يكون عندهما المستهلك في حالة توازن)

التمرين الرابع:

يمكن لشخص ما قضاء وقته بين العمل و الراحة ، فإذا رمزنا لوقت العمل بـــ(X) ولوقت الراحة بـــ (Y) وبـــ (A) للوقت الإجمالي، و كانت المنفعة الكلية لهذا الشخص:

$$U_T=XY+bX$$

اوجد كمية العمل و كمية الراحة التي تعظم منفعة هذا الشخص؟.

التمرين الخامس:

لدينا دالة المنفعة الكلية هي: $U_T=(x+2)(y+1)$

لدينا أيضا دالة الدخل هي: $51=2x+5y$

المطلوب: ما هي شروط تعظيم دالة المنفعة الكلية؟تأكد من ذلك باستعمال الشرط الكافي؟.

تمارين المنفعة الترتيبية

التمرين الأول:

إذا أخذت دالة المنفعة الكلية لمستهلك ما الشكل التالي:

$$U_t = 12x + 30y - 0.5x^2 - 0.5y^2$$

وكانت أسعار السلعتين x و y على التوالي $P_x=2$ و $P_y = 3$ ودخل المستهلك الذي ينفقه على السلعتين هو $R= 50$.

أ- حدد نقطة توازن المستهلك .

ب- بكم تتغير المنفعة الكلية إذا ارتفع الدخل بوحدة نقدية واحدة .

ج-تحقق من أن المستهلك يخضع لقانون الثاني لـــ Gossen .

التمرين الثاني:

نفرض أن لدى مستهلك إمكانية الاختيار بين سلعتين x و y وإذا كانت كل منحنيات السواء لهذا المستهلك متميزة بميل يساوي $-y / x$.

أ- أثبت أن الطلب على السلعة x مستقل تماما عن سعر السلعة y.

ب- حدد المعدل الحدي لإحلال x بـــ y واحسب قيمة هـــذا المعـــدل إذا كـــان $Px=1$ ، $Py=3$ ،$R=120$.

ج-هل يوجد فرق بين الإنفاق الكلي على x إذا تغير Px مع ثبات الدخل ولماذا ؟

التمرين الثالث:

إذا علمت أن مستهلك ما دالة منفعته هي:

$$U_t = x_2^{\frac{1}{3}} . x_1^{\frac{1}{3}}$$

أ- حدد معادلة منحنى الدخل – الاستهلاك عندما R تتغير و P_1 و P_2 تبقيان ثابتان.

التمرين الرابع :

إذا كانت دالة منفعة المستهلك بالشكل التالي:

$$Ut = 2xy + 3y$$

أ- حدد منحنى الدخل والاستهلاك عندما $Px= 12$ و $Py= 21$.

ب- باستخدام المعادلة السابقة، حدد قيمة الدخل التي تؤدي بالمستهلك إلى عــدم استهلاك السلعة x ووضح حالة السؤال في البيان.

ج- حدد منحنى أنجل لكل سلعة.

د- أحسب مرونات الدخل وبين طبيعة السلع.

و- أثبت أن معامل لاغرانج يمثل المنفعة الحدية للدخل.

التمرين الخامس:

إذا اعتبرنا أن دالة المنفعة لمستهلك بالشكل التالي:

$$U_t= 2x^{1/2}y^{1/2}$$

أ- حدد دوال الطلب لكل من x و y .

ب- بين أن المستهلك لا يخضع للوهم النقدي .

التمرين السادس :

إذا كانت لمستهلك ما منفعة:

$$Ut= \frac{1}{2}x\, y^2$$

أ- حدد دوال الطلب لكل من x و y .

ب- إذا كانت $P_x =1$ ، $P_y =3$ و $R= 16$ ، حدد نقطة توازن المستهلك .

ج- إذا ارتفع سعر السلعة x بـــ 2 وحدات نقدية، ما هي قيمة الإعانة الواجــب تقــديمها للمستهلك حتى يحافظ على مستوى الإشباع الأول.

