بسم الله الرحمن الرحيم

دار المناهج للنشر و التوزيع

دار المناهج للنشر و التوزيع

جميع الحقوق محفوظة

الطبعـة الأولـــى

1422 هـ / 2002 م

رقم الإجازة المتسلسل لدى دائرة المطبوعات و النشر 266 / 1 / 2002

رقم الإيداع لدى دائرة المكتبات و الوثائق الوطنية 287 / 1 / 2001

عمان - الأردن شارع الملك حسين - بناية الشركة المتحدة للتامين

الهاتف 4650624 فاكس (009626) 4650624

ص . ب - 215308 عمان 111212 الأردن

علوي
اسماعيل
2006/2007

تطبيقـــات محلولـــة
فـــي
الاقتصـــاد الجزئـــي

95 تطبيق محلول

الأستاذ الدكتور :

عمـــار عمـــاري

دار المناهج للنشر و التوزيع

ويتطرق الاقتصاد الكلي إلى تحليل المستوى التجميعي للنشاط الاقتصادي ككل، كالدخل الوطني، مستوى التشغيل، مستوى الأسعار إلى غير ذلك، بحيث يقدم صورة شاملة عن الاقتصاد ككل.

هناك العديد من الكتب التي تناولت موضوع الاقتصاد الجزئي بالدراسة والتحليل، ولكن معظم هذه الدراسات اقتصرت على الجوانب النظرية فقط. غير أن هذا الكتاب توجها خاصا، حيث يعمل على تقديم نظرية الاقتصاد الجزئي من الجانب العملي التطبيقي في شكل تمرينات وتطبيقات مختارة مع حلولها النموذجية لفهم واستيعاب الجوانب النظرية باستعمال البيانات والوسائل التقنية الرياضية.

إن جميع الذين يرغبون في معرفة القواعد الأساسية للاقتصاد الجزئي بشكلها التطبيقي، وعلى الأخص طلاب العلوم الاقتصادية والعلوم التجارية وعلوم التسيير والإدارة، يجدون في هذا العمل كتابا موجها لهم بالتحديد في دراساتهم.

أخيرا أود تقديم كلمة شكر إلى الأستاذ الدكتور محمد السعيد أوكيل على ملاحظاته وتوجيهاته لإنجاز هذا العمل و إلى كل من قدم مساعدة أو توجيها عند إعداد هذا الكتاب الذي يعتبر إضافة ومساهمة في إثراء المكتبة العربية التي تفتقر لمثل هذه الكتب، كما ارحب بأي نقد بناء من شانه تطوير المحاولة القادمة وإثرائها.

المؤلف

الفصل الأول

تطبيقات على العرض والطلب والتوازن

التمرين الأول: إذا كانت دالة الطلب السوقي على السلعة X كالتالي :

$$Q = 100 - 5P$$

المطلوب : 1 ـ أوجد سعر الطلب إذا كانت الكمية المطلوبة هي : 12.5 و 25 وحدة .

2 ـ أوجد الكمية المطلوبة إذا كان السعر يساوي 7.5 و 12 دينار .

التمرين الثاني : يوضح الجدول أدناه جدولي طلب فرد ما على سلعة ما، أولهما Q(1) وثانيهما Q(2) الذي جاء نتيجة زيادة الدخل النقدي للفرد بينما بقيت كل العوامل الأخرى ثابتة.

P	6	5	4	3	2	1
Q(1)	18	20	24	30	40	60
Q(2)	38	40	46	55	70	100

المطلوب : 1 ـ ارسم المنحنيين على نفس الإحداثيات .

2 ـ ما الذي يحدث لو انخفض السعر من 5 إلى 3 دينار قبل أن يزيد الدخل الفردي ؟

3 ـ ما الذي يحدث إذا ما ارتفع دخل الفرد مع بقاء السعر عند 5 دينار ؟

4 ـ ما الذي يحدث إذا ما ارتفع الدخل النقدي وفي نفس الوقت انخفض سعر السلعة من 5 إلى 3 دينار؟

5 ـ ما نوع السلعة ؟ ولماذا؟

التمرين الثالث : الأرقام الواردة في الجدول أدناه تبين التغير في الاستهلاك المنزلي من القهوة والشاي عندما يرتفع سعر القهوة مع بقاء العوامل الأخرى على حالها .

	قبل	قبل	بعد	بعد
	السعر	الكمية	السعر	الكمية
القهوة	20	50	30	30
الشاي	10	40	10	50

المطلوب : ارسم الشكل الذي يوضح هذه التغيرات . واشرح هذا الشكل المرسوم.

التمرين الرابع : مؤسسة إنتاجية تقوم بإنتاج المنتوج Q في السوق ، وان عدد الوحدات المعروضة من المنتوج تتغير بدلالة السعر ، والعلاقة الموجودة بين الكمية المعروضة والسعر معطاة حسب الجدول التالي :

السعر	1	2	3	4	5
الكمية	200	300	350	400	425

المطلوب: 1 – مثل بيانيا عرض هذه المؤسسة.

2 – ماذا نلاحظ على شكل منحنى العرض؟

التمرين الخامس: مؤسستان A , B تنتج منتجات مختلفة ولكنها تستعمل نفس النوع من اليد العاملة. وكما هو معروف فان الطلب على اليد العاملة L هو دالة في معدل الأجورW. لتكن لدينا دالة الطلب على اليد العاملة بالنسبة للمؤسستين على الشكل التالي:

$W = 500 - L(A)$

$W = 250 - L(B)$

المطلوب: 1 – مثل بيانيا منحنيات الطلب الفردي والطلب السوقي على اليد العاملة في نفس الرسم البياني

2 – بافتراض أن العرض السوقي من اليد العاملة هو مستقل عن معدل الأجور ويساوي 550.ما هي كمية العمل المستعملة من طرف المؤسسة A والمؤسسة B كل عن حدة.

التمرين السادس: بافتراض أن العرض السوقي للسلعة مصدره إنتاج عشر مؤسسات لها نفس منحنى العرض. الجدول الموالي يبين لنا الكميات المعروضة من طرف مؤسسة واحدة والأسعار الموافقة لذلك كالتالي:

السعر	1	2	3	4	5	6	7
الكميات	2	8	12	16	20	22	22

المطلوب: 1 - مثل بيانيا منحنى الطلب السوقي.

2 - بافتراض أن الطلب السوقي ثابت و يعادل 160 وحدة. ما هو سعر التوازن و كمية التوازن.

3 - بافتراض أن هناك 10 مؤسسات أخرى مماثلة للمؤسسة الأولى، قررت عرض نفس السلعة في نفس السوق. وان الطلب ثابت ويساوي 240 وحدة. أوجد سعر و كمية التوازن.

4 - في حالة فرضية العرض السوقي المدرجة في المطلب الثالث وبافتراض أن الطلب الفردي ثابتا ويساوي 20 وحدة: ما هي وضعية التوازن في حالة وجود 22 مستهلك.

التمرين السابع: ليكن لدينا جدول الطلب والعرض السوقي لسلعة ما كالتالي:

السعر	5	4	3	2	1
Q(D)	1000	4000	7000	10000	13000
Q(S)	5000	6000	7000	8000	9000

حدد ما إذا كان توازن سوق هذه السلعة مستقرا أو غير مستقر أو حيادي ولماذا ؟

التمرين الثامن: الثامن:ليكن لدينا منحنى الطلب على المنتوج X الزراعي والممثل بخط مستقيمAB حيث إحداثيا ته(B(P=0, X=1200 و(A(P= 20,X=0 . أما العرض السوقي في الفترة فهو ممثل بخط مستقيم CDحيث إحداثيا ته هي :(C(P=4 , X=0) , D(P=16,X=1200.

المطلوب:بافتراض أن الطلب على X يبقى ثابتا في الفترة (t+2) ,(t+1)، أما العرض السوقي في الفترة(t+1), والذي يتوافق ومحصول زراعي رديء فهو ممثل بواسطة منحنى مستقيم CEحيث إحداثياته ,(C(P=4,X=0 E(P=16,X=800) . أما العرض السوقي في الفترة (t=2) فيتوافق ومحصول زراعي جيد ومثل كذلك بخط مستقيم CF حيث أن C(P=4,X=0),F(P=8,X=700). والسؤال المطروح هو. ما اثر هذه التغيرات في العرض السوقي على سعر السوق وعلى الإيراد الإجمالي للفلاحين؟ احسب ذلك؟ مع العلم أن الإيراد الإجمالي هو عبارة عن حاصل ضرب عدد الوحدات المباعة في السعر أي أن: TR = PQ

2 - كيف سوف يتطور الدخل أو الإيراد الإجمالي الذي يشتقه الفلاحون من مبيعاتهم في السوق عندما ينتقل منحنى العرض انطلاقا من CD. احسب ذلك واشرح؟

3 - يظهر أن منحنى العرض CD هو منحنى وسطي يعكس محصول زراعي متوسط أي لا جيد ولا رديء وهذا على مدى 5 سنوات مثلا. على غرار اكتشاف علمي هام فان هذا المنحنى انتقل إلى اليمين وبشكل مواز للمنحنى الأصلي ويأخذ شكل مستقيمC'D'. فإذا بقي منحنى الطلب السوقي دون تغيير. ما هي نتائج هذا الأجراء أمام سعر ثابت ومقداره P= 10 على الفلاحين الذين يمونون هذه السوق؟

4 - مثل بيانيا الوضعيات المختلفة.

التمرين التاسع: يمكن افتراض وجود ثلاثة أصناف من مشترين(A , B , C) للسلعة (Q). كل مستهلك يعبر عن الكمية المطلوبة من طرفه وذلك كعلاقة مع السعر مثلما هو واضح من الجدول التالي:

السعر P	الطلب على السلعةQ		
	المستهلك A	المستهلك B	المستهلك C
7	0	0	0
6	0	10	0
5	0	20	10
4	10	50	30
3	30	60	50
2	50	80	60
1	80	90	100

المطلوب: 1– احسب الطلب السوقي على السلعة (Q) بافتراض وجود 10مستهلكين من كل صنف؟

2 – ارسم منحنيات الطلب الفردية ومنحنى الطلب السوقي؟

3– بافتراض أن سعر السلعة ثابت ومحدد من طرف الدولة عند $P = 5$.

هل أن دخول مستهلكون جدد من الصنف(A) سيكون له اثر على الإنفاق الكلي في السوق عند هذا السعر؟

التمرين العاشر: طلبنا من مستهلك ما، ما هي الكمية من السلعة X التي يكون مستعدا لشرائها عند الأسعار من 9 إلى 0. فأمكن تمثيل سلوك هذا الأخير بواسطة خط مستقيم (AB) حيث أن النقطة A تقع على محور الأسعار عند (P=9 , X=0). أما النقطة B فهي نقطة تقع على محور

الكميات عندما (P=0 , X = 9).هذا السلوك ينعكس في منحنى الطلب الذي نرمز إليه بالرمز d والذي يأخذ الصيغة التالية:

$$P = -X + 9$$

المطلوب: 1 – مثل بيانيا إنفاق هذا المستهلك وكذلك فائضة عند ما يكون السعر$5 = P$ ؟

2 – إن ارتفاع السعر إلى $P = 6$ سوف يدخل تغيرات في إنفاق هذا المستهلك وكذلك في فائضة. حلل هذه التغيرات من الرسم البياني؟

3 – إن منحنى الطلب d يبين بأنه عند السعر $P = 5$ فان $X = 4$ وأنه عند $P = 4$ فإن $X = 5$.

– احسب إنفاق و فائض المستهلك عند كل من النقطتين وقيمة فائض المستهلك الإضافية التي ستظهر عندما ينتقل السعر من 5 إلى 4؟

– ما هي استعمالات هذه القيمة الإضافية من فائض للمستهلك؟

حل تطبيقات العرض والطلب والتوازن

حل التمرين الأول:

1 - سعر الطلب عند الكمية 12.5 و 25.

نعوض الكمية في دالة الطلب لنجد: $12.5 = 100 - 5P \Rightarrow P = 17.5$

$25.5 = 100 - 5P \Rightarrow P = 14.9$

2 - الكمية المطلوبة عند الأسعار 7.5 و 12

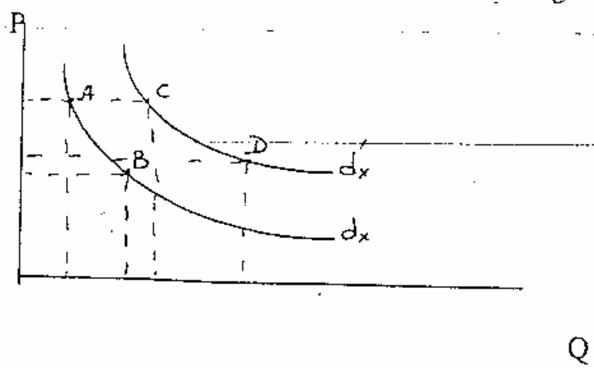
نعوض السعر في دالة الطلب فنجد:

$Q = 100 - 5(7.5) \Rightarrow Q = 62.5$

$Q = 100 - 5(12) \Rightarrow Q = 40$

حل التمرين الثاني:

1 - التمثيل البياني:



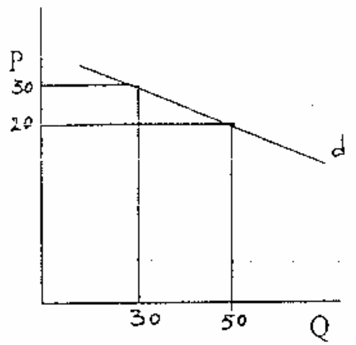
2 - إذا انخفض سعر السلعة من 5 إلى 3 قبل ارتفاع دخل الفرد فان الكمية المطلوبة تزيد من 20 إلى 30

3 - عندما يزيد دخل الفرد فان منحنى الطلب ينتقل إلى الأعلى وإلى اليمين من D(1)إلىD(2). يشتري الفرد الآن 40 وحدة من السلعة بدلا من 20 وحدة.

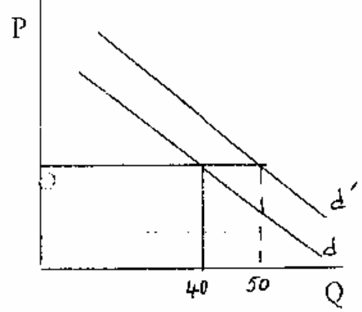
4 - عندما يرتفع دخل الفرد مع انخفاض السعر من 5 إلى 3 فان الفرد يشتري 35 وحدة إضافية

5 - إذا ما انتقل D(1) إلى D(2) عندما يزيد دخل الفرد فان السلعة محل الدراسة تكون سلعة عادية بالنسبة لهذا الفرد.

حل التمرين الثالث:



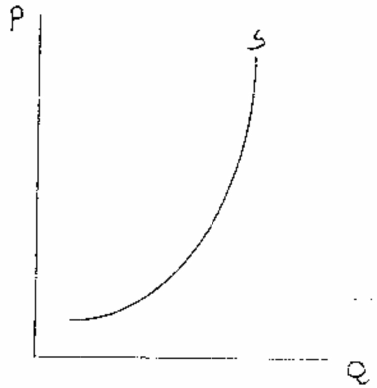
القهوة



الشاي

نلاحظ انه عندما يرتفع سعر القهوة من20 إلى 30 فان الكمية المطلوبة تنخفض من 50 إلى 30. و يصور هذا بالتحرك على منحنى الطلب على القهوة في الاتجاه إلى الأعلى. ولما كان الشاي بديل للقهوة، فان ارتفاع

سعر القهوة يتسبب في انتقال المنحنى الفرضي للطلب على الشاي إلى الأعلى D(1) إلى D(2) كما هو واضح من الشكل. معنى هذا إذا ثبت سعر الشاي عند 10 فان الفرد يزيد استهلاكه من الشاي إلى 50.



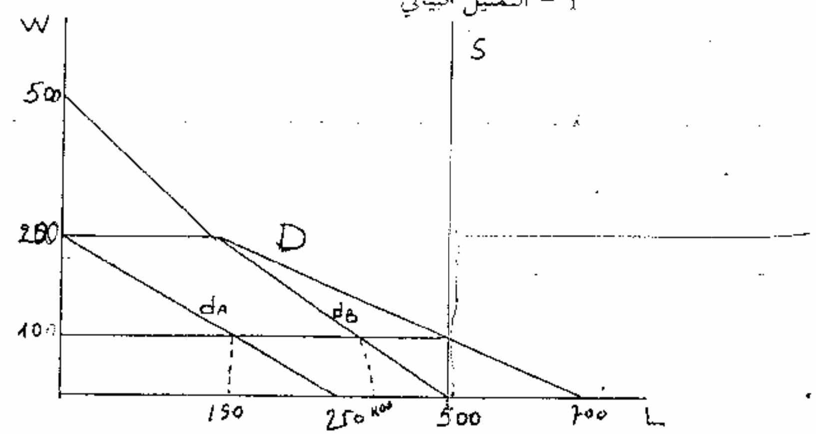
حل التمرين الرابع:

1 – التمثيل البياني:

2 – نلاحظ بان منحنى العرض متزايد من اليسار إلى اليمين وبالتالي نقول بان العرض هو دالة متزايدة مع السعر

حل التمرين الخامس:

1 – التمثيل البياني



2 – الطلب الكلي على اليد العاملة هو عبارة عن

L = L(A) + L(B

وبناءا على دوال الطلب فان:

L(A) > 0 --------------> 0< W< 500

L(B) > 0 ----------> 0 < W < 250

وبالتالي يكون لدينا:

من اجل:

$$L(A) = 0 \Leftarrow W > 500$$
$$L = L(A) = 500 - W \Leftarrow 500 > 250$$
$$W = 500 - L$$
$$L = L(A) + L(B) = 750 - 2W <= 0 \le W \langle 250$$

من اجل:

$$W = 375 - \frac{L}{2}$$

منحنى الطلب الكلي سيتكون من جزأين في المجال L >0 , W > 0

الجزء الأول يتمثل بالعلاقة: W= 500 - L

W = 375 - L / 2

3 – إذا كان عرض اليد العاملة مستقل عن معدل الأجور، فهذا يعني انه مهما كان معدل الأجر فان الأفراد يستمرون في عرض نفس العدد من اليد العاملة والتي مقدارها 550 مثلما هو واضح من الرسم البياني.

تحقيق التعادل ما بين العرض الكلي والطلب الكلي هو كالتالي:

إذا كان $W = 375 - L/2$ من اجل $L = 550$ فان معدل الأجر $W=100$

حيث أن $W= 375 - 550/2 = 100$

عند هذا المعدل $W=100$ فان الطلب على اليد العاملة

بالنسبة للمؤسسة A سيكون: $100= 500 - L(A) \Longrightarrow L(A) = 400$

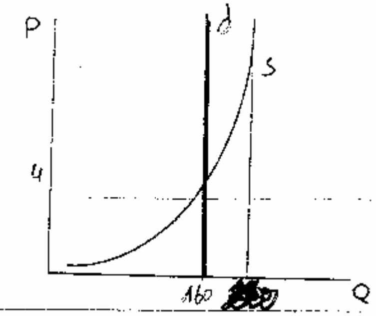
بالنسبة للمؤسسة B: $100 = 250 - L(B) \Longrightarrow L(B) = 150$

مثلما هو واضح من الرسم البياني السابق.

حل التمرين السادس:

1 – التمثيل البياني لمنحنى الطلب السوقي:

السعر	1	2	3	4	5	6	7
الكميات	20	80	120	160	200	220	220



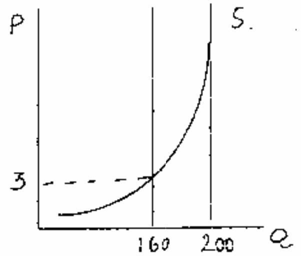
2 – ما دام الطلب غير مرن فبالتالي يمكن تمثيل منحنى الطلب بخط عمودي على محور الكميات.

فإذا كانت الكمية المطلوبة هي 160 وثابتة، فان Q تعادل الطلب السوقي والعرض السوقي يتحقق عند : $P = 4 , Q = 160$

3 – إذا دخلت السوق 10 مؤسسات أخرى أضافت عرضها للمؤسسات الأولى فان العرض السوقي سوف ينتقل إلى اليمين ويصبح S'.

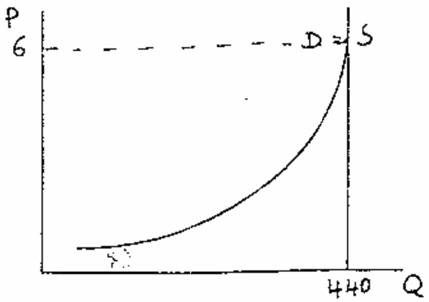
والجدول الموالي يبين عرض السوق.

السعر	1	2	3	4	5	6	7
الكمية	40	160	240	320	400	440	440



إذا كان الطلب هو D(2) ويساوي 240 فان السعر الذي يتحقق عنده التوازن هو $P = 3$ مثلما هو واضح من الرسم البياني السابق.

3 – في الحالة هذه يظهر بان العرض السوقي يبقى دون تغيير عند S



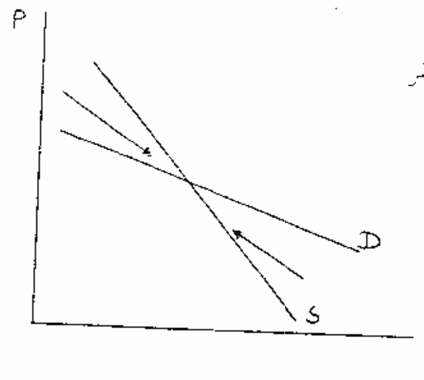
الطلب الفردي هو 22 وحدة، الطلب السوقي إذا يصبح $Q = 22(20) = 440$، والذي يمكن إيجاده بالتجميع الأفقي لمنحنيات الطلب الفردي.