التمرين السابع:

نفرض أن دالة منفعة المستهلك بالشكل التالي :

$$U_t = 2x^{1/2}y^{1/2}$$

وأسعار السلعتين x و y على التوالي هي: $P_x=2$ و $P_y = 1$ وكان دخل المستهلك $R=100$

أ- حدد نقطة توازن المستهلك.

ب- بين أن منحنى السواء محدب نحو نقطة الأصل بضواحي نقطة التوازن.

حلول التمارين

حل التمرين الأول :

أ–تأخذ دالة لاغرانج الشكل التالي:

$$L(x,y,\lambda) = 12x + 30y - 0,5x^2 - 0,5y^2 + \lambda[50 - 2x - 3y]$$

وتكتب الشروط الأولى اللازمة لتعظيم الدالة (L):

$L'(x) = 12 - x - 2\lambda = 0$　　　(1)

$L'(y) = 30 - y - 3\lambda = 0$　　　(2)

$L'(\lambda) = 50 - 2x - 3y = 0$　　　(3)

تحصلنا على ثلاث معادلات بثلاث مجاهيل وعند حلها ينتج لدينا:

$x^* = 2,15$　　　$y^* = 15,23$　　　$\lambda^* = 4,9$

ب–بما أن λ تقيس لنا المنفعة الحدية للدخل، وحسب النتائج المتحصل عليها في السؤال (أ)، فإن كل وحدة إضافية في دخل المستهلك تسمح له بالحصول على 4.9 وحدات إضافية من المنفعة.

جـ– يمكن أن نلاحظ أن :

$$(UM_x) / P_x = 4,9 = (UM_y) / P_y$$

حيث UMi تمثل المنفعة الحدية للسلعة i .

حل التمرين الثاني :

أ–عند التوازن فإن TMS يساوي نسبة الأسعار :

$$TMS = -dy/dx = y/x = P_x/P_y$$

ومنه فإن : $xP_x = yP_y$

إذن: $R - 2xP_x = 0$

(1) $X = R / (2P_x)$

تبيين العلاقة (1) أن الطلب على x مستقل تماما عن سعر السلعة y .

ب –عند التوازن:

$$TMS = P_x / P_y = 1/3$$

يتضح أن المستهلك مستعد للتخلي عن وحدة واحدة من y مقابل حصوله على 3 وحـــدات إضافية من x مع بقائه على نفس مستوى الإشباع.

ملاحظة: القيمة المعطاة R= 120 زائدة.

جـــ- لا بسبب أن:

ثابت $x = R / 2Px \Rightarrow xP_x = R/2 = C$

أو يمكن عن طريق حساب المرونة المباشرة :

$$e_{xx} = \frac{dx}{dPx} \cdot \frac{Px}{x} = \frac{-2R}{4P_x^2} \cdot \frac{Px}{x} = -1 = |1|$$

<u>حل التمرين الثالث</u> :

أ–منحنى الدخل والاستهلاك هو المحل الهندسي للتوليفات المثلى للسلعتين عند تغير الدخل وبقاء الأسعار ثوابت ونحصل على معادلة هذا المنحنى من الشـــروط الأولـــى اللازمـــة لتعظيم (L).

$$L(x_1, x_2, \lambda) = x_1^{1/3} x_2^{1/3} + \lambda[R - x_1P_1 - x_2P_2]$$

$L'(x_1) = \frac{1}{3}x_1^{-2/3}x_2^{1/3}$-λ$P_1 = 0$ (1)

$L'(x_2) = \frac{1}{3}x_1^{1/3}x_2^{-2/3}$ -λ$P_2 = 0$ (2)

$L'(\lambda)= R- x_1P_1- x_2P_2 = 0$ (3)

عند معالجة المعادلات السابقة نجد :

$x_2 = (P_1/P_2)x_1$ (4)

توضح المعادلة رقم (4) العلاقة بين x_1 و x_2 عندما تتحقق الشروط المثلى، وتمثل معادلة منحنى الدخل والاستهلاك.

ب- منحنى السعر والاستهلاك هو المحل الهندسي للتوليفات المثلى للسلعتين عندما يتغير P_1 وP_2 و R ثوابت، زيادة على ذلك فهو ممثل في علاقة بين x_1 و x_2 بحيث المعلمة P_1 تختفي.