منحنى العرض والطلب في هذه الحالة يتطابقان وبالتالي فان سعر التوازن هو $P \geq 6$ أي أن أي سعر أكبر أو يساوي 6 يحقق التوازن داخل السوق مهما كانت الكمية.

حل التمرين السابع:

يدل الجدول على سوق مستقر

مثلما هو واضح من الرسم



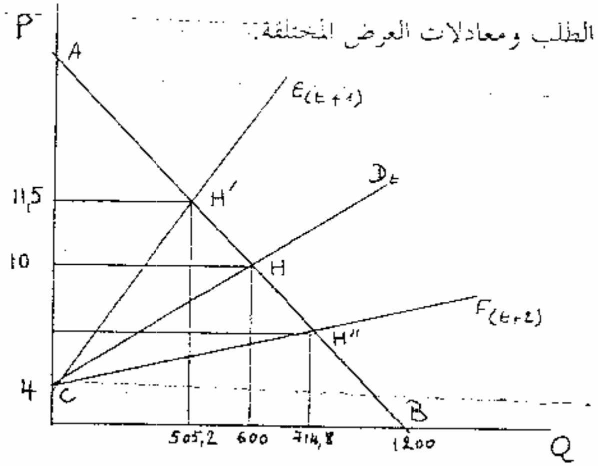
ذلك انه عند الأجور التي تزيد عن سعر التوازن، يتوافر فائض في عرض السلعة وانخفاض في الطلب عليها مما يشد السعر تجاه مستوى التوازن وعندما تنخفض الأجور دون سعر التوازن يتولد عجز في الكمية المعروضة وفائض في الطلب عليها الأمر الذي يشد السعر إلى اعلي تجاه مستوى التوازن.من جهة أخرى فان منحنى العرض السوقي اشد انحدارا من منحنى الطلب السوقي مثلما هو واضح من الشكل.

حل التمرين الثامن:

I - بناءا على التغيرات في منحنى العرض في الفترتين (t+1), (t+2) من الشكل أدناه يمكن ملاحظة:

- في الفترة (t+1) ارتفاع سعر التوازن وانخفاض في الكمية المتبادلة.
- قي الفترة (t+2) انخفاض في سعر التوازن وزيادة في الكمية المتبادلة أو المباعة.

أمام كل وضعية فان الإيرادات الإجمالية للمنتجين هي مختلفة ويمكن احتسابها عن طريق إيجاد النقاط H , H', H'' ولأجل هذا يجب إيجاد معادلات الطلب ومعادلات العرض المختلفة.



معادلة الطلب AB: هذه المعادلة هي من الشكل $Y = aX + b$

أو بشكل آخر وحسب معطيات التمرين فهي تأخذ الشكل التالي:

$$P = -aX + b$$

لدينا b=20 وعندما (P=20 ,X=0) كذلك X=1200 عندما P=0

$$0 = -a(1200) + 20 \Leftarrow$$

وبالتالي يمكن كتابة معادلة الطلب كالتالي حيث إن: $a = \frac{1}{60}$

$$P = -\frac{1}{60}X + 20$$

معادلة العرض في الفترات المختلفة:

CD

C(P=4,X=0), D(P=16,X=1200)

Y= aX +b ===> P= aX + b

P =4 ==> 4 = a(0) + b ===>b =4

P = 16==> 16 = a(1200) +4 ==> a =12/1200

a =0.01

معادلة العرض CD هي: P = 0.01 X + 4

معادلة العرضCE في الفترة(t+1)

C(P= 4 , X= 0) ، E(p =16 ,X =800) هي: $P = \frac{3}{200}X + 4$

معادلة العرض CF في الفترة (t+2)

C(P =4 ,X =0) ، F (P =8, X= 700) هي $P = \frac{1}{175}X + 4$ كل نقطة توازن هي معطاة بتقاطع كل من منحنى العرض والطلب أي بتساوي دالة العرض والطلب. ويمكن أن نرمز إلى نقطة التوازن ب H في الفترة (t)

$$P = -\frac{1}{60} + 20 \quad , \quad P = 0{,}01X + 4 \Rightarrow -\frac{1}{60}X + 20 = \frac{1}{100}X + 4$$

$$16 = \frac{1}{100}X + \frac{1}{60}X \Rightarrow \frac{8X}{300} = 16 \Rightarrow X = 600 \quad , \quad P = 10$$

التوازن في الفترة (t+1) عند النقطة'H عند وضعية المحصول السيئ هو:

$$P = -\frac{1}{60} + 20, P = \frac{3}{200}X + 4 \Rightarrow \frac{-1}{60X} + 20 = \frac{3}{200}X + 4$$

$$16 = \frac{3}{200}X + \frac{X}{60} \Rightarrow \frac{18X + 20X}{1200} = 16 \Rightarrow \frac{38}{1200}X = 16 \Rightarrow$$

$$X = 505{,}27 P \quad = 11{,}58$$

التوازن في الفترة(t+2) عند النقطة''H أي عند وضعية المحصول الجيد

$$P = \frac{-1}{60}X + 20 \& P = \frac{1}{175}X + 4 \Rightarrow -\frac{1}{60}X + 20 = \frac{1}{175}X + 4 \Rightarrow$$

$$P = 8.08 \& X = 714{,}89$$

كل نقطة توازن هي معطاة بتقاطع كل من العرض والطلب السوقيين، وبالتالي فان إيراد المنتجين عند النقاط المختلفة هي كالتالي:

- إيراد المنتجين عند النقطة H TR(H) = 600(10) = 6000

- إيراد المنتجين عند النقطة 'H

TR(H') = 505,27 (11,58) = 5851,02

- إيراد المنتجين عند النقطة ''H

TR(H'') = 714,89(8,08) = 5776,31

نستنتج انه إذا كان المحصول جيد أو رديء فان الإيراد الإجمالي للفلاحين سوف يتجه إلى الانخفاض انطلاقا من CD.

ففي حالة المحصول المتوسط بلغ الإيراد الإجمالي 6000، أما في حالة المحصول الجيد فقد بلغ 5776.31 وهذا الرقم المحصل عليه هو نتيجة ارتفاع الكمية المباعة والتي لا يمكنها تغطية الخسارة نتيجة انخفاض الأجور.

أما في حالة المحصول الرديء والذي بلغ الإيراد عنده 5851.02 فهذا الرقم المحصل عليه نتيجة ارتفاع الأجور لا يكفي لتغطية الخسارة وبالتالي انخفاض الإيراد الناتج عن انخفاض الكمية.

2 – عند انتقال منحنى العرض بينما تبقى وضعية الطلب دون تغيير فان توازن السوق يتحقق على مدى منحنى الطلب AB.

إن إيرادات المنتجين تتوافق والنفقات الإجمالية للمستهلك عند كل نقاط المنحنى، وبالتالي فان اتجاه التغير في الإيرادات المرتبطة بمنحنى الطلب ترجع لما يعرف بمرونات منحنى الطلب.

معادلة الإيراد الإجمالي ما هي إلا: $TR = P.X = -\frac{1}{60}X^2 + 20X$

منحنى الإيراد الكلي لا يكون له معنى اقتصادي إلا إذا كان X موجب أو اكبر من الصفر أي أن:

$$TR > 0 \Longrightarrow 0 < X < 1200$$

فمن اجل X يأخذ القيم من 0 إلى 600 فان الإيراد الكلي يتزايد باستمرار بانخفاض الأجور.

من اجل X = 600 فان الإيرادالإجمالي يصل إلى أقصى قيمة له أي انه يساوي 6000.

من اجل X يأخذ القيم من 600 إلى 1200 فان الإيراد الكلي ينخفض باستمرار بانخفاض الأجور.

يمكننا تشكيل النتائج بشكل آخر كالتالي:

– عندما يرتفع سعر التوازن من 0 إلى 10 فان الإيراد الكلي سوف يزداد باستمرار ؛

– أما ما بين 10 إلى 20 فان الإيراد الكلي سوف ينخفض باستمرار وهذا دائما يرجع إلى المرونات.

إن المحصول الجيد الذي يعمل على انخفاض الأجور يمكن أن يكون له اثر على الإيراد الكلي كالتالي:

– زيادة في الإيراد الكلي للفلاحين إذا كان منحنى الطلب مرنا النقطة A في اتجاه H؛

أما المحصول الرديء الذي يعمل إلى ارتفاع السعر فان أثره على الإيراد الكلي سوف يكون كالتالي:

– زيادة الإيراد الكلي للفلاحين إذا كان الطلب غير مرن النقطة B في اتجاه H ؛

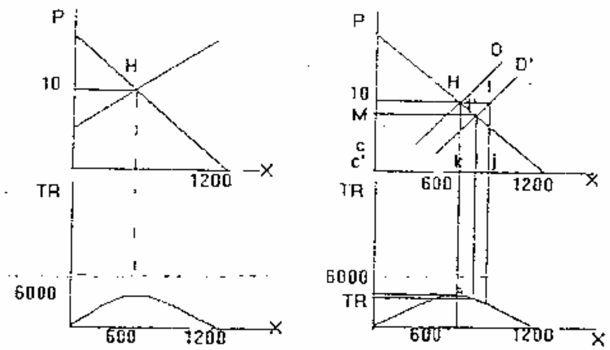
– انخفاض في الإيراد الكلي للفلاحين إذا كان الطلب مرنا، النقطة H في اتجاه A مثلما هو واضح من الشكل.

3 – إن السؤال الثالث يتعلق بإجراء تدخل الدولة في السوق. فالتطور العلمي التقني يؤثر بشكل مباشر على الكمية المعروضة أمام كل سعر، ذلك أن المنتجين سوف يطرحون كميات اكبر من الإنتاج في السوق أمام التطور العلمي المدخل في العملية الإنتاجية. وبالتالي فان التوازن في السوق يتحقق عند أسعار اقل والتي تعمل على انخفاض في الإيرادات الإجمالية للفلاحين.

أما إذا كان هذا الأجراء أمام سعر مضمون وثابت عند 10 مثلما جاء في السؤال، فإننا نتوقع وجود فائض في العرض بمقدار HI مثلما هو واضح من الرسم والذي يعادل 400.

ان تحديد السعر الثابت $P = 10$ سوف يعمل على:

- فائض في الإنتاج (عرض فائض) بمقدار المساحة HIJK المعادلة لمقدار $400(10) = 4000$ ؛
- إيراد كلي مقداره 6000 وهو اكبر من ذلك الذي يمكن تحقيقه إذا تم تحديد السعر في السوق بشكل آلي ومقدار هذا الأخير تعادل المساحة MI'LO أو TR على الرسم البياني الخاص بالإيراد المرافق للرسم الخاص بالعرض والطلب في السوق.



حل التمرين التاسع:

1 - الطلب السوقي لسلعة ما يمكن الحصول عليه بالتجميع الأفقي للطلب الفردي. الكمية المطلوبة الإجمالية عند سعر معين تساوي مجموع الكميات المطلوبة من طرف كل مستهلك عند هذا السعر.

في حالة تمريننا يوجد 10 مستهلكين من كل نوع، الطلب الإجمالي D يمكن الحصول عليه كالتالي:

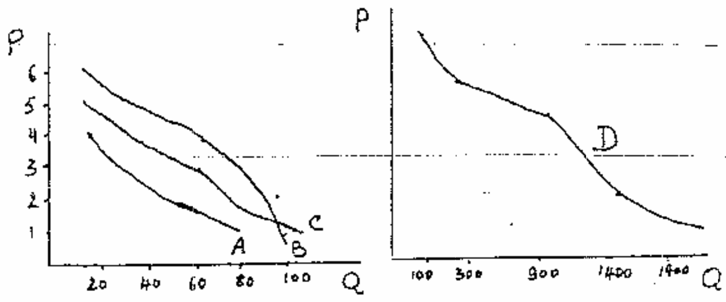
من اجل $P = 4$ يكون لدينا:

$$D = (10x10) + (50x\ 10) + (30x10) = 900$$

في المجموع يكون لدينا الجدول التالي:

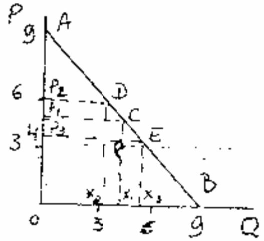
P	7	6	5	4	3	2	1
Q	0	100	300	900	1400	1900	2700

2 - التمثيل البياني:



3 – إذا كان سعر السلعة هو P = 5 فان دخول مستهلكين جدد من الصنف A لن يكون له أي تأثير على الطلب الإجمالي عند هذا السعر. بينما يكون لهم تأثير عند الأسعار الأقل. وبالتالي لن يكون هناك أي اثر على الإنفاق الإجمالي المحقق عند هذا السعر.

حل التمرين العاشر:



1 – التمثيل البياني لمنحنى الطلب:

من اجل P =5 فان الإنفاق الكلي يعادل 20

وهو يتوافق والمساحة OP_1CX_1

فائض المستهلك الإجمالي هو عبارة عن مساحة المثلث P_1AC أي أن: $\frac{P_1A \times P_1C}{2} = 8$

فائض المستهلك يتوافق والمساحة المحددة بنقاط منحنى الطلب الموافقة والأسعار الأعلى من (الخطAC)

2 – ارتفاع السعر حتى P = **6** سوف يدخل تغيرات على الإنفاق الكلي الإجمالي. المساحة الجديدة للإنفاق الإجمالي تصبح $P_2DX_2O = 18$.

هناك انخفاض في فائض المستهلك التي تصبح:

$$P_2DA = \frac{3 \times 3}{2} = 4.5$$

الخسارة في فائض المستهلك هي ممثلة بالمساحة: $P_1P_2DC = 8 - 4.5 = 3.5$

3 – النقطة التي إحداثياتها X=4 , P=5 تتوافق والنقطة C من الطلب الأول.

النقطة التي إحداثياتها X = 5, P = 4 تمثل النقطة E من الرسم البياني.

عند النقطة C، الإنفاق الإجمالي هو: $P_1CX_1O = 4 \times 5 = 20$

فائض المستهلك هو: $P_1AC = \frac{4 \times 4}{2} = 8$

عند النقطة E الإنفاق الكلي هو $P_3EXO = 4 \times 5 = 20$

فائض المستهلك هو: $P_3AE = \frac{5 \times 5}{2} = 12.5$

يمكن إذا مشاهدة بان الانتقال من C إلى E لا يدخل أي تغير في الإنفاق الإجمالي للمستهلك، ولكن يعمل على الزيادة في فائض المستهلك.

القيمة الإضافية في فائض المستهلك بعد انخفاض السعر ممثلة بالمساحة:

$$P_1CEP_3 = 12.5 - 8 = 4.5$$

هذا الفائض يتركب من جزأين:

- المساحة P_1CFP_3 تتوافق وزيادة في فائض المستهلك من جراء شراء 4 وحدات من X. هذا المكسب يستخدم في شراء الوحدة الخامسة بسعر P = 4 حيث أن الإنفاق الإجمالي لم يتغير.

- المساحة CFE المساوية لقيمة . CFE = 4.5 - 4 = 0.5.

إذا أن انخفاض السعر سوف يعمل على زيادة فائض المستهلك حيث الجزء الأول يوجه لشراء وحدة إضافية من السلعة X أما الجزء الثاني، أي المساحة CFE=0.5 فلا تنفق الشراء المادي بقدر ما لها أهمية بسيكولوجية على المشتري.

التمرين الرابع : بافتراض أن الكمية المطلوبة من السلعة Q هي دالة في سعر هذه السلعة P وأسعار السلع الأخرى Pi وكذا الدخل النقدي R.

المطلوب : 1 - ماذا يطلق على المؤشرات التي تقيس التغير النسبي في الكمية المطلوبة الناتج عن التغير في كل من سعر السلعة وأسعار السلع الأخرى والدخل النقدي.

2 - بافتراض أن الطلب على السلعة ممثل بالدالة التالية :

$$Q = P^{-0.3} Pi^{0.1} R^{0.4}$$

ما هي نسبة التغير في الكمية المطلوبة إذا ما حدث وان:

أ - ارتفع سعر السلعة ب 10% مع بقاء العوامل الأخرى ثابتة ؟

ب - ارتفعت أسعار السلع الأخرى بـ 5% مع بقاء العوامل الأخرى دون تغيير ؟ اشرح النتيجة ؟

ج - ارتفع الدخل النقدي بـ 10% مع بقاء العوامل الأخرى دون تغيير ؟ ما نوع السلعة ؟

التمرين الخامس : لتكن لدينا دالة الطلب على سلعة ما كالتالي:

$$Q = 40 - 0.5 P$$

بافتراض تواجد دالة طلب على سلعة أخرى هي السلعة Y . هذه الدالة هي خطية يتقاطع منحناها مع منحنى دالة الطلب الأولى عند النقطة A عندما السعر يكون معادلا لـ 8 . كما أن مرونة الطلب السعرية بالنسبة للسلعة Y تساوي ضعف مرونة الطلب السعرية بالنسبة للسلعة X عند نقطة التقاطع .

المطلوب إيجاد معادلة الطلب على السلعة Y .

التمرين السادس: يوضح الجدول أدناه كميات قطع اللحم التي تشتريها سنويا أسرة عند المستويات المختلفة للدخل.

الدخل	4000	6000	8000	10000	12000	14000	16000	18000
الكمية	100	200	300	350	380	390	350	250

المطلوب: 1 - أوجد المرونة الدخلية لطلب هذه الأسرة بين مستويات الدخل المختلفة لهذه الأسرة؟

2 - ما هو مدى الدخل الذي تعتبر فيه هذه الأسرة قطع اللحم سلعة كمالية أو دنيا؟

3 - ارسم المنحنى الذي يبين العلاقة ما بين الكمية المطلوبة والدخل النقدي، ماذا يطلق على هذا المنحنى؟

التمرين السابع: لتكن لدينا دالة العرض التالية : $Q = 80 + 20P$

أوجد مرونة العرض السعرية عندما يكون السعر معادلا لـ 4؟

التمرين الثامن: إذا كان الطلب السوقي على سلعة اللحم مرنا، هل أن رفع السعر يؤدي إلى زيادة أو تخفيض في دخول بائعي هذه السلعة؟

التمرين التاسع: تكلم باختصار عن العوامل المؤثرة في معامل مرونة العرض السعرية؟

التمرين العاشر: في سنة ما بينت الإحصائيات، بان هناك عائلة تمتلك دخلا سنويا مقداره 170000 دج سنويا يخصص على مكونات الاستهلاك حسب الجدول التالي:

مجالات الاستهلاك	هيكل الإنفاق %	المرونة الدخلية
الصحة	13.9	1.04
السكن	18.2	1.08
النقل والاتصال	13.8	1.38
السياحة والاستجمام	6.3	1.18
تجهيز السكن	8.3	0.11
اللباس	6.4	0.22
المواد الغذائية	20.7	0.40
سلع وخدمات أخرى	12.4	1.21

خلال السنة الموالية تحصلت هذه العائلة على زيادة حقيقية مقدارها 1% من دخلها المتاح.

المطلوب: 1 - احسب مقدار الإنفاق لكل تخصيص من تخصيصات دخل هذه العائلة، قبل وبعد الزيادة في الدخل وكذا نسبة التغير في الإنفاق لكل تخصيص؟

2 - أوجد مرونة الطلب الدخلية لهذه العائلة؟

3 - أوجد نسبة الادخار (ذلك الجزء من الدخل غير المنفق) لهذه العائلة؟ واشرح النتيجة؟

التمرين الحادي عشر: مؤسسة اقتصادية متخصصة في إنتاج وبيع المشروبات الغازية، تخطط لوضع سياسة جديدة لأسعارها وإيراداتها. بافتراض أنها على علم بالمعطيات التالية:

نوع السلعة	مرونة الطلب الدخلية	مرونة الطلب السعرية
مشروبات غازية عادية	- 0.02	0.14
مشروبات الكوكاكولا	0.79	0.56
مشروبات الفانتا	0.53	1.61
مشروبات السينيا	0.59	- 0.47

ملاحظة: اسبقنا مرونة الطلب السعرية عند حسابها بإشارة (−) لنحصل على قيم صحيحة.

المطلوب: 1 - بافتراض أن الدولة عملت على تثبيت أسعار هذه السلع.احسب نسبة التغير في الكمية المطلوبة لكل مشروب من هذه المشروبات، وفي أي اتجاه سوف تتطور إيرادات هذه المؤسسة (دخولها) من كل سوق من هذه الأسواق الأربعة، إذا ما توقعنا بأن القوة الشرائية (الدخل) للمستهلكين ستزيد بنسبة 2 % ؟ اشرح ذلك؟

2 - نفترض الآن بان القدرة الشرائية للمستهلكين تبقى ثابتة، وان الأسعار تحددها المؤسسة بكل حرية في هذه الأسواق الأربعة. ما هي سياسة المؤسسة السعرية بالنسبة لكل سلعة إذا كانت تهدف هذه المؤسسة إلى الرفع من إيراداتها؟ اشرح ذلك؟

التمرين الثاني عشر: لتكن لدينا أربع شركات D,C,B,A تعمل في صناعة تنافسية ولها دوال العرض التالية:

$$S_A = 16 + 4P \quad , \quad S_B = 32 + 5P \quad , \quad S_C = 5 + P \quad , \quad S_D = 60 + 7P$$

المطلوب: 1 – أوجد دالة العرض السوقي؟

2 – أن الطلب على سلعة هذه الشركات يتشكل من ثلاث مجموعات من المستهلكين 1،2،3 لها دوال الطلب التالية:

$$D_1 = 500 - 5P \quad , \quad D_2 = 400 - 4P \quad , \quad D_3 = 413 - 4P$$

أوجد دالة الطلب السوقي؟

3 – حدد سعر وكمية التوازن السوقيين؟

4 – أوجد مرونة الطلب السعرية للسوق؟ وكذا المرونة الفردية؟

التمرين الثالث عشر: في دراسة قام بها صاحب مسرح لتحديد افضل سعر لتذكرة الدخول، تبين بان دالة الطلب على تذاكر الدخول لها الشكل التالي: $D = \frac{a}{p} - b$

حيث أن: P هو سعر التذكرة؛ D هو عدد المتفرجين؛ a,b ثوابت.

كما نعلم بان عدد الأماكن في هذا المسرح هو بالتحديد 500 مكان.

لقد تبين لصاحب المسرح بأنه عندما يكون سعر التذكرة الواحدة 40 دينار

فان عدد المتفرجين يصل إلى 250 متفرجا، أما عند السعر 35 دينار فان عدد المتفرجين يصل إلى 350 متفرجا.

المطلوب: 1 – أوجد الثوابت a,b؟

2 – أوجد السعر المناسب لكي تستنفذ كل الأماكن؟

3 – إن صاحب هذا المسرح يتوقع بأنه عند السعر 30 دينار فان الأماكن سوف تستغل بنسبة 90%. هل هذا التوقع صحيح؟

التمرين الرابع عشر: لنفترض منحنى طلب متناقص على شكل خط مستقيم يقطع المحور العمودي في النقطة A والمحور الأفقي في النقطة B. لنأخذ أي النقطة على المنحنى المحدد ولتكن C_1 والتي لها الإحداثيات OQ_1 OP_1.

1 – أوجد الصيغة الهندسية لمرونة الطلب السعرية عند النقطة C_1؟

2 – انطلاقا من نتيجة المطلب الأول بين كيف يتطور معامل المرونة عند التحرك على المنحنى AB؟

3 – نفترض بان منحنى الطلب AB لها الشكل التالي: $P = 6 - 2Q$.باستعمال نتيجة المطلب الأول أوجد قيمة إحداثيات النقطة C_1 عندما يكون معامل المرونة معادلا لـ 1، 0، ∞.

التمرين الخامس عشر:

قرر صاحب محل لبيع الكتب أن يغير من سياسته السعرية، وكل هدفه هو زيادة مبيعاته وبالتالي زيادة إيراداته. إن الفكرة الأساسية هي إجراء

تخفيض مقداره 20 % من أسعار الكتب. في الواقع أن صاحب المكتبة اتخذ هذا الرهان بهدف زيادة رقم أعماله. إذا كنت على علم بمعامل مرونة الطلب السعرية، هل تستطيع أن توضح بان السياسة الجديدة المتبعة ستسمح بإعطاء نتائج إيجابية؟ ولماذا؟ بين ذلك؟

التمرين السادس عشر:

بافتراض انه لدينا دالة الطلب على السلعة X معطاة على الشكل التالي:

$$Q_X = 4850 - 5P_X - 1.5P_Y - 0.1R$$

حيث ان R يمثل الدخل و P_X, P_Y هما سعري السلعتين Y,X على التوالي.

المطلوب: 1 - احسب مرونة الطلب الدخلية بالنسبة للسلعة X واشرح النتيجة؟

2- احسب المرونة التقاطعية للطلب على السلعة X مع تفسير النتيجة؟

3- تكلم باختصار عن العوامل المؤثرة في مرونة العرض؟

علما ان: $P_X = 200,\quad P_Y = 100,\quad R = 1000$

حل تطبيقات حساب المرونات

حل التمرين الأول:

مرونة الطلب السعرية لها الشكل التالي: $E_D = -\frac{\Delta Q}{\Delta P}\frac{P}{Q}$

اشتقاق الدالة هو: dQ/dP = -0.025

عندما يكون السعر معادلا ل- 300000 فان الكمية المطلوبة تعادل:

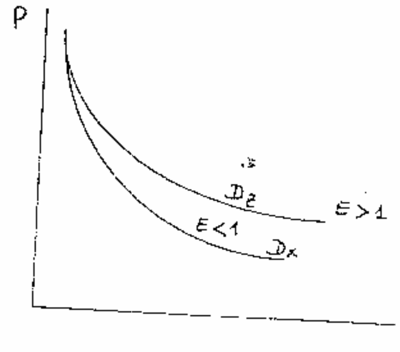
Q= 10000- 0.025(300000)

وبالتالي تكون المرونة

$$E_D = 0.025\frac{300000}{10^4 - 0.025\times 3\times 10^5} = -3$$

حل التمرين الثاني:

السعر	الكميات من X	الإنفاق الكلي على X	الكميات من Z	الإنفاق الكلي على السلعة Z
6	100	600	100	600
5	110	550	150	750
4	120	480	225	900
3	150	450	325	975
2	200	400	500	1000
1	200	300	1100	1100



حيث أن الإنفاق الكلي على السلعة X ينخفض باستمرار مع انخفاض سعرها فإن معامل مرونتها السعرية يكون اقل من الواحد الصحيح على طول المنحنى D(x). أما في حالة السلعة Z فان الإنفاق الكلي عليها يرتفع باستمرار مع انخفاض سعرها. لذلك فان معامل المرونة السعرية يكون اكبر من الواحد الصحيح على طول منحنى الطلب D(z).

حل التمرين الثالث:

لدينا دالة الطلب الدخلية كالتالي: $Q = 30 + 0.75M$

عندما يعادل الدخل 2000 فان الكمية المطلوبة سوف تصبح:

$$Q = 1530$$

مرونة الطلب الدخلية هي: $E_M = \frac{\Delta Q}{\Delta M}\frac{M}{Q} = 0.75\frac{2000}{1530} = 0.98$

حل التمرين الرابع:

1 - بشكل عام عندما يكون المتغير التابع Y للمتغير المستقل X فان التغير كنسبة مئوية لـ Y كدالة للتغير النسبي في X ينعكس في مؤشر

يطلق عليه بالمرونة. أي مرونة Y بالنسبة لـ X والذي يعادل العلاقة التالية:

$$E_{X/Y} = \frac{\Delta Y}{\Delta X}\frac{X}{Y}$$

وبالتالي يكون لدينا من التمرين أن الكمية المطلوبة تابع لمتغيرات ثلاث. أي أن:

$$Q = F(P, Pi, R)$$

يمكننا حساب ثلاثة أنواع من المرونات وهي:

- مرونة الطلب السعرية: $E_D = \frac{\Delta Q}{\Delta P}\frac{P}{Q}$
- مرونة الطلب التقاطعية: $E_{X/Y} = \frac{\Delta Q}{\Delta Pi}\frac{Pi}{Q}$
- مرونة الطلب الدخلية: $E_R = \frac{\Delta Q}{\Delta R}\frac{R}{Q}$

2 - أ:

$$E_D = \frac{-0.3P^{-0.3}P_i^{0.4}R^{0.4}R}{P^{-0.3}P_i^{0.4}R^{0.4}} = 0.3$$

ما دامت مرونة الطلب السعرية تعادل 0.3 فان الطلب غير مرن.

هذا يعني انه إذا ارتفع السعر بـ 10% فان ذلك سوف يؤدي إلى انخفاض في الكمية المطلوبة بـ 3%.

ب -

$$E_{X/Y} = \frac{0.1P^{-0.3}Pi^{+0.4}R^{0.4}R}{P^{-0.3}Pi^{0.4}R^{0.4}} = 0.1$$

إذا ارتفعت أسعار السلع الأخرى ب- 5% و مادامت مرونة الطلب التقاطعية تساوي 0.1 فان التغير النسبي في الكمية المطلوبة سوف يكون بنسبة 0.5%. ومادامت المرونة موجبة فان السلعتين بديلتين لبعضهما

ج -

$$E_R = \frac{0.4 P^{-0.3} Pi^{0.1} R^{-0.6} R}{P^{-0.3} Pi^{0.1} R^{0.4}} = 0.4$$

إذا ارتفع الدخل بـ10% ومادامت المرونة التقاطعية تساوي 0.4 فان التغير النسبي في الكمية المطلوبة سوف يكون ب-4%.ومادام معامل المرونة موجب وأقل من الواحد الصحيح فان هذه السلعة هي سلعة عادية وضرورية.

حل التمرين الخامس:

عندما يساوي السعر 8 وحدات نقدية، فان الكمية المطلوبة من السلعة X تعادل Q(x) = 36.

عند النقطة A يتقاطع المنحنيين للطلب على السلعتين وبالتالي فان:

$$\frac{Px}{Qx} = \frac{Py}{Qy}$$

لدينا عند نقطة التقاطع مرونة Y ضعف مرونة X، وبالتالي يمكن كتابة:

$$\frac{dQx}{dPx}\frac{Px}{Qx} = \frac{1}{2}\frac{dQy}{dPy}\frac{Py}{Qy}$$

نستنتج بان: $\frac{dQx}{dPy} = \frac{1}{2}\frac{dQy}{dPy} \Rightarrow \frac{1}{2} = \frac{1dQy}{2dPy} \Rightarrow \frac{dQy}{dPy} = 1$

أن دالة الطلب على السلعة Yهي دالة خطية من النوع: Q(y) = a P(y) + b ==> Q(y)= - P(y) + b

من جهة أخرى إن الدالة تمر بالنقطة: A حيث ان P= 8 و a=36

وبالتالي يمكن الحصول على قيمة b.

36 = - 8 + b ==> b = 44

وفي النهاية نحصل على دالة الطلب على السلعة Y كالتالي:

Q(y) = - P(y) +44

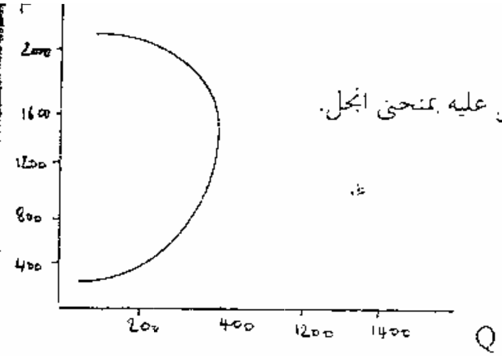
حل التمرين السادس:

1 - باستعمال قانون إيجاد المرونة الدخلية، فانه من الجدول يمكن إيجاد المرونات الدخلية للمستويات المختلفة من الدخل:

المرونة	2.0 و 1.5	0.67، 0.43، 0.16	-0.72 و -2.29
نوع السلعة	سلعة كمالية	سلعة ضرورية	سلعة دنيا

2 - نلاحظ انه عند المستويات الدنيا من الدخل لهذه الأسرة من 4000 إلى 8000 فان اللحم يعتبر سلعة كمالية. أما ما بين 8000 و 14000 فان اللحم يعتبر سلعة ضرورية، بينما عند المستويات العليا أي بين 14000 و 18000 فان الأسرة بدأت في تخفيض استهلاكها لهذه السلعة رغم ارتفاع الدخل و بالتالي تعتبر السلعة سلعة دنيا.

3 - الرسم البياني هو واضح كالتالي:



يطلق على المنحنى المحصل عليه بمنحنى النحل.

حل التمرين السابع:

عند السعر $P=4$ فان الكمية المعروضة هي:

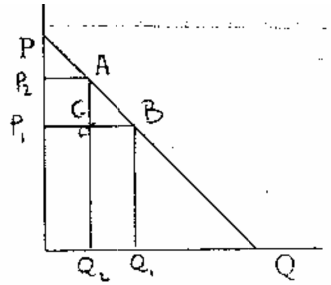
$$Q = 80+20(4) = 160$$

لدينا كذلك:
$$\frac{dQ}{dP} = 20$$

يمكن إيجاد مرونة العرض كالتالي:
$$E = \frac{dQ.P}{dP.Q} \Rightarrow \frac{20 \times 4}{160} = 0.5$$

نلاحظ بان العرض غير مرن ذلك ان معامل المرونة اقل من الواحد.

حل التمرين الثامن:



ان ارتفاع سعر اللحم يعني انخفاض الكمية المطلوبة من هذه السلعة. فعند السعر P1 فان الجزارين سوف يبيعون الكمية Q1 إذا ارتفع السعر إلى P2 فان الكمية المباعة تصبح Q2، أي انخفاض في الكمية المباعة.

ما دام الجزارين يتعاملون مع منحنى طلب مرن أي ان درجة حساسية الكمية للتغير في السعر تكون كبيرة وبالتالي نتواجد في الجزء الأعلى من منحنى الطلب.

فإذا ارتفع سعر اللحم فان دخل الجزارين سوف يزداد بمقدار المساحة P1P2AC بينما ينخفض بمقدار المساحة Q1Q2CB كما نلاحظ بان المساحة الأولى اقل من الثانية، أي ان الزيادة في الدخل هي اقل من الانخفاض في الدخل. وبالتالي فان ارتفاع السعر سوف يؤدي إلى انخفاض في دخول بائعي اللحم مثلما هو واضح من الرسم البياني.

حل التمرين التاسع:

العوامل المؤثرة في مرونة العرض السعرية:

1 - الطاقات الإنتاجية المتاحة: عندما تكون قدرة المنتجين على زيادة الناتج أو إنقاصه لا تتعلق مباشرة بالسعر وإنما بالطاقات الإنتاجية، لذلك عندما يرتفع سعر سلعة ما وتتوفر طاقات غير مستغلة أو يمكن زيادة الطاقات الحالية بسرعة كافية يمكن زيادة العرض نتيجة لارتفاع السعر، فيكون العرض في هذه الحالة مرنا. أما إذا لم يحدث ذلك فان زيادة السعر لن تقود إلى زيادة العرض مما يجعل العرض غير مرن في هذه الحالة.

2 - طبيعة السلعة ودرجة تعميرها: عندما ينخفض سعر سلعة ما، فان عرضها سوف يتأثر بطبيعة السلعة ودرجة تعميرها. فالسلعة التي لا يمكن الاحتفاظ بها مدة طويلة ولا يمكن تخزينها إلا بتكاليف باهظة تحمل المنتج على عرضها للبيع حتى ولو كان السعر اقل مما يتوقع.في هذه الحالة ينتظر بان تكون مرونة السلعة كبيرة والعكس صحيح.

حل التمرين العاشر:

1 - مقدار الإنفاق لكل تخصيص من تخصيصات دخل هذه العائلة قبل وبعد الزيادة في الدخل وكذا نسبة التغير في الإنفاق لكل تخصيص.

الجدول الموالي يمثل الحسابات المختلفة.

المكتبة المركزية

التخصيصات	المرونة E	تخصيصات الدخل قبل ارتفاعه F	نسبة التغير X	مقدار التغير FX	التخصيصات بعد التغير F+FX
الدخل		170000	%1	1700	171700
الصحة ...	1.04	23630	%1.04	245.75	23875.75
السكن	1.08	30940	%1.08	334.15	31274.15
النقل والمواصلات	1.38	23460	%1.38	323.75	23783.78
السياحة والاستجمام	1.18	10710	%1.18	126.38	10836.38
تجهيز السكن	0.11	14110	%0.11	15.52	14125.52
اللباس	0.22	10880	%0.22	23.93	10903.93
المواد الغذائية	0.40	35190	%0.40	140.76	35330.76
سلع وخدمات أخرى	1.21	21080	%1.21	255.07	21335.07
المجموع		170000		1465.31	171465.31
الادخار الإضافي				234.69	234.69

العمود F تم الحصول عليه بضرب الدخل المتاح بمعامل أو نسبة كل تخصيص من الميزانية أو الدخل:

مثال على ذلك: $23630 = 170000 \times 0.139$

نعرف فقط مرونة الطلب الدخلية بالنسبة لكل تخصيص إذا:

$$\frac{\Delta X}{X} = \frac{\Delta R}{R} E \Leftarrow \quad E = \frac{\Delta X}{\Delta R}\frac{R}{X} = \frac{\frac{\Delta X}{X}}{\frac{\Delta R}{R}}$$

مادام:

$$\frac{\Delta X}{X} = 0.01E \Leftarrow \quad \frac{\Delta R}{R} = 0.01$$

2 - مرونة الطلب الدخلية:

معدل الزيادة في الطلب الإجمالي هو:

$$\frac{\Delta X}{X} = \frac{1465}{170000} = 0.00862$$

مرونة الطلب الدخلية تساوي:

$$E_R = \frac{\frac{\Delta X}{X}}{\frac{\Delta R}{R}} = \frac{0.00862}{0.01} = 0.86$$

3 - الادخار بالتعريف هو ذلك الجزء من الدخل غير المنفق، ويعادل الدخل مخفضا منه مقدار الاستهلاك أي:

$$S = 171700 - 171465.31 = 234.69$$

نسبة الادخار هي: $\frac{\Delta S}{S} = \frac{234.69}{171700}100 = 0.14\%$

يلاحظ بان نسبة الدخل المخصصة للادخار تزداد في نفس الوقت الذي يزداد فيه الدخل.

هـذا المثال يؤكد مبدأ كبير والذي مرده انه كلما زاد الدخل،كلما زاد معـدل الادخـار. مع ملاحظة . أن النظرية النيوكلاسيكية للمستهلك لا تلاحـظ الادخـار لاستهلاك آخر: حيث أن مقدار الادخار يبقى مرتبطا بالحكم الذي يقرره المستهلك ما بين الاستهلاك الحالي والمستقبلي.

حل التمرين الحادي عشر:

1 - إذا لم يتغير السعر بينما يزداد الدخل الحقيقي ب 2 % فان الطلب والإيرادات المحققة على هذه السلع سوف تكون كالتالي:

المشروبات المختلفة	E	التغير في الطلب	اتجاه التغير في الإيرادات
مشروبات غازية عادية	-0.02	% -0.04	انخفاض في الإيرادات
مشروبات الكوكا كولا	0.79	% 1.58	زيادة في الإيرادات
مشروب الفانتا	0.53	% 1.06	زيادة في الإيرادات
مشروب السينيا	0.59	% 1.18	زيادة في الإيرادات

التغير في الطلب تم حسابه انطلاقا من: $\frac{\Delta X}{X} = E\left(\frac{\Delta R}{R}\right)$

بالنسبة للسلعة الأولى: $\frac{\Delta Q}{Q} = -0.02(2\%) = -0.04\%$

وهكذا بالنسبة للسلع الأخرى.

الشرح: نلاحظ بان المشروبات الغازية العادية لها مرونة طلب دخلية سالبة لذلك فان ارتفاع الدخل سوف يعمل على تخفيض الطلب عليها. وبما أن السعر لم يتغير فإن الإيراد الكلي من هذا المشروب سوف ينخفض.

بيما المشروبات الأخرى حيث المرونات الدخلية موجبة فان زيادة الدخل الحقيقي ب 2 % فان ذلك سوف يؤدي إلى تغير الطلب في الاتجاه الموجب، وبالتالي ترتفع إيرادات المؤسسة من هذه المشروبات الثلاثة.

2 - إن معرفة مرونة الطلب السعرية تسمح لنا بمعرفة في أي اتجاه يمكن للمؤسسة تغيير أسعارها من اجل زيادة رقم أعمالها. بالنسبة للمشروبات الغازية العادية و مشروب الكوكاكولا حيث المرونة

[0 ، 1] فــان رفع أسعارها سوف يؤدي إلى الرفع من إيرادات المؤسسة.

أمــا بالنســبة لمشروب الفانتا حيث المرونة اكبر من الواحد، فان تخفيض أسعارها سوف يؤدي إلى الزيادة من إيرادات المؤسسة.

بينما مشروب السينيا حيث مرونة الطلب السعرية سالبة، إذ أن منحنى الطلب هو متزايد، في هذه الحلة فان رفع السعر سوف يسمح بزيادة إيرادات المؤسسة. ويمكن توضيح كل هذه الحالات في الجدول التالي:

المشروبات المختلفة	مرونة الطلب السعرية	سياسة المؤسسة
مشروبات غازية عادية	0.14	رفع السعر
مشروبات الكوكاكولا	0.58	رفع السعر
مشروب الفانتا	1.61	تخفيض السعر
مشروب السينيا	- 0.47	رفع السعر

حل التمرين الثاني عشر:

1- العرض السوقي لهذه الشركات الأربع يتحدد بالتجميع الأفقي لدوال العرض الأربع:

$$S_T = S_A + S_B + S_C + S_D$$
$$S_T = 16 + 4P + 32 + 5P + 5 + P + 60 + 7P$$
$$S_T = 113 + 17P$$

الطلب السوقي يتحدد كذلك بالتجميع الأفقي لدوال الطلب الثلاث كالتالي:

$$D_T = D_1 + D_2 + D_3$$
$$D_T = 500 - 5P + 400 - 4P + 413 - 4P$$
$$D_T = 1313 - 13P$$

التوازن يتحقق عندما يتعادل كل من العرض والطلب:

$$S_T = D_T$$
$$113 + 17P = 1313 - 13P$$
$$P = 40$$
$$Q = 793$$

مرونة الطلب السعرية: $E_D = -\frac{\Delta Q}{\Delta P}\frac{P}{Q} = -(-13)\frac{40}{793} = 0,656$

مرونة الطلب الجزئية:

$$E_{D1} = -(-5)\frac{40}{500-200} = 0,667$$
$$E_{D2} = -(-4)\frac{40}{400-160} = 0,667$$
$$E_{D3} = -(-4)\frac{40}{413-160} = 0,632$$

حل التمرين الثالث عشر:

1- قيمة الثوابت. - هناك حالتين للتوازن:

$$250 = \frac{a}{40} - b$$
$$350 = \frac{a}{35} - b$$
$$350 - 250 = \frac{a}{35} - \frac{a}{40} \Rightarrow 100 = \frac{40a - 35a}{1400} \Rightarrow 5a = 140000$$
$$a = 28000$$
$$b = \frac{28000}{40} - 250 = 450$$

2 – السعر الأمثل لتشغيل القاعة كاملة:

إن دالة الطلب تصبح كالتالي: $D = \frac{28000}{P} - 450$

القاعة تمتلئ عندما يكون العرض الإجمالي مساويا لـ 500.

$$S = 500 = D = \frac{28000}{P} - 450$$

$$P = \frac{28000}{950} = 29{,}47$$

عند سعر 30 دينار فان الطلب يصبح: $D = \frac{28000}{30} - 450 = 483{,}33$

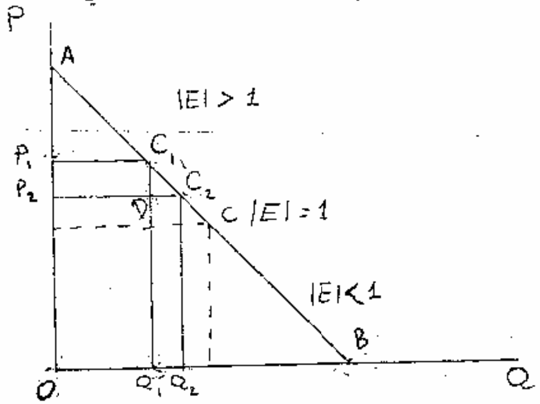
إذا نسبة تشغيل القاعة هي: $\frac{483{,}33X100}{500} = 96{,}6\%$

وبالتالي يمكن اعتبار تصور صاحب السينما تصورا صحيحا.