ومن العلاقة (4) ومع بقاء الشروط المثلى يمكن أن نحصل على :

$x_1P_1 = x_2P_2$

ولحذف P_1 يكفي أن نعوض عن x_1P_1 في المعادلة (3) فنجد:

$R = x_1P_1 + x_2P_2$

$R= 2x_2P_2 \Rightarrow x_2 = R/2P_2$

ملاحظة:

من العلاقة الأخيرة يتضح أن x_2لا تعتبر دالة لـ x_1 ، مما يدل على أن منحنى سعر الاستهلاك ممثل في خط مستقيم أفقي (x_2 ثابتة).

حل التمرين الرابع:

أ- يمكن استخراج معادلة منحنى الدخل والاستهلاك من الشروط الأولى اللازمة لتعظيم (L).

$$L(x,y,\lambda) = 2xy + 3y + \lambda[R - xP_x - yP_y]$$

$$L'(x) = 2y - \lambda P_x = 0 \qquad (1)$$

$$L'(y) = 2x - \lambda P_y = 0 \qquad (2)$$

$$L'(\lambda) = R - xP_x - yP_y = 0 \qquad (3)$$

عند معالجة المعادلات الثلاث نجد:

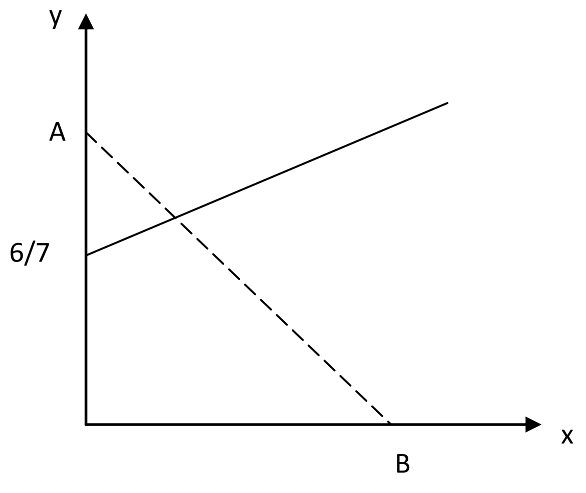
$$y = (Px/Py)x + (3/2)(P_x/P_y) \qquad (4)$$

وعند تعويض عن Px و Py تصبح المعادلة (4) بالشكل التالي:

$$y = (12/21)x + (36/42) \qquad (5)$$

وتعبر المعادلة (5) عن مسار توسع الدخل

ب- عندما $x=0$، تصبح المعادلة (5): حيث $y = 36/42$ $R = yP_y = 18$



ج-عند استخدام قيد الميزانية وتعويض عن y بقيمتها المتحصل عليها في السؤال (أ)، فإن منحنى أنجل لــ x يأخذ الشكل التالي :

$$x = (1/24)\,R - (3/4)$$

وبنفس الطريقة يمكن أن نعبر عن منحنى أنجل لــ y بــ:

$$y = (1/42)\,R - (9/21)$$

د- استخدام تعريف لمرونة الدخل يسمح لنا بإيجاد :

$$\eta_x = (dx/dr)/(R/x) = R/(R-18) > 1$$

$$\eta_y = (dy/dr)/(R/y) = R/(R+18) < 1$$

حسب النتائج المتحصل عليها يمكن أن نستنتج بالنسبة للمستهلك موضوع الدراســـة فـــإن السلعة x هي سلعة كمالية لأن استهلاكها يرتفع نسبيا بالنسبة لدخله، بينما السلعة y هـــي سلعة ضرورية.

و- بوضع عبارة التفاضل الكلي الأولى لدالة المنفعة ودالة قيد الميزانية نجد :

$$dU = (\delta U/\delta x)\,dx + (\delta U/\delta y)\,dy$$

$$= \lambda P_x dx + \lambda P_y dy$$

$$dR = (\delta R/\delta x)\,dx + (\delta R/\delta y)\,dy$$

$$= P_x dx + P_y dy$$

وعند إجراء عملية حسابية لــ dU/dR نجد أن $\lambda = dU/dR$.