حل التمرين الرابع عشر:

1 – الصيغة الهندسية لمرونة الطلب عند النقطة C_1

يمكن الاستعانة بالرسم البياني أدناه لإيجاد الصيغة كالتالي:



$$E = \frac{Q_1Q_2}{P_1P_2} \cdot \frac{OP_1}{OQ_1}$$

$$Q_1Q_2 = DC_2$$

$$P_1P_2 = C_1D$$

$$E = \frac{DC_2}{C_1D} \cdot \frac{OP_1}{OQ_1}$$

يمكننا تصور المثلثين: $Q_1C_1B,\ DC_1C_2$ وهما متماثلين، وبالتالي يمكن كتابة الصيغ التالية:

$$\frac{DC_2}{C_1D} = \frac{Q_1B}{C_1Q_1}$$

ما دام $C_1Q_1 = OP_1$ فيكون لدينا:

$$\frac{DC_2}{C_1D} = \frac{Q_1B}{OP_1} \Rightarrow E = \frac{Q_1B}{OP_1} \cdot \frac{OP_1}{OQ_1}$$

$$E = \frac{Q_1B}{OQ_1}$$

2 – بمساعدة الصيغة السابقة يمكن توضيح كيف يتغير معامل المرونة وذلك بتحرك C_1 في اتجاه AB

- إذا تطابقت C_1 مع A: فان

$$BC_1 = BA \quad , \quad AC_1 = AA = 0$$

$$E = \frac{BA}{0} = \infty$$

- إذا ما تطابقتا C_1 مع B فان:

$$BC_1 = BB = 0 \quad , \quad AC_1 = AB$$

$$E = \frac{0}{AB} = 0$$

- إذا ما وقعت C_1 في منتصف AB فان

$$BC_1 = \overline{BC} = AC_1 = \overline{AC}$$
$$E = 1$$

- إذا تواجدت C_1 ما بين A و $\bar{C}$ فان:

$$BC_1 > AC_1$$
$$\infty > E > 1$$

- إذا وقعت C_1 ما بين $\bar{C}$ و Bفان:

$$BC_1 < AC_1$$
$$0 < E < 1$$

3 – منحنى الطلب له الصيغة التالية: $P = 6 - 2Q$

وبالتالي يكون لدينا OA = 6 وكذلك .OB = 3 عند كل نقطة C_1 على المنحنى ABتتحدد بالتالي:

$$OP_1 = 6 - 2(OQ_1)$$
$$OP_1 . OQ_1$$

هي إحداثيات النقطة C_1

من أجل الحصول على المرونة $E = \infty$ يجب أن يكون الكسر $\frac{Q_1B}{OQ_1} = \infty$ والذي يتحقق عندما $OQ_1 = 0$.

إذ كانت $OOP_1 = 6$ و $OQ_1 = 0$ فان هذا يتطابق والنقطة A(6,0)

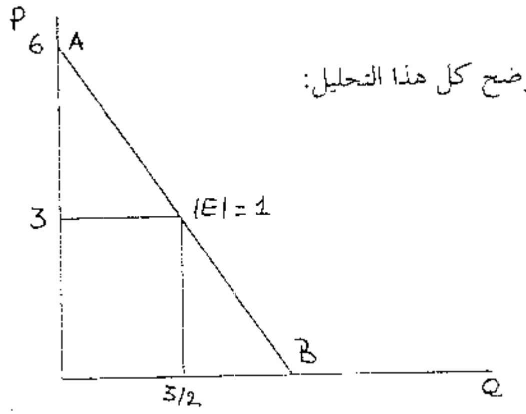
من اجل الوصول إلى المرونة $E = 0$ يجب أن يكون $\frac{Q_1B}{OQ_1} = 0$ وهذا ما يتحقق من أجل $Q_1B = 0$

إذا كانت $Q_1B = 0, OQ_1 = OB = 3$ و $OP_1 = 0$ فان C_1 تكون متطابقة مع النقطة B(0,3)

من اجل الحصول على المرونة $E = 1$ يجب ان يكون: $\frac{Q_1B}{OQ_1} = 1$ والذي يتحقق عندما: $Q_1B = OQ_1$

نعلم بان $OB = OQ_1 + Q_1B = 3$ من اجل الحصول على $E = 1$ يجب ان يكون $OQ_1 = \frac{3}{2}$ و $OP_1 = 3$ النقطة $C_1\left(3, \frac{3}{2}\right)$ تتواجد في منتصف المستقيم AB

والشكّل أدناه يوضح كل هذا التحليل:



حل التمرين الخامس عشر:

لأجل توضيح جدوى هذه السياسة الجديدة ومدى سدادها لابد من الرجوع إلى معامل مرونة الطلب السعرية. ذلك ان هذا المعامل هو الذي يعكس شكل منحنى الطلب. وبالتالي هل ان تخفيض الأسعار سيؤدي إلى زيادة رقم أعمال صاحب المكتبة أم لا؟

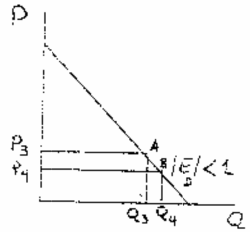
- فإذا كان معامل المرونة السعرية $E_D \rangle 1$ فان تخفيض الأسعار بنسبة 20% سوف يؤدي إلى زيادة إيرادات صاحب العمل. ذلك انه سيفقد جزء من إيراده المقدر بالمساحة: P_1P_2AB ويكسب جزءا اكبر مقداره المساحة: Q_1Q_2AB والشكل البياني رقم 1 أدناه يبين ذلك.

- أما إذا كان معامل المرونة $E_D \langle 1$ فان قرار تخفيض الأسعار هو قرار غير صائب، ذلك ان البائع بقراره هذا سوف يخسر جزءا من إيراده المقدر

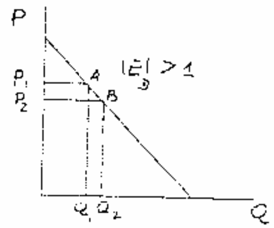
بالمساحة: P_3P_4AB وهو اكبر مما يكسبه من أيراد والمقدر بالمساحة: BCQ_4Q_3 مثلما هو واضح من الشكل البياني رقم 2 أدناه.

-أما إذا كان معامل المرونة يعادل الواحد $E_D = 1$ فان مثل هذا القرار، لن يكون له أي اثر.

ذلك ان ما يكسبه كإضافة من إيراد بفعل اثر الزيادة في الكمية المباعة سوف يخسره بفعل انخفاض السعر.



شكل رقم 2



شكل رقم 1

حل التمرين السادس عشر:

لدينا:

$$P_X = 200 \quad , P_Y = 100 \quad , \quad R = 1000$$
$$Q_X = 4850 - 5P_X = 1,5P_Y + 0,1R \quad = 4$$ صح

1 – مرونة الطلب الدخلية:

$$E_R = \frac{\partial Q}{\partial R}\frac{R}{Q} \Rightarrow E_R = 0,1\frac{1000}{4100} = 0,1(2) = 0,0243$$

هذا يعني انه زاد الدخل بمقدار 1% فان ذلك سيؤدي إلى زيادة الكمية المطلوبة من السلعة X بنسبة 0.02%.

السعة هي سلعة عادية ضرورية.

2 – المرونة التقاطعية:

$$E_{X/Y} = \frac{\partial Q_X}{\partial P_Y}\frac{P_Y}{Q_X} \Rightarrow E_{X/Y} = 1,5\frac{100}{5000} = 0.03$$

هذا يعني ان كل زيادة في سعر السلعة Y بمقدار 1% سيؤدي إلى زيادة الطلب على السلعة X بنسبة 0.03%.

السلعتان هما بديلتان لبعضهما.

3 – العوامل المؤثرة في مرونة العرض السعرية هي:

– الطاقات الإنتاجية المتاحة: فعندما تكون قدرة المنتج على زيادة الإنتاج أو تخفيضه لا تتعلق مباشرة بالسعر، فانه بارتفاع السعر ولو بنسبة طفيفة و تتوافر طاقات إنتاجية غير مستعملة، فان الإنتاج سوف يزداد بنسب كبيرة، والعكس صحيح.

– طبيعة السلعة ودرجة تعميرها: ان السلع غير القابلة للتخزين عادة ما تكون مرونتها السعرية كبيرة جدا. ذلك ان زيادة السعر بنسبة بسيطة تؤدي إلى زيادة الكمية المعروضة بنسبة كبيرة جدا.

الفصل الثالث

تطبيقات على توازن السوق

التمرين الأول : إذا كانت دالة الطلب على سلعة ما تأخذ الشكل التالي :

$$P = a - 0.001Q$$

حيث ان : a ثابت ، P يمثل السعر ، Q تمثل الكمية

أما عرض هذه السلعة فهو ثابت ومحدد بـ 100000 وحدة . وعند نقطة تقاطع منحنى العرض مع منحنى الطلب فان المرونة تساوي 1.

المطلوب :

1 ـ أوجد توازن السوق ؟

2 ـ أوجد فائض المستهلك وفائض المنتج ؟

3 ـ إذا قررت الحكومة منح إعانة بمعدل 20 دينار على كل وحدة منتجة . من هو المستفيد الأكبر من هذه الإعانة ، البائع أم المشتري ؟حدد نصيب كل منهما ؟

التمرين الثاني : لدينا دالة العرض والطلب على سلعة ما هما الصيغتان التاليتان :

$$S = 2P - 5$$
$$D = 10 - P$$

المطلوب :

1 ـ أوجد سعر وكمية التوازن ؟

2 ـ تفرض ضريبة بمقدار 3 دينار على كل وحدة منتجة. احسب سعر التوازن وكمية التوازن ؟

3 ـ تمنح إعانة من طرف الدولة بمقدار 3 دينار على كل وحدة منتجة. احسب سعر التوازن وكمية التوازن ؟

4 ـ ما هو مقدار الضريبة الأفضل الذي يعظم إيرادات الدولة ؟

التمرين الثالث : لتكن لدينا دالة الطلب على السلعة X كالتالي:

$$P = 39 - 3Q^2$$

ودالة العرض للسلعة نفسها كالتالي : $P = 9Q + 9$.

المطلوب : 1 ـ حساب سعر وكمية التوازن ؟

2 ـ احسب معدل الضريبة الأفضل الذي يسمح برفع السعر الخاص بالسلعة بمقدار 3 دينار؟ (مقدار الضريبة الوحدوية)

التمرين الرابع : أجريت دراسة على استهلاك مستهلك للسلعة X عند الأسعار من 0 إلى 9 دينار . هذه الدراسة أعطت منحنى الطلب التالي :

$$P = -Q + 9$$

المطلوب : 1 ـ مثل بيانيا منحنى الطلب ؟ وحدد إنفاق هذا المستهلك على هذه السلعة وكذلك فائض المستهلك عند السعر $P = 5$ علما ان الإنفاق على السلعة هو $TD = PQ$ ؟

2 ـ نفترض بان السعر ارتفع إلى $P = 6$ والذي احدث تغيرات على الإنفاق الكلي وفائض هذا المستهلك. احسب الإنفاق الكلي وفائض المستهلك واشرح النتائج ؟

3 - يبين منحنى الطلب بأنه عند $P = 5$ فان $Q = 4$ وعند $P = 4$ فان $Q = 5$ احسب واشرح التغيرات التي تحدث في كل من الإنفاق الكلي وفائض المستهلك؟

التمرين الخامس: في الفترة الزمنية (t) استطعنا تقدير الطلب الكلي على السلعة X بحيث حصلنا على منحنى طلب مستقيم سالب الميل على الشكل التالي:

$$P = -0.5Q + 7$$

المطلوب: 1 - بافتراض ان الدخل المخصص في الفترة (t) من طرف المستهلكين لشراء هذه السلعة هو $R_1 = 20$. احسب مقدار فائض المستهلك؟

2 - بافتراض ان المرونة الدخلية للطلب على السلعة هي موجبة، وفي الفترة (t+1) يكون المستهلكون مستعدين لإنفاق ما مقداره $R_1 = 30$ لشراء السلعة، كما ان معادلة الطلب في الفترة (t+1) معطاة بالعلاقة التالية:

$$P = -0.4Q + 7$$

احسب مقدار فائض المستهلك في الفترة الزمنية الثانية (t+1)؟

التمرين السادس:

طلبنا من مستهلك ما، ما هي الكمية من السلعة X التي يكون مستعدا لشرائها عند الأسعار من 9 إلى 0. فأمكن تمثيل سلوك هذا الأخير بواسطة خط مستقيم (AB) حيث ان النقطة A تقع على محور الأسعار

عند (P=9 , X=0). أما النقطة B فهي نقطة تقع على محور الكميات عندما (P=0 , X = 9).هذا السلوك ينعكس في منحنى الطلب الذي نرمز إليه بالرمز d والذي يأخذ الصيغة التالية:

$$P = -X + 9$$

المطلوب: 1- مثل بيانيا إنفاق هذا المستهلك وكذلك فائضه عند ما يكون السعر $P = 5$؟

2 - إن ارتفاع السعر إلى $P = 6$ سوف يدخل تغيرات في إنفاق هذا المستهلك وكذلك في فائضه. حلل هذه التغيرات من الرسم البياني؟

3 - إن منحنى الطلب d يبين بأنه عند السعر $P = 5$ فإن $X = 4$ وأنه عند $P = 4$ فإن $X = 5$.

- احسب إنفاق و فائض المستهلك عند كل من النقطتين وقيمة فائض المستهلك الإضافية التي ستظهر عندما ينتقل السعر من 5 إلى 4؟
- ما هي استعمالات هذه القيمة الإضافية من فائض المستهلك؟

التمرين السابع: بافتراض أن دالتي العرض والطلب لسلعة ما هما الشكل التالي:

$$P = 4 + 2Q \quad , \quad P = 20 - 2Q$$

المطلوب: 1 - أوجد كل من فائض المشتري وفائض البائع؟

2 - نفترض بان الدولة تريد زيادة إيراداتها الضريبية، ما هو مقدار الضريبة الذي يعظم هذه الإيرادات؟

3 - أوجد سعر وكمية التوازن بعد فرض هذه الضريبة؟

حل تطبيقات توازن السوق

حل التمرين الأول:

1 - سعر وكمية التوازن:

$$P = a - 0.001Q \Longrightarrow Q = 1000a - 1000P$$

لدينا:

$$E_D = \frac{dQ}{dP}\frac{P}{Q} \Rightarrow 1 = 100\frac{P}{100000}$$

سعر التوازن: $P^\circ = 100$

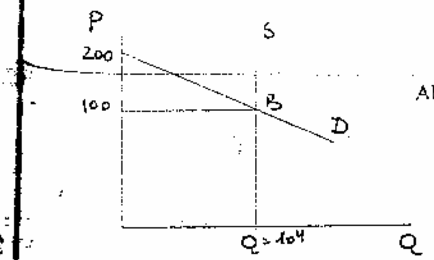
$$Q = 1000a - 1000P \Longrightarrow 1000a = 100000 + 100000$$

$$a = 200$$

كمية التوازن: $Q = 200(1000) - 1000(100) \Longrightarrow Q^\circ = 100000$

2 - فائض المستهلك هو عبارة عن مساحة المثلث: PaB

أي: $SC = \frac{(200-100)100000}{2} = 5(10)^6$



فائض المنتج هو عبارة عن المساحة ABOQ

أي: $SP = 100(100000) = 10^7$

3 – ما دام منحنى العرض غير مرن بشكل تام مثلما هو واضح من الرسم، فإن المستفيد الوحيد من هذه الإعانة هو البائع فقط. أما المشتري فلا يستفيد من هذه الإعانة.

استفادة البائع هي: $\Delta SP = QW \Rightarrow \Delta SP = 20(100000) = 2(10)^6$

حل التمرين الثاني:

1 – سعر وكمية التوازن:

$$2P - 5 = 10 - P$$

$$3P = 15 \Rightarrow P^\circ = 5, \quad Q^\circ = 5$$

2 – عند فرض ضريبة بمقدار 3 دينار يصبح العرض:

$$S_1 = 2(P - T) - 5 \Longrightarrow S_1 = 2(P - 3) - 5 = 2P - 11$$

$$2P - 11 = 10 - P \Longrightarrow 3P = 21 \Longrightarrow P^\circ = 7, \quad Q^\circ = 3$$

3 – في حالة منح إعانة بمقدار 3 دينار تصبح دالة العرض:

$$S_2 = 2(P + W) - 5 \Longrightarrow S_2 = 2P + 1$$

$$2P + 1 = 10 - P \Longrightarrow P^\circ = 3, \quad Q^\circ = 7$$

4 – معدل الضريبة الأفضل الذي يعظم حصيلة إيرادات الدولة. نفرض ان x معدل الضريبة، دالة العرض الجديدة تصبح:

$$S_3 = 2(P - X) - 5 \Longrightarrow S_3 = 2P - 2X - 5$$

$$2P - 2X - 5 = 10 - P \Longrightarrow 3p - 2X = 10 + 5$$

$$P = \frac{2}{3}X + 5$$

$$Q = 10 - P \Longrightarrow Q = 10 - \frac{2}{3}X - 5 \Longrightarrow Q = 5 - \frac{2}{3}X$$

سعر وكمية التوازن هما: $P^\circ = \frac{2}{3}X + 5, \quad Q^\circ = 5 - \frac{2}{3}X$

حصيلة إيرادات الدولة من فرض الضريبة: $T = XQ^\circ = X(5 - \frac{2}{3}X)$

$$T = 5X - \frac{2}{3}X^2$$

شرط تعظيم الدالة ان نشتق ونعدم المشتق فنحصل على:

$$\frac{dT}{dX} = 5 - \frac{4}{3}X = 0 \Longrightarrow \boxed{X = \frac{15}{4}}$$

سعر وكمية التوازن الجديدين:

$$P_4^\circ = \frac{2}{3}(\frac{15}{4}) + 5 = \frac{15}{2}, \quad Q_4^\circ = 5 - \frac{2}{3}(\frac{15}{4}) = \frac{5}{2}$$

حل التمرين الثالث:

1 – حساب سعر وكمية التوازن:

$$39 - 3Q^2 = 9Q + 9 \Longrightarrow 3Q^2 + 9Q - 30 = 0$$

$$Q_1 = -5 \quad , \quad Q_2 = 2$$

$$P = 9(2) + 9 = 27$$

$$P^\circ = 27, \quad Q^\circ = 2$$

2 – حساب معدل الضريبة الذي يسمح برفع السعر بمقدار 3 دينار:

$$P = 39 - 3Q^2 \Longrightarrow Q = \sqrt{13 - P/3}$$

$$P = 9Q + 9 \Longrightarrow Q = \frac{P}{9} - 1$$

السعر الجديد هو: $P = 27 + 3 = 30$

نفرض ان معدل الضريبة هو (t) عند التوازن نجد:

$$\frac{P-t}{9}-1=\sqrt{13-P/3}$$

$$\left(\frac{P-t}{9}\right)^2-2\left(\frac{9-t}{9}\right)+1=13-\frac{P}{3}$$

$$\left(\frac{30-t}{9}\right)^2+2\left(\frac{30-t}{9}\right)+1=13-10$$

نفرض بان: $Y=\frac{30-t}{9}$

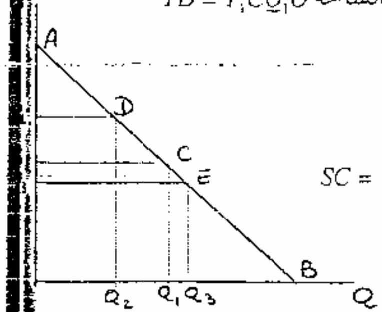
$Y^2=-2Y-2$

$Y_1=\frac{1-\sqrt{3}}{1}\langle 0,\quad Y_2=\frac{1+\sqrt{3}}{1}$

$\frac{30-t}{9}=1+\sqrt{3} \Longrightarrow t=21-15.566=5.412$

حل التمرين الرابع:

1 – يمكن تمثيل منحنى الطلب على الشكل التالي:



A

عند $P=5$ فان الإنفاق الكلي تمثله المساحة $TD=P_1CQ_1O$

TD = PQ = 5(4) = 20

فائض المستهلك تمثله المساحة: $SC=P_1CA$

$$SC=\frac{4(4)}{2}=8$$

2 – إذا ما ارتفع السعر من 5 إلى 6 فان ذلك سوف يدخل تغيرات على كل من الإنفاق الكلي وفائض المستهلك.

الإنفاق الكلي يصبح ممثلا بالمساحة الجديدة:

$$TD_2=P_2DQ_2O \Rightarrow TD_2=6\otimes 3=18$$

فائض المستهلك يصبح ممثلا بالمساحة:

$$SC_2=P_2DA \Rightarrow SC_2=\frac{3\otimes 3}{2}=4.5$$

نلاحظ بان الإنفاق الكلي انخفض بالمقدار:

$$\Delta TD=TD_1-TD_2=20-18=2$$

أما فائض المستهلك فانخفض بالمقدار: $\Delta SC=8-4.5=3.5$

3 – الإنفاق الكلي عند النقطة P = 5

$$TD_1=PQ=5\otimes 4=20$$

الإنفاق الكلي عند النقطة: P = 4

$$TD_3=PQ=4(5)=20$$

فائض المستهلك عند النقطة: P = 5

$$SC_1=\frac{4\otimes 4}{2}=8$$

فائض المستهلك عند النقطة P = 4

$$SC_3=\frac{5\otimes 5}{2}=12.5$$

نلاحظ ان التغير في الإنفاق الكلي يساوي الصفر:

$$\Delta TD=TD_1-TD=20-20=0$$

التغير في فائض المستهلك: $\Delta SC=SC_1-SC_3=12.5-8=4.5$

حل التمرين الخامس:

1 – فائض المستهلك في الفترة (t)

لدينا $P = -0.5Q + 7$ نستطيع معرفة حجم الإنفاق الكلي المرتبط بكل نقطة على منحنى الطلب وبالتالي فان الدخل الضروري لشراء Q هو PQ.

الإنفاق الإجمالي هو: $PQ = -0.5Q^2 + 7Q$

ما دام الدخل المتاح للإنفاق هو: $R_1 = 20$

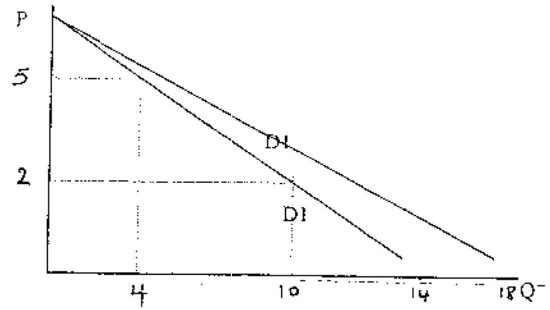
نستطيع كتابة: $0.5Q^2 - 7Q = 20$

بحل هذه المعادلة نجد: $Q_2 = 10$ ، $Q_1 = 4$

من اجل $R_1 = 20$ فان الطلب يكون أما: $Q_1 = 4$ بسعر $P_1 = 5$ أو $Q_2 = 10$ بسعر $P_2 = 10$.

أولا: $Q_1 = 4$ ، $P_1 = 5$ فائض المستهلك $SC_1 = \frac{1}{2}(7-5)4 = 4$

ثانيا: $Q_2 = 10$ ، $P_2 = 2$ فائض المستهلك $SC_2 = \frac{1}{2}(7-2)10 = 25$



2 – حساب فائض المستهلك في الفترة (t+1)

لدينا معادلة الطلب الجديدة: $P = -0.4Q + 7$ و $R_2 = 30$

$PQ = -0.4Q^2 - 7Q \Longrightarrow 0.4Q^2 - 7Q + 30 = 0$

إذا:

$Q_3 = 7.5, \quad Q_4 = 10$

$P_3 = 4, \quad P_4 = 3$

أولا: $Q_3 = 7.5$ ، $P_3 = 4 \Leftarrow SC_3 = \frac{1}{2}(7-5)7.5 = 11.25$

ثانيا: $Q_4 = 10$ ، $P_4 = 3 \Leftarrow SC_4 = \frac{1}{2}(7-3)10 = 20$

حل آخر:

أ – من اجل الفترة (t) حيث:

$Q_2 = 10, \quad P_2 = 2, \quad Q_1 = 4, \quad P_1 = 5, \quad R_1 = 20$

$$SC_1 = \int_0^4 (-\frac{1}{2}Q - 7)dQ - 5(4) = \left[-\frac{1}{4}16 + 4(7)\right]_0^4 - 20 = 4 \Leftarrow Q_1 = 4, \quad P_1 = 5$$

$$SC_2 = \int_0^{10} (-\frac{1}{2}Q + 7)dQ - 10(2) = \left[-\frac{1}{4}100 + 7(10)\right]_0^{10} - 20 = 25 \Leftarrow Q_2 = 10, P_2 = 2$$

ب – من اجل الفترة (t+1) حيث:

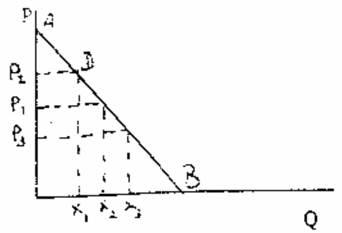
$Q_4 = 3, P_4 = 3, Q_3 = 7.5, P_3 = 4, R_2 = 30$

$$SC_3 = \int_0^{7.5} (-0.4Q + 7)dQ - 30 \Rightarrow \left[7Q - 0.2Q^2\right]_0^{7.5} - 28 = 11.25 \Leftarrow Q_3 = 7.5, \quad P_3 = 4$$

$$SC_4 = \int_0^{10} (-0.4Q + 7)dQ - 30 \Rightarrow \left[7Q - 0.2Q^2\right]_0^{10} - 30 = 20 \Leftarrow Q_4 = 10, \quad P_4 = 3$$

حل التمرين السادس:

1 – التمثيل البياني لمنحنى الطلب:



من اجل p =5 فان الإنفاق الكلي يعادل 20 وهو يتوافق والمساحة:

OP_1CX_1

فائض المستهلك الإجمالي هو عبارة عن مساحة المثلث P_1AC أي ان:

$$\frac{P_1A \times P_1C}{2} = 8$$

فـــائض المستهلك يتوافق والمساحة المحددة بنقاط منحنى الطلب الموافقة والأسعار الأعلى من 5 (الخط AC)

2 – ارتفاع السعر حتى P = 5 سوف يدخل تغيرات على الإنفاق الكلي الإجمالي. المساحة الجديدة للإنفاق الإجمالي تصبح $P_2DX_2O = 18$. هناك انخفاض في فائض المستهلك الذي تصبح:

$$P_2DA = \frac{3 \times 3}{2} = 4.5$$

الخسارة في فائض المستهلك هي ممثلة بالمساحة: $P_1P_2DC = 8 - 4.5 = 3.5$

3 – النقطة التي احداثياتها X=5 , P=5 تتوافق والنقطة C من المطلب الأول.

النقطة التي احداثياتها X = 5, P = 4 تمثل النقطة E من الرسم البياني.

عند النقطة C، الإنفاق الإجمالي هو: $P_1CX_1O = 4 \times 5 = 20$

فائض المستهلك هو: $P_1AC = \frac{4 \times 4}{2} = 8$

عند النقطة E الإنفاق الكلي هو $P_3EXO = 4 \times 5 = 20$

فائض المستهلك هو: $P_3AE = \frac{5 \times 5}{2} = 12{,}5$

يمكن إذا مشاهدة بان الانتقال من C إلى E لا يدخل أي تغيير في الإنفاق الإجمالي للمستهلك ولكن يعمل على الزيادة في فائض المستهلك.

القيمة الإضافية في فائض المستهلك بعد انخفاض السعر ممثلة بالمساحة:

$$P_1CEP_3 = 12.5 - 8 = 4.5$$

هذا الفائض يتركب من جزأين:

- المساحة P_1CFP_3 تتوافق وزيادة في فائض المستهلك من جراء شراء 4 وحدات من X. هذا المكسب يستخدم في شراء الوحدة الخامسة بسعر P = 4 حيث ان الإنفاق الإجمالي لم يتغير.

- المساحة CFE المساوية لقيمة CFE = 4.5 - 4 = 0.5.

إذا فان انخفاض السعر سوف يعمل على زيادة فائض المستهلك حيث الجزء الأول يوجه لشراء وحدة إضافية من السلعة X أما الجزء الثاني، أي المساحة CFE=0.5 فلا تنفق الشراء المادي بقدر ما لها أهمية بسيكولوجية على المشتري.

حل التمرين السابع:

1 - فائض المشتري وفائض البائع:

سعر وكمية التوازن:

$$S = D \quad \Rightarrow 4 + 2Q = 20 - 2Q$$

$$Q_0 = \frac{16}{4} = 4 \quad , \quad P_0 = 12$$

أ - فائض ~~للمستهلك~~: المنتج والبائع

$$PS = P_0Q_0 - \int_0^4 (4+2Q)dQ \Rightarrow PS = 12(4) - [4Q + Q^2]_0^4$$

$$PS = 48 - [16 + 16] = 16$$

ب - فائض المستهلك:

التمرين الثالث :لتكن لدينا دالة منفعة مستهلك ما على الشكل التالي :

$$TU = X^{1/2}Y^{1/4}$$

حيث ان TU: تمثل المنفعة الكلية التي يشتقها المستهلك من استهلاكه للسلعتين Y,X.

المطلوب : 1 ـ احسب مقدار المنفعة التي يحصل عليها هذا المستهلك عند النقطة A احداثياتها $X=4$, $Y=1$؟

2 ـ احسب مقدار الزيادة في المنفعة عند ما تزيد الكمية المستهلكة من السلعة X بمقدار وحدة واحدة؟

3 ـ أوجد المعدل الحدي ~~للإحلال~~ MRS_{xy} واحسب قيمته عند النقطة A؟

4 ـ بافتراض ان سعري السلعتين هما $Px=1$, $Py=2$ وان دخل المستهلك هو $R=10$. متى يكون هذا المستهلك في حالة توازن ؟ .

5 ـ نفترض بان الدخل النقدي لهذا المستهلك هو R ، وان أسعار السلعتين هما Px, Py . أوجد دالتي الطلب على كل من السلعتين بدلالة الدخل النقدي وأسعارهما ، واشرح النتيجة ؟ ما نوع السلعة ؟

التمرين الرابع : بافتراض ان دالة إشباع مستهلك ما هي على الشكل التالي : $S=2XY$

حيث ان : Y,X السلعتان المستهلكتان ، S المنفعة الكلية .

المطلوب : 1 ـ اشرح باختصار ماذا نعني بالسلوك العقلاني للمستهلك ؟

2 – نفرض ان سعر السلعة X هو $Px=2$ وسعر السلعة Y هو $Py=1$ وان دخل المستهلك المتاح للإنفاق على السلعتين هو $R=10$ متى يكون هذا المستهلك في حالة إشباع كامل؟

3 – نفرض ألان بان أسعار السلعتين هما: $Px=2$, $Py=2$ كم سوف يكون عليه الدخل المنفق السلعتين من اجل الحصول على نفس الإشباع المحقق في المطلب الثاني؟

(درهينت دن كلا)

التمرين الخامس:يوضح الجدول أدناه المنفعة الحدية للفردين A و B من السلعتين X, Y. افرض ان الفرد A مبدئيا يستهلك 4 وحدات من X و3 وحدات من Y. بينما يستهلك الفرد B، 6 وحدات من X و2 وحدة من Y.

	Q	1	2	3	4	5	6
A	MUx	11	10	9	8	7	6
	MUy	8	7	6	5	4	3
B	MUx	26	21	17	13	8	3
	MUy	11	9	8	6	4	2

المطلوب: 1 – وضح ما إذا كان هناك مجال لإجراء المبادلة المربحة لكل من الطرفين؟

2 - إلى أي مدى تستمر المبادلة المربحة بين الفردين A ,B، إذا كان معدل الاستبدال المتفق عليه بينهما هو وحدة من X مقابل وحدة من Y؟

التمرين السادس: لتكن لدينا دالة منفعة مستهلك ما على الشكل التالي:

$$U = XY$$

حيث ان: U تمثل المنفعة التي يشتقها المستهلك من السلعتين؛ Y, X.

بافتراض ان سعري السلعتين هما: $Px = 80$، $Py = 40$ وان الدخل النقدي لهذا المستهلك هو $R = 2400$ وينفقه جميعه على السلعتين.

المطلوب: 1 - احسب الكميات من السلعتين التي تحقق اعظم إشباع ممكن لهذا المستهلك؟

2 - نفرض ان سعر السلعة Y تغير واصبح $Py = 10$ مع ثبات العوامل الأخرى. بين الأثر الإحلال والأثر الدخلي، واشرح النتائج؟

3 - اشرح كيف يعمل الأثر الإحلالي والأثر الدخلي عندما يرتفع سعر السلعة الدنيا مع ثبات باقي العوامل؟

التمرين السابع: ان دالة إشباع مستهلك ما معطاة حسب الصيغة التالية:

$$S = \sqrt{X}\sqrt{Y}$$

حيث ان: Y,X هما الكميات من السلعتين المستهلكتين ؛

S مستوى الإشباع المحقق من استهلاك السلعتين.

المطلوب: 1 - ادرس دوال الإشباع الحدي؟

2 - ما هي قيمة المعامل التي يمكن للمستهلك ان يضاعف بها طلبه على السلعة X من اجل زيادة أو مضاعفة إشباعه الكلي دون تغيير طلبه على السلعة Y وذلك بعشر مرات؟

التمرين الثامن: لتكن لدينا دالة منفعة مستهلك ما على الشكل التالي:

$$TU = 15X + 20Y - X^2 - Y^2$$

فإذا كان دخل المستهلك يعادل 200 وحدة نقدية وينفقه كله على السلعتين x , y.

المطلوب: 1 - إذا كانت أسعار السلعتين $P_X = 6$ ، $P_Y = 2$ ما هي الكميات المثلى المستهلكة من السلعتين؟

2 - كم سوف يكون استهلاك المستهلك للسلعة X إذا ما انخفض سعرها إلى 1.5 بينما تبقى كل العوامل الأخرى ثابتة؟ (وكذلك السلعة Y)

3 - هل ان الطلب على السلعة X مرن أو غير مرن أو ذو مرونة الوحدة ولماذا؟

4 - تمثل نتائج الجواب الأول والثاني نقاط لمنحنى بالنسبة للسلعة X. ماذا يطلق على هذا المنحنى؟

5 - ما نوع السلعة X هل هي عادية أم دنيا ولماذا؟

التمرين التاسع: ليكن لدينا مستهلكا يملك دخلا مقداره 2000 وحدة نقدية وله دالة اشباع لها الشكل التالي:

$$TU = X^{0.5}Y^{0.5}$$

كما أن أسعار السلعتان هما: $P_Y = 1 , P_X = 1$

المطلوب: 1- المستهلك يرغب في الحفاظ على منفعته الأولى. احسب استهلاكه من السلعتين إذا ما تضاعف سعر السلعة X ؟

2- احسب مقدار الخسارة في فائض هذا المستهلك التي يمكن أن تحدث بسبب هذا التغيير؟

3- نفس السؤال لما يرغب المستهلك في الحفاظ على مستوى الإشباع؟

4- نفس السؤال لما يرغب المستهلك في الحفاظ على نفس الدخل؟

5- استخلص النتائج؟

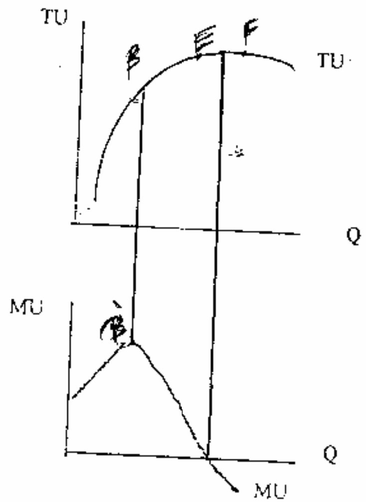
حل التمرين الأول :

1 ـ جدول المنفعة الكلية والحدية:

Qy	0	1	2	3	4	5	6	7
TUy	0	4	14	20	24	26	26	24
MUy	0	4	10	6	4	2	0	-2

2 ـ التمثيل البياني للمنفعة الحدية والكلية وشرح العلاقة بينهما .

من النقطة 0 حتى النقطة B على منحنى المنفعة الكلية، تتزايد المنفعة الكلية بمعدل متزايد ،كما تتزايد أيضا المنفعة الحدية . وعند النقطة B يتغير اتجاه منحنى المنفعة الكلية بينما يصل منحنى المنفعة الحدية إلى نهايته العظمى . وتسمى هذه النقطة بنقطة الانعطاف. فيما يلي النقطة B تتزايد المنفعة الكلية بمعدل متناقص ، بينما المنفعة الحدية تتناقص باستمرار. وعند النقطتين F, E تبلغ المنفعة الكلية نهايتها العظمى عندها تكون المنفعة الحدية مساوية للصفر. وفيما يلي النقطة F يبدأ منحنى المنفعة الكليـة في التناقص فتكون المنفعة الحدية سالبة .



3 ـ ان الجزء المناسب اقتصاديا من حيث تحليل سلوك المستهلك هو ذلك الجزء الذي تتزايد فيه المنفعة الكلية بمعدل متناقص (من النقطة B إلى النقطة E) وهذا يناظر الجزء الموجب المتناقص من منحنى المنفعة الحدية.

حل التمرين الثاني :

1 ـ ينبغي على الفرد ان ينفق الدينار الأول على شراء الوحدة الأولى من Y التي يحصل منها على 19 وحدة منفعة ، وينفق الدينار الثاني والثالث والرابع والخامس كذلك على الوحدات الثانية والثالثة والرابعة و الخامسة من السلعة Y والتي يحصل منها على 17 ، 15 ، 13 ، 12 و.م على التوالي .بينما يجب عليه ان ينفق الدينار السادس على شراء الوحدة الأولى من X التي يحصل من ورائها على 11 و.م . من جهة أخرى ينفق الدينار السابع والثامن

على كل من الوحدة الثانية من X والوحدة السادسة من Y وبهذا يكون الفرد قد انفق دخله بشكل عقلاني واستنفذ هذا الدخل.

2 – مقدار المنفعة التي يحصل عليها الفرد عندما يكون في حالة توازن هو:

TUy = 19 + 17 +15 + 13+ 12+11+10=107u.u

3 – شرط توازن المستهلك هو:

$$\frac{MUx}{Px} = \frac{MUy}{Py}$$

امام قيد الدخل:

M = Px + Py

حل التمرين الثالث:

1 – مقدار المنفعة الكلية عند النقطة A

$$TUa = 4^{1/2}1^{1/4} = 2u.u$$

2 – مقدار الزيادة في المنفعة عندما تزيد الكمية المستهلكة من السلعة X بوحدة واحدة.

عندما تزيد الكمية المستهلكة من السلعة X بوحدة واحدة ولتكن عند النقطة B فان احداثياتها هي X= 5 , Y=1 فان المنفعة الكلية هي:

$$TUb = 5^{1/2}1^{1/4} = \sqrt{5} = 2.236$$
$$\Delta TU = TUb - TUa = 2.236 - 2 = 0.236$$

3 – المعدل الحدي للإحلال الحدي:

$$MRS(xy)=\frac{MUx}{MUy}=\left|\frac{\Delta Y}{\Delta X}\right|$$

$$\frac{dTU}{dX}=\frac{1}{2}X^{-1/2}Y^{1/4}$$

$$\frac{dTU}{dY}=\frac{1}{4}X^{1/2}Y^{-3/4}\Rightarrow MRS(xy)=\frac{\frac{1}{2}X^{-1/2}Y^{1/4}}{\frac{1}{4}X^{1/2}Y^{-3/4}}=2(\frac{Y}{X})$$

مقدار المعدل الحدي للإحلال عند النقطة A هو:

MRS(xy) = 2 (1/4) = 0.5

4 – نريد تعظيم دالة منفعة هذا المستهلك تحت قيد الدخل.

نشكل دالة لاغرانج فنجد:

$$L=X^{1/2}Y^{1/4}-\lambda\cdot(10-X+2Y)$$

$$\frac{dL}{dX}=\frac{1}{2}X^{-1/2}Y^{1/4}-\lambda=0\rightarrow 1$$

$$\frac{dL}{dY}=\frac{1}{4}X^{1/2}Y^{-3/4}-\lambda=0\rightarrow 2$$

$$\frac{dL}{d\lambda}=10-X-2Y=0\rightarrow 3$$

من 1 و 2 و3 نجد ان: X = 4 Y

<== Y =(5/3) =1.66 , X = (20/3) =6.66

5 – إيجاد دوال الطلب علىX, Y بدلالة R, Px, Py

نستعمل كذلك دالة لاغرانج أو مباشرة المعدل الحدي للإحلال عند وضع التوازن فنجد:

$$MRS(xy)=\frac{MUx}{MUy}=\frac{\frac{1}{2}X^{-1/2}Y^{1/4}}{\frac{1}{4}X^{1/2}Y^{-3/4}}=\frac{Px}{Py}\Rightarrow\frac{Px}{Py}=2(\frac{Y}{X})\Rightarrow X=\frac{2YPy}{Px}$$

نعوض في دالة الدخل لنجد دوال الطلب على كل من السلعتين:

R - Px -Py =0

$$R=Px(\frac{2YPy}{Py})-PyY=0\Rightarrow R-2YPy-YPy=0$$

$$Y=\frac{R}{3Py};$$

$$X=\frac{2R}{3Px}$$

نلاحظ بان السلعتين منفصلتين عن بعضهما البعض. كما ان الطلب على السلعتين متزايد مع زيادة الدخل أي ان الكمية المطلوبة والدخل تربطهما علاقة طردية، بينما الكمية المطلوبة تتناقص بتزايد السعر، أي تجمعهما علاقة عكسية. منه هذه السلعة X وY من السلع العادية.