حل التمرين الخامس:

أ-تستخرج دوال الطلب لــ x و لــ y من الشروط الأولى اللازمة لتعظيم المنفعة :

$$L(x,y,\lambda) = 2x^{1/2}y^{1/2} + \lambda[R - xP_x - yP_y]$$

ومن الشروط الأولى اللازمة لتعظيم المنفعة، والمتمثلة في المشتقات الجزئية لكل من x و y و λ وبمعالجة المعادلات المتحصل عليها نجد:

$y=R/2P_y$ و $x= R/2P_x$

ب- إذا كانت الأسعار والدخل تتغير بنفس النسبة إذن الطلب على x و على y يبقى بدون تغيير، وفعلا فإن :

$tR/2tP_y = R /2P_y tR/2tP_x = R /2P_x$

حل التمرين السادس:

أ-تأخذ دالة لاغرانج الشكل التالي :

$L(x,y,\lambda) = (1/2)xy^2 + \lambda[R – xP_x -yP_y]$

جعل المشتقات الجزئية تساوي صفر :

$L'(x) =0; L'(y) =0; L'(\lambda) =0$

نجد :

$y= R/(3P_y)$ و$x = R/ (3P_x)$

ب- نحدد نقطة التوازن بالتعويض عن R ، Px، Py في دوال الطلب:

$X0=2,66$ $y0 = 3,55$ $U0 = 16,8$

ج- يمكن أن نحدد الدخل الضروري للمستهلك حتى يحافظ على نفس مستوى الإشباع في حالة ارتفاع سعر السلعة x ، بوضع دالة لاغرانج حيث يكون الدخل كدالة الهدف، أما مستوى الإشباع[U°=16,8]كدالة قيد.

$L(x ,y, \lambda) = 4x + 3y + \lambda[16,8 – (1/2) xy^2]$

حيث أن μ يشير إلى مضاعف لاغرانج ومن الشروط الأولى اللازمة لتقليل (L) نجد :

$y0 = 4,47 \qquad X0 = 1,7$

ومنه :

$R^* = 4(1,7) + 3(4,47) = 20.2$

$S = \Delta R = R^* - R = 20, 2 – 19 = 4,2$

إذن 4,2 =S قيمة الإعانة الضرورية التي تمنح للمستهلك حتى يبقى على نفس مستوى الإشباع.

<u>حل التمرين السابع:</u>

أ- تأخذ دالة لاغرانج الشكل التالي :

$L(x,y,\lambda) = 2x^{1/2}y^{1/2} + \lambda[100 – 2x - y]$

ومن الشروط الأولى اللازمة لتعظيم L نحصل على النتائج التالية :

$y0 = 50 \qquad X0 = 25 \ ,$

ب-لإثبات أن منحنى السواء محدب نحو نقطة الأصل، يكفي أن نأخذ التفاضل الكلي الأولي لـ $TMS= (y/x)$ ونقسم الطرفين على dx ومن ثم نبين أن العبارة المتحصل عليها سالبة :

$d\,(TMS) = [\ TMS/\ \delta x]dx + [\delta TMS\ /\delta y]dy$

$d(TMS)\ /dx= [\delta TMS\ /\ \delta x] + [\delta TMS\ /\delta y]\ dy/dx$

ومنه:

$d(TMS)/dx = (-y/x^2)+ (1/x)(-y/x)$

$= (-2y)/x^2<0$

التمارين المقترحة

التمرين الأول:

لتكن دالة المنفعة لمستهلك ما كما يلي: $U(x,y) = 2xy + 3y$

وليكن قيده الميزاني $R = xPx + yPy$.

أي x وy هي الكميات المستهلكة و Px و Py هما أسعار السلع x و y على التوالي.

المطلوب:

1- حدد إحداثيات النقاط التي تعظم منفعة هذا المستهلك

2- حدد قيمة معامل لاغرانج ثم أثبت أن $dU = \lambda dR$

3- أحسب الكميات المستهلكة ومعامل لاغرانج إذا علمت أن R=150، Px=12، Py =21.