حل التمرين الرابع:

1 – السلوك العقلاني للمستهلك هو ذلك التصرف الذي ينعكس في الإنفاق الرشيد للدخل على مختلف السلع والخدمات لتحقيق اعظم إشباع ممكن وبالتالي يمكن ان نقول بان:

– المستهلك يكون العقلاني، إذا عمل على تعظيم منفعته الكلية أمام دخل معين ؛

– المستهلك يكون عقلانيا، إذا عمل على تخفيض إنفاقه إلى أدنى حد ممكن من اجل تحقيق منفعة معينة.

2 – يكون المستهلك في حالة توازن أو إشباع عند :

$$L = 2XY + \lambda(10 - 2X - Y)$$

$$\frac{\partial L}{\partial X} = 2Y - 2\lambda = 0 \to 1$$

$$\frac{\partial L}{\partial Y} = 2X - \lambda = 0 \to 2$$

$$\frac{\partial L}{\partial \lambda} = 10 - 2X - Y = 0 \to 3$$

من 1 و2و3 نجد ان الكميات التي تحقق توازن المستهلك من السلعتين هما:

$Y = 5 \quad , \quad X = 2,5$

3 – الدخـــل الضروري من اجل الحصول على المنفعة الكلية المحققة في المطلب الثاني.

المنفعة المحققة في المطلب الثاني هي: TU = 2(2,5) (5) =25

باستعمال دائما دالة لاغرانج نجد:

$$L = 2X + 2Y + \lambda(25 - 2XY)$$

$$\frac{dL}{dX} = 2 - \lambda(2Y) = 0 \Rightarrow \lambda = \frac{1}{Y}$$

$$\frac{dL}{dY} = 2 - \lambda(2X) = 0 \Rightarrow \lambda = \frac{1}{X}$$

$$\frac{dL}{d\lambda} = 25 - 2XY = 0$$

$$25 - 2Y^2 = 0 \Rightarrow Y^2 = \frac{25}{2} \Rightarrow Y = \frac{5}{\sqrt{2}} \qquad X = \frac{5}{\sqrt{2}}$$

أدنى دخل لتحقيق منفعة مقدارها 25 و.م أمام أسعار Py =2 ; Py =2

هو: $R = 2\frac{5}{\sqrt{2}} + 2\frac{5}{\sqrt{2}} = 14,14$

حل التمرين الخامس

1 – نسبة المنفعتين الحديتين MUx/MUy للفرد A تساوي 8/6.

نسبة المنفعتين الحديتين MUx/MUy للفرد B تساوي 3/9.

نظرا لاختلاف النسبتين فهناك أساس للمبادلة المربحة بين الطرفين أي ان:

$$\left(\frac{MUx}{MUy}\right)^A \neq \left(\frac{MUx}{MUy}\right)^B \Rightarrow \frac{8}{6} \neq \frac{3}{9}$$

2 – عـــندما يكـــون معدل التبادل وحدة من Xمقابل وحدةY من يكســـب كل من الفردين. يتنازل الفرد عن الوحدة الثالثة منY فيخسر 6 و.م مقابل حصوله على الوحدة الخامسة منX فيكسب 7 و.م. بينما الفرد فيتنازل عن الوحدة السادسة من X فيخسر 3 و.م مقابل وحدة ثالثة منY فيكسب 8 و.م.

وبالتالي فان الفرد A سوف يستهلك 5 وحدات من X و2 وحدة من Y فتكون نسبة المنفعتين 7/7.

أما الفرد B فيستهلك 5 وحدات من X و3 وحدات من Y وتكون نسبة المنفعتين 8/8.

تتوقف المبادلة بين الطرفين لان النسبتين تساوت أي ان:

$$\left(\frac{MUx}{MUy}\right)^{A} = \left(\frac{MUx}{MUx}\right)^{B} \Rightarrow \frac{7}{7} = \frac{8}{8}$$

حل التمرين السادس:

لدينا قيد الدخل $40X + 80Y = 2400$

1 – حساب الكميات من السلعتين التي تعظم إشباع هذا المستهلك:

نستعمل مضاعف لاغرانج:

$$L = XY + \lambda(2400 - 40X - 80Y)$$

$$\frac{dL}{dX} = Y - 40\lambda = 0 \rightarrow 1$$

$$\frac{dL}{dY} = X - 80\lambda = 0 \rightarrow 2$$

$$\frac{dL}{d\lambda} = 2400 - 40X - 80Y \rightarrow 3$$

$X = 30 \quad ; Y = 15$

وهي الكميات التي تعظم إشباع هذا المستهلك و مقدار هذا الإشباع هو: U

$15\,(30) = 450$

2 – عندما يتغير سعر السلعة Y ويصبح معادلا ل- 10 مع ثبات العوامل الأخرى فيظهر تغيرًا في استهلاك المستهلك نتيجة لأثرين اثنين هما: اثر إحلالي واثر دخلي.

أولا: الأثر الإحلالي، هنا المنفعة الكلية لا تتغير وبالتالي:

$U = XY \Longrightarrow Y = U/X \Longrightarrow Y = 450/X$

نشتق هذه الدالة الأخيرة فنجد $Y' = -450/X^2$

؟!

نعادل هذه المساواة مع النسبة بين السعرين:

$-450/X^2 = -80/10 \Longrightarrow X = 7.5 \;,\; Y = 60$

نستنتج بأنه عندما انخفض سعر السلعة Y ارتفعت الكمية المطلوبة من السلعة نفسها، بينما انخفضت الكمية المطلوبة من السلعة الثانية وهذا هو الأثر الإحلالي.

ثانيا: الأثر الدخلي، عندما يبقى الدخل النقدي ثابتا بينما سعر السلعة Y انخفض. يمكن التوصل إلى توازن المستهلك سواء عن طريق مضاعف لاغرانج أو بجعل الدالة كتابع لسلعة واحدة. سوف نستخدم هذه الطريقة الثانية لأنه توجد لدينا سلعتين فقط.

لدينا قيد الدخل: $2400 = 80X + 10Y$

$X = 30 - (1/8)Y$ لتتمة انظر ص 113 تمرين التاسع

$$U = XY \quad \Longrightarrow U = Y(30 - Y/8)$$

نشتق ونعدم المشتق فنجد:

$$dU/dY = 30 - 2Y/8 = 0$$

$$Y = 120 \qquad , X = 15$$

نســتنتج بأنه عندما انخفض سعر السلعة Y فان اثر الإحلال عمل عــلى زيــادة الطلب على هذه السلعة الأخيرة، وكذلك يزداد الطلب على السلعة الأخرى. أي ان الأثرين - الدخلي والاحلالي يعملان في اتجاه واحد وبالتالي فان السلعة هي سلعة عادية.

3 - عندما يرتفع سعر السلعة الدنيا فان الأثر الإحلال يعمل بذاته على تخفيض الكمية المطلوبة من هذه السلعة التي انخفض سعرها. بينما يعمل الأثــر الدخــلي على زيادة الطلب عليها لأنها سلعة دنيا. وحيث ان الأثر الدخلي يكون غالبا اكبر من الأثر الإحلال المضاد فان منحنى الطلب على هذه السلعة عادة ما يكون سالب الميل.

حل التمرين السابع:

1 - S هي دالة في كل من Y ,X ==> $S= F(X,Y)$

الإشباع الحدي من X هو:

$$\frac{dS}{dX} = \lim_{\Delta X \to 0} \frac{f(X+\Delta X, Y) - f(X,Y)}{\Delta X}$$

الإشباع الحدي من Y هو: $\frac{dS}{dY} = \lim_{\Delta Y \to 0} \frac{f(X, Y+\Delta Y) - f(X,Y)}{\Delta Y}$

مادام: $S = \sqrt{X}\sqrt{Y}$

فان

$$\frac{dS}{DX} = 0.5(\frac{Y}{X})^{0.5} = MUx$$

$$\frac{dS}{dY} = 0.5(\frac{X}{Y})^{0.5} = MUy$$

ان الإشــبـاع مــن سلعة ما يتحدد بتثبيت الكميات الأخرى. بمعنى تثبيت المتغيرات الأخرى لدالة الإشباع وبالتالي يمكن كتابة:

إشباع x ثابت y

$$\frac{dS}{dX} = 0.5\left(\frac{Yo}{X}\right)^{0.5} = 0.5\frac{A}{\sqrt{X}} = MUx$$

حيث ان: $A = Yo^{0.5}$

إشباع y ثابت x

$$\frac{ds}{dY} = 0.5\left(\frac{Xo}{Y}\right)^{0.5} = 0.5\frac{B}{\sqrt{Y}} = MUy$$

حيث ان: $B = Xo^{0.5}$

ان المشتقات الأولى لكل دالة إشباع حدي هي سالب، أي ان:

$$\frac{dMUx}{dX} = -\frac{0.25A}{X^{1.5}} \langle 0$$

$$\frac{dMUy}{dY} = -\frac{0.25B}{Y^{1.25}} \langle 0$$

وان المشتقات الثانية موجبة أي ان:

$$\frac{d^2MUx}{dX^2} = \frac{0.75A}{X^{2.5}} \rangle 0$$

$$\frac{d^2MUy}{dY^2} = \frac{0.75B}{Y^{2.5}} \rangle 0$$

وبالتالي يمكن استخلاص بان الدوال هي متناقصة ومقعرة بالنسبة إلى نقطة الأصل. ومادام Y, X لا يمكن ان تكون إلا موجبة فان الدوال تكون معرفة في المجال $]0\ ;\infty[$

2 - يمكن إعطاء Y قيمة وهي Yo يكون لدينا: $S=\sqrt{X}A$

حيث ان: $A=\sqrt{Yo}$

إذا أراد المستهلك مضاعفة إشباعه ب- 10 مرات عليه ضرب X

بمعامل λ بالشكل الذي يحقق:

$$10S=\sqrt{XY}A \Rightarrow 10S=\sqrt{\lambda}\sqrt{X}A \Rightarrow 10S=\sqrt{\lambda}S$$
$$10=\sqrt{\lambda} \Rightarrow \lambda=100$$

من اجل مضاعفة إشباع المستهلك ب- 10مرات يجب عليه مضاعفة السلعة Xب 100 مرة.

حل التمرين الثامن:

1- الكميات المستهلكة من السلعتين:

نستخدم طريقة مضاعف لاغرانج.

$$L=15X+20Y_y-X^2-Y^2-\lambda(6X+2Y-200)$$
$$\frac{\partial L}{\partial X}=15-2X-6\lambda=0 \Rightarrow \lambda=\frac{15-2X}{6}$$
$$\frac{\partial L}{\partial Y}=20-2Y-2\lambda=0 \Rightarrow \lambda=\frac{20-2Y}{2}$$
$$\frac{\partial L}{\partial \lambda}=200-6X-2Y=0$$

بحل المعادلات الثلاث نجد الكميات المستهلكة من السلعتين وهي:

$$X=27{,}75$$
$$Y=16{,}75$$

2 - الاستهلاك الجديد بعد انخفاض سعر السلعة X:

$$L=L=15X+20Y_y-X^2-Y^2-\lambda(1{,}5X+2Y-200)$$
$$\frac{\partial L}{\partial X}=15-2X-1{,}5\lambda=0 \Rightarrow \lambda=\frac{15-2X}{6}$$
$$\frac{\partial L}{\partial Y}=20-2Y-2\lambda=0 \Rightarrow \lambda=\frac{20-2Y}{2}$$
$$\frac{\partial L}{\partial \lambda}=200-1{,}5X-2Y=0$$

بحل المعادلات الثلاث نجد الكميات الجديدة من السلعتين:

$$X=\frac{300}{6{,}25}=48$$
$$Y=\frac{2(48)}{1{,}5}=64$$

3 - الطلب على السلعة X هو طلب غير مرن لأن الكمية المطلوبة من السلعة الأخرى Y ارتفع بانخفاض سعر السلعة X.

4 - نتائج الجواب الأول والثاني تمثل نقاط لمنحنى يطلق عليه منحنى الاستهلاك السعر.

5 - السلعة Xهي سلعة عادية لأن انخفاض سعرها أدى إلى زيادة الطلب عليها.

حل التمرين التاسع:

$$L = P_X X + P_Y Y + \lambda\,(TU - X^{\alpha} Y^{\beta})$$

$$\frac{\partial L}{\partial X} = P_X - \lambda \alpha TU\, X^{-1} \quad \text{..........1}$$

$$\frac{\partial L}{\partial Y} = P_Y - \lambda \alpha TU\, Y^{-1} \quad \text{..........2}$$

$$\frac{\partial L}{\partial \lambda} = TU - X^{\alpha} Y^{\beta} \quad \text{..........3}$$

من 1 و2 و3 نجد:

$$Y = \left(\frac{\beta}{\alpha}\right)^{\alpha}\left(\frac{P_X}{P_Y}\right)^{\alpha} TU$$

$$X = \left(\frac{\alpha}{\beta}\right)^{\beta}\left(\frac{P_Y}{P_X}\right)^{\beta} TU$$

دوال التكلفة:

$$TC = P_X X + P_Y Y \Rightarrow TC = P_X\left(\frac{\alpha}{\beta}\right)^{\beta}\left(\frac{P_Y}{P_X}\right)^{\beta} TU + P_Y\left(\frac{\beta}{\alpha}\right)^{\alpha}\left(\frac{P_X}{P_Y}\right)^{\alpha} TU$$

$$TC = TU P_X^{\alpha} P_Y^{\beta}\left[\left(\frac{\alpha}{\beta}\right)^{\beta} + \left(\frac{\beta}{\alpha}\right)^{\alpha}\right]$$

$$X = \left(\frac{\alpha}{\alpha+\beta}\right)\left(\frac{R}{P_X}\right)$$

حسب معطيات السؤال يكون لدينا:

$$L = X^{0,5} Y^{0,5} + \lambda(2^{0,5}2000 - X - Y)$$

$$\frac{\partial L}{\partial X} = 0,5\frac{Y^{0,5}}{Y^{0,5}} - \lambda = 0$$

$$\frac{\partial L}{\partial Y} = 0,5\frac{X^{0,5}}{Y^{0,5}} - \lambda = 0$$

$$\frac{\partial L}{\partial \lambda} = 2^{0,5}2000 - X - Y = 0$$

$$X = Y$$

$$X = 2^{0,5}1000$$

$$Y = 2^{0,5}1000$$

عندما يتضاعف سعر السلعة X يكون لدينا

$$X = 2Y$$

$$X = 1866.66$$

$$Y = 933,33$$

الفصل الخامس

تطبيقات على سلوك المستهلك / نظرية منحنيات السواء

التمرين الأول : ارسم على إحداثيات مختلفة منحنيات سواء توضح

أ ـ الإحلال التام بين سلعتين X, Y، أي لسلعتين بديلتين بشكل تام.

ب ـ ان X, Y سلعتين مكملتين بشكل تام .

جـ ـ تزايد معدل الإحلال الحدي بين X, Y كلما تحركنا إلى اسفل منحنى السواء .

د ـ ما هو الفرق بين معامل الإحلال الحدي و المنفعة الحدية .

التمرين الثاني : بعد الدراسة التي أجريت على مجموعة من المستهلكين تبين ان هناك مستهلك قام بترتيب عدة تركيبات من السلعتين X, Y كالتالي :

التركيبة الأولى : I = (A,B ,C)

التركيبة الثانية : II = (D ,E ,F ,G)

التركيبة الثالثة : III = (H ,I , J ,K)

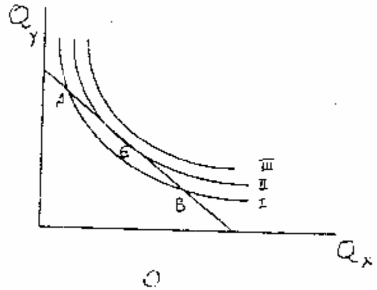
التركيبة الرابعة : IV = (L, M , N)

أما الكميات من السلعتين لكل تركيبة فهي معطاة حسب الجدول أدناه ، علما ان مستوى الإشباع هو كالتالي : I < II < III < IV

3 - إلى أي مدى تصل عملية المبادلة ؟ وما هي الكميات من السلعتين بالنسبة للطرفين التي تتوقف عندها المبادلة ؟

4 - كيف نحصل على منحنى العقد للاستهلاك ؟ وما الذي يوضحه ؟

التمرين الرابع : ان تحديد التركيب الأمثل الذي يحقق توازن المستهلك باستخدام المخطط البياني، يتطلب تمثيل توابع المنفعة للمستهلك بخارطة السواء، كما يتطلب منا تمثيل معادلة ميزانية المستهلك بمستقيم الميزانية.ليكن لدينا الرسم البياني الموالي. لماذا لا تعتبر النقطتين A , B هي نقاط التوازن بالنسبة للمستهلك ؟ بين ذلك رياضيا؟



التمرين الخامس: بينت دراسة الاختيارات المثلى لمستهلك ما بانه عندما يبقى سعر السلعتين Y,X مساويا ا- 5 دينار، فان الطلب على السلعة X يتغير مع تغير الدخل النقدي لهذا المستهلك حسب ما يبينه الجدول التالي:

الكمية Q	4	3	2	1
الدخل R	30	40	50	60

التراكيب	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N
X	2	4	8	4	5	7	12	4	6	9	13	5	7	10
Y	5	2	1	5	3	2	1	7	4	3	2	9	5	4

كما ان خط الميزانية يأخذ الشكل التالي : $R = Px + Py$

حيث ان $Px = Py = 5$

المطلوب : 1 - بافتراض ان المستهلك عقلاني ، حدد الكميات المطلوبة من السلعتين لهذا المستهلك ؟

2 - ماذا يمكن قوله عن الطبيعة الاقتصادية لهاتين السلعتين ؟

التمرين الثالث : افرض ان منحنيات السواء III , II , I تصور أذواق الفرد A ، بينما منحنيات السواء I',II',III' تصور أذواق الفرد B . افرض كذلك ان الفردين يمتلكان مجموعا مشتركا من السلعتين هو 18 وحدة من X و12 وحدة من Y مثلما يوضح ذلك الجدول الموالي :

الفرد A						الفرد B					
I		II		III		I'		II'		III'	
X	Y	X	Y	X	Y	X	Y	X	Y	X	Y
3	11	7	9	9	10	3	8	9	9	13	11
4	5	8	7	12	8	6	5	10	6	14	8
6	2	11	4	15	7	15	2	13	3	16	5

المطلوب :1 - ارسم منحنيات السواء للفردين على رسم بياني واحد بحيث تكون للفرد A نقطة الأصل في الأسفل والفرد B في الجهة المقابلة إلى الأعلى ؟

2 - وضح ما إذا كان هناك تبادل مربح بدءا من نقطة تقاطع منحنيات السواء I و I' ؟

المطلوب: 1- اشرح ما تعرفه عن منحنى الاستهلاك/الدخل وارسم هذا المنحنى انطلاقا من معطيات الجدول؟

2 – عرف منحنى انجل، وارسم هذا المنحنى بالنسبة للسلعة X، وحدد طبيعة هذه السلعة؟

التمرين السادس :لتكن لدينا دالة المنفعة التالية لمستهلك ما على الشكل التالي :

$$S = X^{3/4}Y^{1/4}$$

كما أن ميزانية هذا المستهلك هي :

$$R = PxX + PyY$$

المطلوب : 1 – حدد دالتي الطلب على كل من السلعتين ؟

2 – يمكن إعطاء قيم لكل من R , Py , Px حيث ان Py =P x =2 وتبقى ثابتة. أما R فتأخذ القيم 20،10 في كل مرة. مثل بيانيا توازن المستهلك ؟ ماذا يطلق على المنحنى المحصل عليه من نقاط توازن المستهلك ؟ مثل بيانيا منحنى الطلب على السلعة Y ؟ ماذا يطلق على هذا المنحنى ؟

3 – بافتراض ان سعر السلعة Y يتغير ويأخذ القيم 4، 2، 1 أما سعر السلعة X فيبقى ثابتا عند 2، كذلك الدخل النقدي يبقى ثابتا عند 10 مثل على رسم بياني عن طريق منحنيات السواء توازن المستهلك؟ ماذا يطلق على المنحنى المحصل عليه من نقاط توازن المستهلك ؟ اشتق منحنى الطلب على السلعة Y ؟

4 – إذا ضربنا الدخل وأسعار السلعتين بنفس القيمة، هل يتغير الطلب؟

التمرين السابع: (محلول في الصفحة 439 التمرين الحادي عشر)

لتكن لدينا دالة إشباع مستهلك ما من السلعتين X , Y على الشكل التالي:

$$TU = Y\sqrt{X}$$

علما أن كميات السلعتين هما: $Y = X = 4$.

المطلوب: 1 - أوجد أسعار السلعتين حتى يكون هذا المستهلك الذي يملك دخلا مقداره $R = 10$ في حالة توازن؟ مثل ذلك بيانيا ؟

2 - أوجد دوال الطلب على كل من السلعتين بدلالة الأسعار والدخل؟

3 - أوجد مرونة الطلب السعرية لكل من السلعتين ؟

4 - أوجد مرونة الطلب الدخلية لكل من السلعتين واشرح النتائج؟

5 - اشرح باختصار المعنى الاقتصادي لمضاعف لاغرانج عند استخدامه في البحث في توازن المستهلك؟

التمرين الثامن : بافتراض ان دالة إشباع مستهلك ما تأخذ الشكل التالي :

$$S = X^{\alpha}Y^{\beta}$$

حيث ان : α , β مقاييس استدلالية .

Y ,X كميات السلعتين المطلوبتين .

المطلوب : 1 ـ بافتراض ان Yتبقى ثابتة وان X ترتفع ب 10% .