التمرين الثاني:

لتكن لديك مستويات المنفعة التي يحصل عليها مستهلك ما، من خلال استهلاكه لثلاث سلع X، Y، Z معطاة ضمن الجدول التالي:

Qx,y,z	0	1	2	3	4	5	6	7
UTx	0	75	144	204	249	285	305	312
UTy	0	62	116	164	204	238	258	268
UTz	0	60	108	145	168	178	180	180

فإذا علمت أن دخل المستهلك يبلغ 17 وحدة نقدية، وأسعار السلع هي:

$Px = 1,\ Py = 2 \quad ,\ Pz = 3$

المطلوب:

1- كيف ينفق هذا المستهلك دخله حتى يحقق أقصى إشباع ؟

2- استخرج دوال الطلب على السلع X، Y، Z .

3- ما هو سعر السلعة Y الذي يوقف عنده المستهلك من استهلاكه للسلعة X ؟

4- ما هو سعر السلعة Z الذي يوقف عنده المستهلك من استهلاكه السلعة X؟

التمرين الثالث:

لتكن دالة المنفعة لأحد المستهلكين هي $UT = 10/3\ XY$

المطلوب:

1- عرف السلوك الرشيد لهذا المستهلك.

2- إذا كانت أسعار السلعتين X و Y هي : $Px=4$ و $Py=5$ فما هو مستوى الدخل الذي يسمح للمستهلك بالحصول على منفعة كلية $UT = 150$.

3- إذا كانت Py, Px, R غير معلومة فالمطلوب:

أ- إيجاد معادلة الطلب على السعتين X وy .

ب- أوجد قيم x وy عندما $Py =5,\ Px =4\ ,\ R= 80$

التمرين الرابع :

لتكن لدينا دالة منفعة مستهلك ما على الشكل التالي : $U_T = X^{1/3}Y^{2/3}$

المطلوب :

1- باعتبار أن المستهلك عقلاني ويمتلك دخلا قدره $R=1200$ ، وان $p_x=1$،$py=2$ اوجد التركيبة المثلى من السلعتين التي يختارها هذه المستهلك ؟ .

2 –إذا تضاعف دخل المستهلك مع بقاء العوامل الأخرى على حالها ، اوجد التركيبة الاستهلاكية المثلى؟

وضح في العلاقة بين الكميات المستهلكة والدخل والأسعار ؟ هل هناك علاقة بين السلعتين ؟

3 – إن نظام الأسعار أصبح كالتالي : $Py = P_x=2$ بينما بقي الدخل دون تغيير ، اوجد التركيبة المثلى للاستهلاك ؟ افصل كل من اثر الدخل واثر الإحلال ؟ ما نوع السلعة ؟ .

التمرين الخامس :

المطلوب:

بالرجوع إلى معطيات التمرين الثاني و افتراضنا أن الدخل R انخفض إلى 12و.ن ، ثم ارتفع إلى 20 و.ن ، ارسم نقاط التوازن الجديدة ، وحدد منحنى استهلاك الدخل ثم اشتق

منحنى انجل للسلعتين ، مع العلم إن الأسعار لا تتغير ، هل يمكنك التمييز بين منحنى استهلاك الدخل و منحنى انجل .

التمرين السادس:

باستعمال معطيات التمرين الثاني دائما ، إذا انخفض سعر السلعة X إلى 1 و.ن مع بقاء الدخل وسعر السلعة y بدون تغيير، حدد منحنى استهلاك السعر واشتق منحنى الطلب على السلعة X .

السؤال السابع: بفرض أن مستهلك ينفق كل دخله البالغ 30 دينار في الشهر على السلعتين X,Y وبافتراض أن السلعتين هما الوحيدتين المتاحتين في السوق، وأن سعر السلعة X يساوي 4 دينار، وسعر السلعة Y يساوي 3 دينار، وبفرض أن وحدات المنفعة المتحصل عليها كانت كما يلي:

Q	0	1	2	3	4	5	6	7	8
TU_X	0	32	60	84	104	120	132	140	144
TU_Y	0	33	63	90	114	135	153	168	180

وحيث أن: Q= الوحدات المستهلكة TUX = المنفعة الكلية للسلعة X TUY = المنفعة الكلية للسلعة Y.

المطلوب:1- مقدار السلع التي ينبغي أن يشتريها المستهلك لتحقيق أقصى إشباع ممكن له.

2- مقدار المنفعة الكلية التي سيحصل عليها من السلعتين.

3- فائض المستهلك من السلعتين.

أسئلة نظرية مقترحة:

السؤال الأول: اجب بنعم أو لا عن الأسئلة التالية:

1. عندما تصل المنفعة الكلية حدها الأقصى تكون المنفعة الحدية تساوي صفرا.( ).
2. يمكن لمنحنيات السواء أن تتقاطع. ( ).

السؤال الثاني: اختر الإجابة الصحيحة من بين الأسئلة التالية:

1. أيٌّ من الجمل التالية متعلقٌ بالمنفقة الحدية:

أ. مقدار التغير في المنفعة الكلية لزيادة الاستهلاك في السلعة بمقدار وحدة إضافية واحدة.

ب.مجموع المنافع التي يحصل عليها المستهلك.

ج. انخفاض المنفعة الحدية منذ استهلاك المستهلك للوحدة الأولى.

د. (أ + ج).

2. المصطلح التالي" تمثيل بياني لكل المجموعات من السلع والخدمات التي لو استهلكها المستهلك تعطيه نفس القدر من الإشباع" هو لـــ:

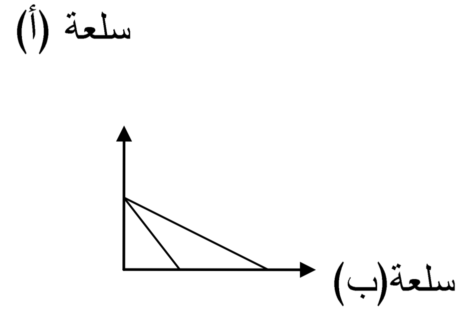
أ. منحنيات السواء.

ب.خط الميزانية.

ج. منحنى الناتج المتساوي.

د. معدل الإحلال الفني.

3. بالنظر إلى خط الميزانية التالي فإن الانتقال من الخط (1) إلى الخط (2) بسبب:



أ.انخفاض سعر السلعة (أ).

ب.انخفاض سعر السلعة (ب).

ج. زيادة الدخل.

د. انخفاض سعر السلعة (أ) و السلعة (ب).

4. المنفعة الحدية هي ....

أ. مستوى الإشباع الذي يحصل عليه الفرد.

ب. التغير في مستوى الإشباع المترتب على استخدام وحدة إضافية.

ج. مجموع مساهمة كل وحدة في الإشباع الكلي.

د. ليس أيا مما سبق ذكره.

5. يعني قانون تناقص المنفعة أن المنفعة ....

أ. تتناقص.

ب. تزيد بمعدل ثابت.

ج. تزيد بمعدل متناقص.

د. متزايدة باستهلاك الوحدات.

4. يتغير ميل خط الميزانية نتيجة ....

أ. زيادة دخل المستهلك.

ب. نقص دخل المستهلك.

ج. تغير سعر إحدى السلعتين.

د. كل ما سبق صحيح.

5. المنفعة الكلية ....

أ. تساوي مجموع المنافع الحدية للوحدات المستخدمة.

ب. تبلغ أقص مستوى لها عند نقطة التشبع.

ج. معدل تغيرها يساوي المنفعة الحدية.

د. كل ما سبق صحيح.

<u>السؤال الثالث:</u> اجب باختصار عن الأسئلة التالية:

1. من شروط توازن المستهلك باستخدام فكرة منحنيات السواء.

2. على ماذا ينص قانون تناقص المنفعة.

3. أثر تغير الدخل على سلوك المستهلك.

4. كيف يمكن فصل أثر الإحلال و اثر الدخل و الأثر الكلي.