ـ ما هو مقدار زيادة الإشباع ؟

ـ ما هو المعنى الاقتصادي لكل من α , β؟

2 ـ حدد العلاقة الموجودة بين :

ـ المعدل الحدي للإحلال RMS_{xy} والمرونة الجزئية للإشباع بالنسبة لكل من السلعتين ؟

ـ مرونة منحنى السواء E ومرونة الإشباع بالنسبة للسلعتين؟

3 ـ بافتراض ان مرونة منحنى السواء I = E و مرونة الإشباع بالنسبة للسلعة X هي e=0.5 . بكم سوف نضاعف الإشباع إذا ما ضربنا X, Y ب 4 مرات ؟

التمرين التاسع: مستهلك يملك دالة منفعة لها الصيغة التالية:

$$TU = 15X^{0.5}Y^{0.5}$$

جيث ان Y,X هما كميات السلعتين المستهلكتين

المطلوب: 1- اشرح باختصار السلوك العقلاني للمستهلك؟

2 -بافتراض ان سعري السلعتين هما: $P_X = 2,\quad P_Y = 1$ وان دخل المستهلك المخصص للإنفاق على هاتين السلعتين هو R=200 أوجد توازن المستهلك؟

3-نفترض ~~الآن~~ بان سعر السلعة Y ارتفع واصبح 2 مع ثبات العوامل الأخرى ، أوجد الأثر الإحلال والأثر الدخلي للتغير في الاستهلاك؟

4-ما هو نوع السلعة Y ؟ ولماذا؟

التمرين العاشر:

لتكن لدينا دالة منفعة مستهلك ما على الشكل التالي:

$$TU = X^{\frac{1}{3}}Y^{\frac{2}{3}}$$

وان أسعار السلعتين هما $P_X \quad , \quad P_Y$

المطلوب:

1 باعتبار ان المستهلك عقلاني ويمتلك دخلا مقداره R = 1200

وان $P_X^1 = 1,\quad P_Y^1 = 2$

1- أوجد التركيبة المثلى من السلعتين التي يختارها هذا المستهلك؟

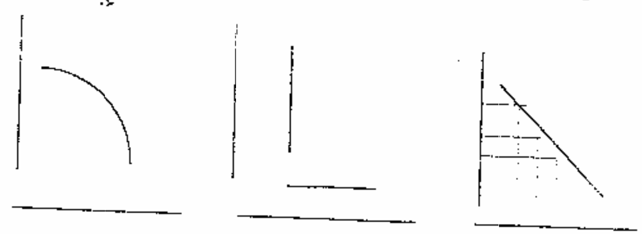
2 - إذا ما تضاعف دخل هذا المستهلك مع بقاء العوامل الأخرى دون تغيير. أوجد التركيبة الاستهلاكية المثلى؟ وضح العلاقة ما بين الكميات المستهلكة والدخل والأسعار ؟ ما هي العلاقة ما بين السلعتين؟ احسب مرونة الطلب الدخلية عند نقطة التوازن واشرح النتيجة ؟

3 - ان نظام الأسعار اصبح كالتالي: $P_X^2 = P_Y^2 = 2$ بينما بقي الدخل دون تغيير. أوجد التركيبة المثلي للاستهلاك ؟ افصل الأثرين الدخلي والإحلال؟ ما هو نوع السلعة؟

(التمرين 6 ص 74) : الأثرين الدخلي والاحلالي .

حل تطبيقات سلوك المستهلك/ نظرية منحنيات السواء

حل التمرين الأول:



أ ـ إحلال تام بين السلعتين سلعتين بديلتين بشكل تام   ب- سلعتين مكملتين بشكل تام   ج ـ تزايد معدل الإحلال الحدي

أ ـ حتى تكون السلعتين بديلتين بشكل تام يجب ان يكون المعدل الحدي ثابتا ، بمعنى انه يجب التنازل عن نفس الكمية من Y مقابل وحدة إضافية من X. فعند التحرك من النقطةA إلىB النقطة يكون المعدل الحدي للإحلال هو نفسه عند التحرك من النقطة B إلى النقطة C .

ب ـ في الحالة الثانية حتى تكون السلعتين مكملتين بشكل تام ، عادة ما تكون منحنيات السواء خطوطا مستقيمة أو خطوطا التقت عند زوايا مستقيمة . والمثال على ذلك السيارة والبنزين . وحتى يتحقق ذلك يجب ان يساوي كل من المعدل الحدي للإحلال بين X , Y أي MRSxy و نظيره MRSyx والصفر .

ج ـ الحالة الثالثة توضح تزايد المعدل الحدي للإحلال بين السلعتين . فكلما تحركنا إلى الأسفل على منحنى السواء يتزايد المعدل الحدي للإحلال .

فنلاحظ انه بتحركنا من A إلى B ثم من B إلى C يتزايد المعدل الحدي للإحلال. هذه الحالة تشذ عن تحليلنا لسلوك المستهلك والتي تفترض ان منحنيات السواء مقعرة في اتجاه نقطة الأصل. لأنه إذا ما افترضنا خطا للميزانية ومس هذا المنحنى عند أدنى هذه النقاط A, B, C، فان المستهلك لا يكون عقلانيا عند هذه النقاط بل يمكنه الوصول إلى مستوى آخر اعلي للإشباع من هذا المستوى.

د – يقيس المعدل الحدي للإحلال كمية السلعة التي يرغب المستهلك في التنازل عنها مقابل وحدة إضافية من X مع بقاء استمراره على نفس المنحنى أي ان $MRS_{xy} = \left|\frac{\Delta Q_y}{\Delta Q_x}\right|$ أما بالنسبة للمنفعة الحدية للسلعة X فتقيس التغير في المنفعة الكلية المحصل عليها من نفس السلعة عندما تتغير هذه الأخيرة بوحدة واحدة.أي ان : $MU_x = \frac{\Delta TU_x}{\Delta Q_x}$ وبالتالي فان ما يقيسه المعدل الحدي للإحلال الحدي يختلف عن ما تقيسه المنفعة الحدية.

حل التمرين الثاني :

I – الكميات المطلوبة من طرف هذا المستهلك من السلعتين:

ان مستقيم الميزانية يأخذ المعادلة التالية :

$$R = 5X + 5Y \Longrightarrow Y = -X + (R/5)$$

إذا لم تتغير الأسعار فإن ميل مستقيم الدخل سوف لن يتغير. وإذا تغير الدخل فقط فان مستقيم الدخل سوف ينتقل إلى اليمين أو إلى اليسار وبالتوازي إلى المستقيم الأصلي.

مـــن اجـــل تحديد الكميات المطلوبة المثلى من السلعتين فان ذلك يتطـــلب إيجاد التوافيق المثلى من السلعتين لتحقيق منفعة معطاة بدخل أدنى.

فعلى سبيل المثال نأخذ المستوىً الأول أي منحنى السواء الأول :

النقطة A تتطلب دخلا مقداره : $Ra = (2.5) + (5.5) = 35$

النقطة B تتطلب دخلا مقداره : $R(b) = (4.5) + (2.5) = 30$

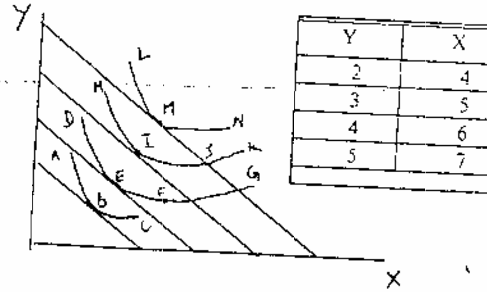
النقطة C = = = : $R(c) = (8.5) + (1.5) = 45$

إذا التوفيقة المثلى لهذا المستهلك من السلعتين هي النقطة B لأنها تحقق نفس مســتوى الإشباع للنقاط C،A ولكنها تتطلب دخلا اقل من هذه النقاط

أي ان: $B = (X=4 , Y=2)$.

وبإعادة نفس الحسابات لكل منحنى نجد التوافيق المثلى وهي : M ، I ، E ، B وان مســتويات الدخول هي على التوالي 30، 40، 50، 60.

هذه النتائج تسمح بكتابة جدول الطلب والتمثيل البياني كالتالي :

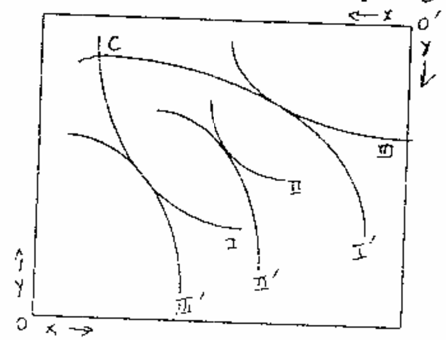


التوفيق	الدخل	X	Y
B	30	4	2
E	40	5	3
I	50	6	4
M	60	7	5

ان تطور الطلب على السلعتين كعلاقة مع الدخل يبين بان التغير في كل من المتغيرين هو في نفس الاتجاه، أي ان العلاقة هي طردية وبالتالي فان السلعتين هما عاديتين.

حل التمرين الثالث :

1 - التمثيل البياني لمخطط ادجورث.



2 - عند نقطة تقاطع المنحنيين I، I′ فان المستهلك A يستهلك 3 وحدات من X و 11 وحدات من Y. بينما المستهلك B يستهلك 15 وحدة من X و 2 من Y.

عند هذه النقطة فان المعدل الحدي للإحلال يختلف لدى الفردين وبالتالي يمكن إجراء عملية المبادلة المربحة أي ان :

$$(MRS_{XY})^A \neq (MRS_{XY})^B \Rightarrow \left|\frac{\Delta Y}{\Delta X}\right|^A \neq \left|\frac{\Delta Y}{\Delta X}\right|^B$$

$$\left(\frac{11-5}{1}\right)^A \neq \left(\frac{2}{9}\right)^B \Rightarrow \left|\frac{11-5}{3-4}\right| \neq \left|\frac{5-2}{6-15}\right| \Rightarrow \left|\frac{6}{1}\right| \neq \left|\frac{3}{9}\right|$$

3 - يمكن للفرد A ان يتخلى عن 3 وحدات من Y للمستهلك B مقابل حصوله على 5 وحدات من X من طرف المستهلك B وبالتالي يصبح

لديه 8X و 7Y. في المقابل المستهلك B يتخلى عن 5 وحدات من X مقابل 3 Y من المستهلك A وبالتالي يصبح لديه Y6 , X10.

من الرسم البياني نلاحظ ان كلا من الفردين حققا زيادة في مستوى الإشباع ذلك انهما انتقلا من منحنيات السواء الأولى إلى منحنيات السواء الثانية. هذان المنحنيان يتماسان عند هاتين التركيبتين وبالتالي تتوقف عملية المبادلة.

$$A\begin{bmatrix}X=10\\ Y=8\end{bmatrix} æB\begin{bmatrix}X=7\\ Y=5\end{bmatrix}$$

4 – بتوصيل جميع نقاط التماس للمنحنيات المتعاكسة نحصل على منحنى عقد الاستهلاك الذي يمتد من نقطة الأصل في الأسفل إلى نقطة الأصل في الأعلى بالنسبة للطرفين. تدل أية نقطة لا تقع على منحنى العقد ان هناك أساس للتبادل المربح للطرفين، أما إذا وقع الطرفين على هذا المنحنى فلا يتحقق لهما مكاسب من وراء عملية التبادل. وبهذا تنتهي العمليات التبادلية.

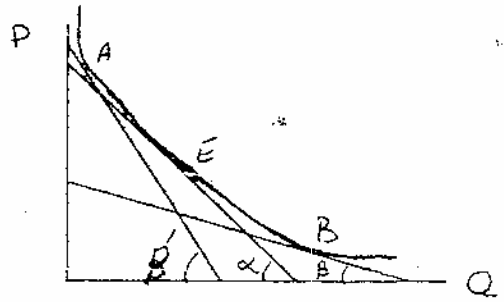
حل التمرين الرابع :

ان كلا من النقطتين لا تحققان شرط التوازن لان:

– ميل منحنى السواء الثابت لمستقيم الميزانية في مختلف نقطه هو α أي Px/Py.

وبما ان الزاوية $\beta)\alpha$ فهذا يعني ان:

$$\left|\frac{P_X}{P_Y}\right| < \frac{MU_X}{MU_Y} \Rightarrow \frac{MU_Y}{P_Y} < \frac{MU_X}{P_X}$$



ان هذه النتيجة مخالفة لشرط التوازن وبالتالي فان النقطة A لا تحقق المنفعة القصوى ولا تمثل التركيب الأمثل المنشود.

ان وضع المستهلك اقتصاديا عند النقطة A يعني ان آخر دينار منفق يعطي منفعة اكبر في شراء السلعة X منها في شراء Y . لذلك فمن مصلحة المستهلك الحصول على كميات إضافية من X وتخفيض الكميات من Y وبالتالي عليه ان يتجه نحو تركيب يقع يمين النقطة A على مستقيم الميزانية.

– أما في النقطة B فان الوضع يكون معاكسا نظرا لان:

$$.\alpha)\beta \Rightarrow \frac{Px}{Py}\rangle\frac{MUx}{MUy} \Rightarrow \frac{MUy}{Py}\rangle\frac{MUx}{Px}$$

وبالتالي فان وضع المستهلك اقتصاديا في النقطة B يعني ان آخر دينار منفق يعطي منفعة اكبر في شراء السلعة Y منها في شراء السلعة X. لذلك فمن مصلحة المستهلك الحصول على كميات إضافية منY وتخفيض الكميات من X. أي الاتجاه نحو تركيب يقع يسار النقطة B على مستقيم الميزانية. أي الاتجاه في كلتا الحالتين إلى النقطة E حيث $\frac{Px}{Py}=\frac{MUx}{MUy}$ وبالتالي يتحقق التوازن المنشود.

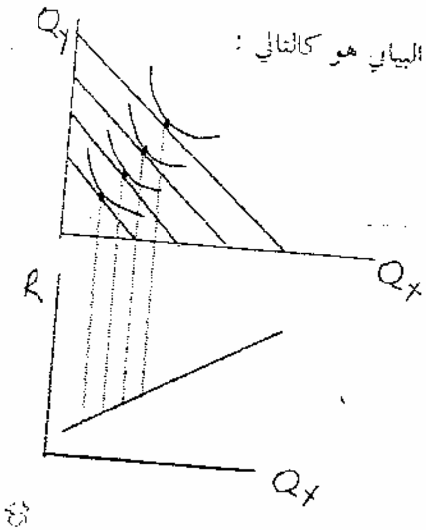
حل التمرين الخامس :

1 - منحنى الاستهلاك الدخل هو المحل الهندسي لنقاط توازن المستهلك عندما يتغير الدخل النقدي للمستهلك دون غيره.

لأجل رسم منحنى الاستهلاك الدخل ننطلق من تحديدي خط الميزانية $R = 5X + 5Y$ وبالتالي فان الكميات المستهلكة من السلعتين أمام المستويات المختلفة من الدخول يوضحها الجدول ادناه.

الدخل R	30	40	50	60
الكمية X	4	5	6	7
الكمية Y	2	3	4	5

التمثيل البياني هو كالتالي :



2 - يوضح منحنى انجل الكميات التي يشتريها

المستهلك من سلعة ما في وحدة الزمن عند المستويات المختلفة من دخله. وبالتالي هو ذلك المنحنى الذي يعكس الكميات التي يتناوب المستهلك في شرائها عند المستويات المختلفة من دخله النقدي.

هذه السلعة هي سلعة عادية ضرورية لان منحنى انجل موجب الميل ويقطع محور الكميات.

حل التمرين السادس :

1 - دوال الطلب على كل من السلعتين :

$$L = X^{3/4}Y^{1/4} + \lambda(R - PxX - PyY)$$

$$\frac{dL}{dY} = \frac{3}{4}\left(\frac{Y}{X}\right)^{1/4} - \lambda Px = 0$$

$$\frac{dL}{dY} = \frac{1}{4}\left(\frac{X}{Y}\right)^{3/4} - \lambda Py = 0$$

$$\frac{Ll}{d\lambda} = R - PxX - PyY = 0$$

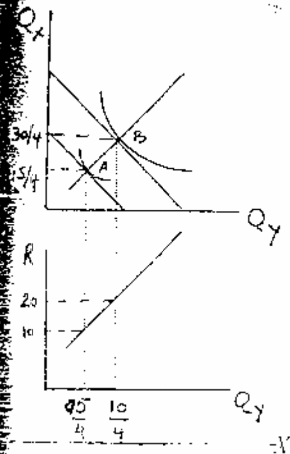
من المعدلات 1،2،3 نجد :

$$R = \frac{P_X 3YP_Y}{P_X} + P_Y \Rightarrow Y = \frac{R}{4P_Y}, \quad X = \frac{3R}{4P_X}$$

الدالتين ترتبط كل منهما بعلاقة عكسية بسعر السلعتين وبالدخل بعلاقة طردية.

2 - لدينا $Px = Py = 2$

من اجل $R = 10$ فان تركيبة التوازن هي :



$$X = \frac{3R}{4P_X} = \frac{(10)3}{(4)2} = \frac{15}{4}$$

$$Y = \frac{R}{4P_Y} = \frac{10}{2(4)} = \frac{5}{4}$$

$$A\left(X = \frac{15}{4}, Y = \frac{5}{4}\right)$$

من اجل R = 20 فإننا نحصل على النقطة B.

$$X = \frac{3.20}{4.2} = \frac{60}{8} = \frac{30}{4}$$

$$Y = \frac{20}{2.4} = \frac{20}{8} = \frac{10}{4}$$

$$B\left(X = \frac{30}{4}, \quad Y = \frac{10}{4}\right)$$

النقطة A, B تمثلان توازن المستهلك عندما يتغير الدخل وتبقى أسعار السلعتين ثابتة عند 2. المنحنى الواصل بينهما يطلق عليه محنى الاستهلاك الدخل.

النقاط A', B' تمثلان الكميات المستهلكة من السلعة Y أمام المستويين من الدخل R=10, R' =20 والمنحنى الواصل بينهما هو منحنى انجل. ويمكن إيجاده مباشرة عن طريق الإسقاط مباشرة.

A' (R=10 , Y = 5/4) , B' (R=20 , Y = 10/4)

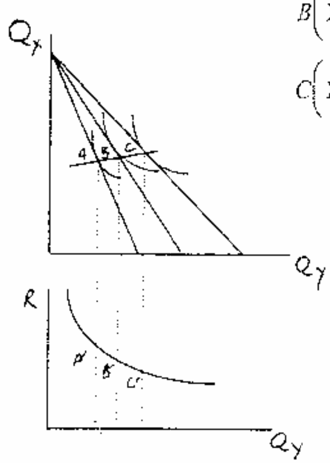
3 - لدينا Px = 2 , R =10

من اجل Py = 1 , Py = 2 , Py = 4 يكون لدينا

$$A\left(Y = \frac{10}{4.4} = \frac{5}{8}, \quad X = \frac{15}{4}\right)$$

$$B\left(Y = \frac{10}{8} = \frac{5}{4}, \quad X = \frac{15}{4}\right):$$

$$C\left(Y = \frac{10}{4} = \frac{5}{2}, \quad X = \frac{15}{4}\right)$$



النقاط A, B, C تمثل توازن المستهلك عندما يتغير سعر السلعة Y مع ثبات سعر السلعة X والدخل النقدي. أما المنحنى الواصل بينهم فيطلق عليه اسم محنى الاستهلاك السعر A B C. النقاط A' B' C' تمثل النقاط المختلفة للكميات من السلعة Y أمام الأسعار المختلفة من السلعة Y. ويمكن إيجاده عن طريق الإسقاط مباشرة مثلما هو واضح من الرسم البياني أعلاه.

4 - إذا ضربنا كل من الدخل والأسعار بنفس المقدار ولتكن β فان الطلب على السلعتين لن يتغير حيث ان:

$$Y = \frac{R}{4P_Y}, \qquad X = \frac{3R}{4P_X}$$

$$Y_1 = \frac{R\beta}{4P_Y\beta} = Y, \qquad X_1 = \frac{3R\beta}{4P_X\beta}$$

حل التمرين السابع :

البحث عن أسعار السلعتين أي Px , Py

يكون المستهلك في حالة توازن عندما.

$$L = \sqrt{X}Y + \lambda(R - Px - Py)$$

$$\frac{dL}{dx} = \frac{1}{2}\frac{Y}{\sqrt{X}} - \lambda Px = 0 \rightarrow 1$$

$$\frac{dL}{dY} = \sqrt{X} - \lambda Py = 0 \rightarrow 2$$

$$\frac{dL}{dY} = R - Px - Py = 0 \rightarrow 3$$

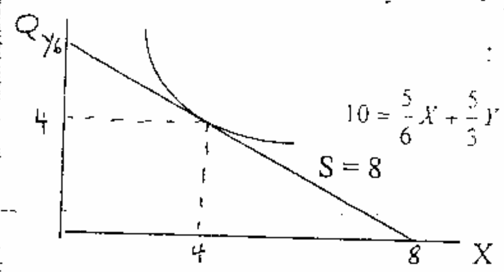
من 1، 2، 3 يمكننا إيجاد أسعار السلعتين $Py = \frac{5}{3}$، $Px = \frac{10}{12} = \frac{5}{6}$ وهي

أسعار السلعتين التي تسمح بشراء = Y =X

بدخل نقدي مقداره 10 وحدات نقدية.

3 - التمثيل البياني :

معادلة الدخل هي $10 = \frac{5}{6}X + \frac{5}{3}Y$



حل التمرين الثامن :

1 - إذا بقيت Y ثابتة يمكننا ان نكتب $S = AX^{\alpha}$

حيث ان: $A = Y^{\beta}$

كذلك يمكننا ان نكتب هذه المساواة للتغير في S بالنسبة لـ X

$$\frac{\Delta S}{\Delta X} = \frac{dS}{dX} \Rightarrow \Delta S = \frac{dS}{dX}\Delta X$$

لدينا $\frac{\Delta X}{X} = 10\%$ يمكننا إذا ان نكتب :

$$\frac{\Delta S}{X} = \frac{dS}{dX}\frac{\Delta X}{X} \Rightarrow \frac{\Delta S}{X} = \alpha A X^{\alpha-1}\frac{\Delta X}{X} \Rightarrow \Delta S = \alpha A X^{\alpha}\frac{\Delta X}{X} = \alpha S\frac{\Delta X}{X} \Rightarrow$$

$$\frac{\Delta S}{S} = \alpha\frac{\Delta X}{X} = \alpha\frac{10}{100}$$

التغير في الإشباع أو مقدار الزيادة في الإشباع عند التغير في X بـ 10%

هو $\alpha 10\%$.

من العلاقة الأخيرة يمكننا ان نكتب : $\frac{\Delta S}{\Delta X}\frac{S}{X} = \alpha$

S هي عبارة عن المتغير التابع بينما X فهو المتغير المستقل، لذلك يمكننا ان

نقول بان α هي مرونة الإشباع بالنسبة لـ X أي التغير النسبي في S

عندما يتغير X بنسبة معينة.

يمكننا ان نبرهن بنفس الطريقة بان β هي مرونة الإشباع بالنسبة

لـ Y.

2 - المعدل الحدي للإحلال للدالة $S = X^{\alpha}Y^{\beta}$

$$\frac{dY}{dX} = \frac{MUx}{MUy} = \frac{\alpha X^{\alpha-1}Y^{\beta}}{\beta X^{\alpha}Y^{\beta-1}} = -\frac{Y\alpha}{X\beta}$$

α هي مرونة الإشباع بالنسبة للسلعة X أي E(x)

β هي مرونة الإشباع بالنسبة للسلعة Y أي E(y)

والعلاقة بين المعدل الحدي للإحلال والمرونات الجزئية هي :

$$RMS_{xy} = -\frac{E_x Y}{E_y X} = \left|\frac{dY}{dX}\right|$$

وما دامت لدينا العلاقة الأخيرة، يمكننا ان نكتب : $\frac{dY}{dX}\frac{X}{Y} = -\frac{E_X}{E_Y}$ الطرف الأول من العلاقة هو عبارة عن مرونة Y بالنسبة ل- X وبالتالي هو مرونة منحنى السواء.

فإذا رمزنا إلى هذه المرونة بالرمز E يكون لدينا : $E = -\frac{E_X}{E_Y}$

نلاحظ بان مرونة منحنى السواء تساوي نسبة المرونات الجزئية للإشباع بالنسبة لكل سلعة. كما انها ظهرت بإشارة سالبة وذلك للعلاقة العكسية بين X ,Y، العكسية في منحنيات السواء.

3 - $E = -1$ في كل نقاط منحنى السواء، ومرونة الإشباع بالنسبة للسلعة X هي Ex نستطيع أن نكتب :

$$S = X^{0.5}Y^{0.5}$$

الكميات Y ,X مضروبة في 4، يكون لدينا :

$$S' = (4X)^{0.5}(4Y)^{0.5} = 4X^{0.5}Y^{0.5} = 4S$$

أي اننا سنضاعف S ب- 4 مرات إذا ما ضاعفنا X ,Y ب- 4 مرات.

حل التمرين التاسع:

1 - يتمثل السلوك العقلاني للمستهلك في تعظيم تابع المنفعة لهذا الأخير أمام دخل معلوم، أو تخفيض تابع الدخل أمام منفعة معلومة.

2 إيجاد توازن المستهلك:

- نستخدم طريقة مضاعف لاغرانج لنجد:

$$L = 15X^{0.5}Y^{0.5} - \lambda(2X + Y - 200)$$

$$\frac{\partial L}{\partial X} = \frac{15Y^{0.5}}{2X^{0.5}} - 2\lambda = 0$$

$$\frac{\partial L}{\partial Y} = \frac{15X^{0.5}}{2Y^{0.5}} - \lambda = 0$$

$$\frac{\partial L}{\partial \lambda} = 2X + Y - 200 = 0$$

$$2X + 2X = 200 \Rightarrow$$

$$X_1 = 50$$

$$Y_1 = 100$$

وهي كميات التوازن.

المنفعة القصوى هي: $TU = 15\sqrt{50}\sqrt{100} = 1060.5$

3 - الأثر الإحلالي والأثر الدخلي بعد ارتفاع ~~الدخل~~: السعر Y :

$$TU = 15X^{0.5}Y^{0.5} = 1060.5 \Rightarrow Y^{0.5} = \frac{1060.5}{15X^{0.5}}$$

$$Y = \frac{4998.49}{X}$$

$$\frac{\partial Y}{\partial X} = \frac{P_X}{P_Y} \Rightarrow \frac{-4998.49}{X^2} = -\frac{2}{2} \Rightarrow$$

$$X_2 = 70.7$$

$$Y_2 = 70.7$$

نلاحظ انه بعد ارتفاع سعر السلعة Y فان الطلب عليها ~~انخفض~~، أي إحلال X محل Y.

اثر الإحلال هو:

$$\Delta Y = Y_2 - Y_1 = 70.7 - 100 = -29.3$$

$$\Delta X = X_2 - X_1 = 70.7 - 50 = 20.7$$

اثر الدخل:

$$L = L = 15X^{0.5}Y^{0.5} - \lambda(2X + 2Y - 200)$$

$$\frac{\partial L}{\partial X} = \frac{15Y^{0.5}}{2X^{0.5}} - 2\lambda = 0$$

$$\frac{\partial L}{\partial Y} = \frac{15X^{0.5}}{2Y^{0.5}} - 2\lambda = 0$$

$$\frac{\partial L}{\partial \lambda} = 2X + 2Y - 200 = 0$$

$$X_3 = 50$$

$$Y_3 = 50$$

نلاحظ أن الأثر الدخلي أدى إلى انخفاض الطلب على Y بمقدار :

$$\Delta Y = 50 - 70.7 = -20.7$$

4 – الأثران يعملان في نفس الاتجاه. فالأثر الاحلالي أدى إلى انخفاض الطلب على Y بمقدار 29,3− ، وكذلك الأثر الدخلي أدى إلى انخفاض الطلب على Y بمقدار 20,7− وبالتالي الأثر الكلي يعادل:

$$Y = -29.3 + 20.7 = 50$$

السلعة Y هي سلعة عادية لان الأثر الدخلي أدى إلى انخفاض الطلب عليها.

حل التمرين العاشر:

1 -

$$L = X^{1/3}Y^{2/3} - \lambda(1200 - X - 2Y)$$

$$\frac{\partial L}{\partial X} = \frac{1}{3}\frac{Y^{2/3}}{X^{2/3}} - \lambda = 0$$

$$\frac{\partial L}{\partial Y} = \frac{2}{3}\frac{X^{1/3}}{Y^{1/3}} - 2\lambda = 0$$

$$\frac{\partial L}{\partial \lambda} = 1200 - X - 2Y = 0$$

$$X = Y$$

$$X = 400 \quad , \quad Y = 400$$

2 – الدخل يتضاعف مع ثبات العوامل الأخرى:

أ –

$$2400 - X - 2Y = 0$$

$$X = Y$$

$$X = 800 \quad , \quad Y = 800$$

ب – العلاقة بين الدخل والكميات المستهلكة.

$$L = X^{1/3}Y^{2/3} - \lambda(R - P_X X - P_Y Y)$$

$$\frac{\partial L}{\partial X} = \frac{1}{3}\frac{Y^{2/3}}{X^{2/3}} - \lambda P_X = 0$$

$$\frac{\partial L}{\partial Y} = \frac{2}{3}\frac{X^{1/3}}{Y^{1/3}} - \lambda P_Y = 0$$

$$\frac{\partial L}{\partial \lambda} = R - P_X X - P_Y Y = 0$$

$$X = \frac{R}{3P_X} \quad , \quad Y = \frac{2R}{3P_Y}$$

نلاحظ بان الكميتين المستهلكتين مرتبطتان طرديا مع الدخل وعكسيا مع سعريهما كل على حدة.

كما ان السلعتين غير مرتبطتين مع بعضهما البعض.

ج - مرونة الطلب الدخلية لكل من السلعتين:

$$E_R = \frac{\partial Q}{\partial R}\frac{R}{Q}$$

$$E_{RX} = \frac{1}{3}\frac{2400}{800} = 1$$

$$E_{RY} = \frac{\cancel{2}}{\cancel{3}}\frac{2400}{800} = \cancel{2} = 1 = \frac{-6R}{9P_Y^2}\cdot\frac{P_X}{Y} = \frac{-6R}{9P_Y^2}\cdot\frac{P_Y}{\frac{2R}{3P_Y}}$$

السلعتان عاديتان ضروريتان

3 - سعر السلعة الثاني يتضاعف، وبالتالي فان التركيبة المثلى من
الأخرى
السلعتين هي:

$$X = \frac{R}{3P_X} = \frac{1200}{3(2)} = 200$$

$$Y = \frac{2R}{3P_Y} = \frac{2(1200)}{3(2)} = 400$$

لأجل المحافظة على نفس مستوى الإشباع كما كان في الحالة

الأولى:

$$TU = (400)^{1/3}(400)^{2/3} = 400$$

$$400 = X^{1/3}(2X)^{2/3} \Rightarrow 2^{2/3}X = 400 \Rightarrow X = \frac{400}{2^{2/3}}$$

$$X = 251.98$$

$$Y = 503.96$$

اثر الإحلال:

عند X : $\Delta X = 251 - 400 = -148{,}02$

عند Y : $\Delta Y = 503{,}96 - 400 = 103{,}96$

اثر الدخل:

عند X : $\Delta X = 200 - 251{,}98 = -51{,}98$

عند Y : $\Delta Y = 400 - 503 = 103{,}96$

نلاحظ بان الأثرين يعملان في نفس الاتجاه. ذلك انه بارتفاع سعر السلع X فان اثر الإحلال عمل على تخفيض الكمية المطلوبة كما ان اثر الدخل عمل كذلك على انخفاض الكمية المطلوبة. وبالتالي فان السلعة X هي سلعة عادية.

الفصل السادس

تطبيقات على سلوك المنتج/ نظرية الإنتاج

التمرين الأول: من بيانات الجدول أدناه:

الأرض K	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
العمل L	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
الناتج الكلي TP	0	2	5	9	12	14	15	15	14	12

1- أوجد الناتج المتوسط والحدي؟

2- ارسم منحنى الناتج الكلي والمتوسط والحدي على رسم بياني واحد؟

3 - اشرح شكل منحنى الناتج الحدي والمتوسط بدلالة منحنى الناتج الكلي؟

4- ما الذي ينص عليه قانون تناقص الغلة بدلالة العمل؟

5- حدد أين يبدأ قانون تناقص الغلة من الشكل؟

6- عرف المراحل الثلاثة للإنتاج و حددها على الشكل؟

2 **التمرين الثاني:** بافتراض أن عملية الإنتاج تتم بواسطة عاملين اثنين من عوامل الإنتاج K رأس المال و L العمل، العلاقة الدالية بين المتغيرات: الإنتاج والعمل ورأس المال تأخذ الشكل التالي:

$$Q = 3L^2K - \frac{1}{3}KL^3 - 5KL$$

بافتراض أن المنتج لا يغير من رأسماله حيث أن: K=1.

المطلوب: حدد وحدات العمل التي تحدد المرحلة الفعالة و الأساسية (حدود المرحلة 2) للإنتاج؟

2 - مثل بيانيا منحنيات النواتج الكلية والمتوسطة والحدية على رسمين بيانيين واضحين ومؤشر عليهما؟

3 - بافتراض أن عملية الإنتاج تتم خلال أسبوع ، وان كل وحدة عمل في الدالة تمثل عاملا والذي يعمل 40 ساعة. وان المقابل كأجر لكل عامل خلال الأسبوع مضمون باقتطاع وحدة واحدة من الكمية المنتجة. والسؤال المطروح هو ، انطلاقا من أي وحدة للعمل يكون الإنتاج كاف لضمان دفع مقابل كأجر للعمل المستخدم في العملية الإنتاجية؟

التمرين الثالث. تحت الفروض التالية:

1 - ثبات حجم التقنية. 2 - ثبات عنصر العمل عند وحدة واحدة. 3 - تناوب مساحات الأرض المستخدمة والتي تتراوح فيما بين 1/9 حتى 1 هكتار من الأرض في الفترة الزمنية من الجدول أدناه:

الأرض	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
العمل	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
الناتج الكلي TP	0	2	5	9	12	14	15	15	14	12

1 - أوجد الناتج الكلي والمتوسط والحدي للأرض؟

2 - ارسم على نفس الإحداثيات مستعينا بالتمرين الأول منحنيات الناتج الكلي والمتوسط والحدي لكل من العمل و الأرض؟

3 - حدد مراحل الإنتاج لكل من العمل والأرض؟

4 - لماذا يعمل المنتج في المرحلة الثانية؟

التمرين الرابع: لتكن لدينا دوال الإنتاج التالية:

$Q1 = K^{0.2} L^{0.5}$

$Q2 = 2L^{3/4} K^{\beta}$

$Q3 = 2\sqrt{L}\sqrt{K}$

حيث أن: L, K العمل وراس المال على التوالي ؛

β ثابت.

المطلوب: 1- أوجد صيغة المعدل الحدي للإحلال التقني $RMTS_{LK}$ لدالتي الإنتاج الأولى والثانية؟

2- ما هي قيمة المعدل الحدي للإحلال التقني $RMTS_{LK}$ في دالة الإنتاج الثالثة عندما يكون Q3=2 , L=3؟

التمرين الخامس: لتكن لدينا دالة الإنتاج التالية وهي من نوع دوال كوب دوغلاس.

$$Q = bL^{\alpha} K^{\beta}$$

حيث أن: Q تمثل كمية الإنتاج ؛

L, K تمثل عوامل الإنتاج العمل وراس المال على التوالي ؛

b ثابت يمثل التطور الفني والتكنولوجي.

المطلوب: 1 - بأية مقدار يمكن مضاعفة أو ضرب كمية الإنتاج إذا ما ضاعفنا عوامل الإنتاج بمرتين وكان لدينا $\alpha + \beta = 2$ ؟ :

2 - احسب المعاملات α, β إذا علمت أن:

- مرونة الإنتاج بالنسبة للعمل تساوي 0.5 ؛

- إن دالة الإنتاج متجانسة ومن الدرجة الثانية.

3 – أوجد دالتي الناتج الحدي و المتوسط للعمل انطلاقا من دالة الإنتاج المحددة في المطلب الثاني؟

4 – ما هي الحلول التي يمكن اتخاذها من اجل زيادة الناتج الحدي للعمل؟

التمرين السادس: لتكن لدينا دالة إنتاج لسلعة ما على الشكل التالي:

$$Q = 2\sqrt{K}\sqrt{L}$$

حيث أن: L ,K رأس المال والعمل على التوالي؛

p – سعر الوحدة من السلعة المنتجة ؛

S – معدل الأجر ؛

i – تكلفة استعمال رأس المال.

المطلوب: (أ) – أوجد معادلة الطلب على العمل عندما تكون كمية رأس المال المستعملة K = 4؟ ما هي خصائص منحنى الطلب المحصل عليه؟

(ب) – احسب قيمة الربح الأعظم عندما I =2, s =1, p = 2؟

(ج) – نتخلى الآن عن فرضية ثبات كمية رأس المال ، أوجد معادلة مسار التوسع؟

التمرين السابع: يمتلك منتج ما ثلاثة تقنيات (تراكيب) لكل من العمل وراس المال لإنتاج 1000 وحدةمن المنتوج X وهي كالتالي:

كمية الإنتاج	العمل	راس المال	
التركيبة الأولى	100	200	1000
التركيبة الثانية	120	180	1000
التركيبة الثالثة	80	212	1000

المطلوب: 1 – ما هي التركيبة أو التقنية المفضلة لهذا المنتج ، إذا كانت أسعار كل من العمل وراس المال هي على التوالي: $P_L = 20$ $P_k = 10$ ؟

2 – نفس السؤال إذا كانت الأسعار: $P_L = 20$ و $P_K = 30$ ؟

3 – إذا كانت ميزانية إنفاق هذا المنتج تعادل 3320 وحدة نقدية. ما هي التركيبة المختارة لإنتاج 1000 وحدة أمام أسعار كل من العمل وراس المال التي هي على التوالي: $P_L = 20$ و $P_K = 10$ ؟

التمرين الثامن: لتكن لدينا دالة الإنتاج للمدى القصير التالية:

$$Q = 10LK^2 - (LK)^3$$

نفرض أن عنصر العمل ثابت ويعادل $L = 2$ ، وان K تمثل راس المال، بينما Q فتمثل الناتج.

المطلوب: 1 – ما هو مقدار راس المال الذي يوصلنا إلى تحقيق اعظم ناتج كلي ممكن؟

2 – ما هو مقدار راس المال الذي تلتقي عنده منحنيات الناتج الحدي والناتج المتوسط؟

3 - ما هي أهمية نقطة التقاء منحنى الناتج الحدي والناتج المتوسط في تحليل سلوك المنتج في الأجل القصير؟

التمرين التاسع: لتكن لدينا المعلومتين التاليتين:

- دالة إنتاج من نوع دوال كوب دوغلاس: $Q = L^{0.5}K^{\beta}$

حيث: Q تمثل حجم الإنتاج

L.K راس المال والعمل.

- وعند نقطة في منطقة الإنتاج فان: $Q = L = K = X_0$

المطلوب: 1 - حساب قيمة β وتبيان معناها؟

2 - كم سوف تكون نسبة زيادة الإنتاج إذا ما أبقينا (K) دون تغيير ورفعنا (L) ب- 10%؟

3 - ماذا يمكن قوله عن غلة الحجم أمام هذه المعطيات في المطلب الأول؟

التمرين العاشر: لتكن لدينا دالة الإنتاج التالية:

$$Q = 20KL - 15K^2 - 4L^2$$

أما أسعار عوامل الإنتاج فهي: $P_L = 10$ $P_K = 25,$ وميزانية المنتج فتقدر ب- R=4500

المطلوب: ما هي شروط تعظيم الإنتاج؟

التمرين الحادي عشر: لتكن لدينا دالة إشباع مستهلك ما من السلعتين Y, X على الشكل التالي: $TU = Y\sqrt{X}$

علما أن كميات السلعتين هما: $Y = X = 4$.

المطلوب: 1 - أوجد أسعار السلعتين حتى يكون هذا المستهلك الذي يملك دخلا مقداره $R = 10$ في حالة توازن؟

2 - أوجد دوال الطلب على كل من السلعتين بدلالة الأسعار والدخل؟

3 - أوجد مرونة الطلب السعرية لكل من السلعتين؟

4 - أوجد مرونة الطلب الدخلية لكل من السلعتين واشرح النتائج؟

5 - اشرح باختصار المعنى الاقتصادي لمضاعف لاغرانج عند استخدامه في البحث في توازن المستهلك؟

التمرين الثاني عشر: لتكن لدينا دالة الإنتاج التالية:

$$Q = \frac{aK^2L - bK^3}{cL^2}$$

حيث أن: $K.L$ تمثل على التوالي العمل وراس المال، أما $c.b.a$ فهي ثوابت موجبة.

المطلوب: 1 - ماذا يمكن أن نقوله عن غلة الحجم لهذه الدالة؟ ولماذا؟ بين ذلك؟

2 - أوجد دالة الناتج الكلي للعمل؟

3 - حدد المنطقة الفعالة للإنتاج؟

4 - أوجد معادلات خطي الحدود لهذه المنطقة الفعالة؟ ومثل ذلك بيانيا؟

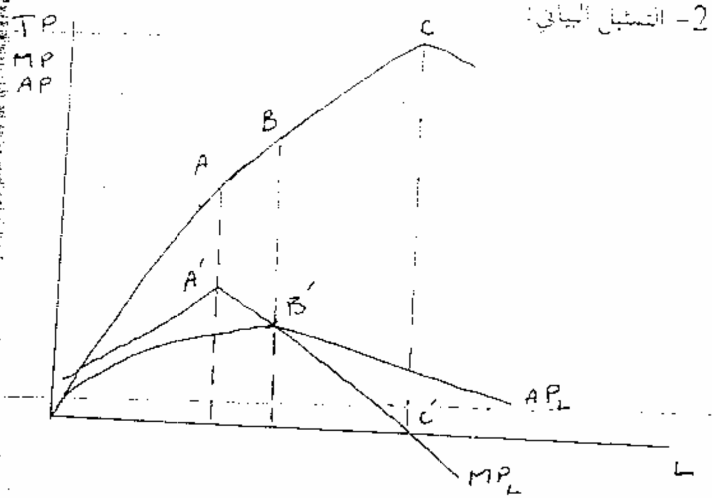
حل تطبيقات سلوك المنتج/ نظرية الإنتاج

حل التمرين الأول:

1 – الناتج الحدي والمتوسط.

K	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
L	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
TP	0	2	5	9	12	14	15	15	14	12
AP(L)	0	2	2.5	3	3	2.8	2.5	2.14	1.75	1.33
MP(L)	2	3	4	3	2	1	0	-1	-2	

2– التمثيل البياني:



3 – يزداد ميل الخط الواصل بين نقطة الأصل وكل النقاط حتى النقطة B على منحنى TP. ثم ينخفض بعد ذلك. وبالتالي يرتفع منحنى الناتج المتوسط حتى النقطة B ثم ينخفض فيما بعد ذلك. ويزداد ميل منحنى الناتج الكلي (الناتج الحدي) بدءا من نقطة الأصل حتى النقطة A. أي نقطة الانعطاف، ثم ينخفض مع بقائه موجبا حتى النقطة C التي تمثل نقطة

النهاية العظمى على منحنى الناتج الكلي. وعندها يتساوى ميل منحنى الناتج الكلي والصفر. يكون ميل منحنى الناتج الكلي سالبا بعد النقطة C، ويتساوى الناتج الحدي والمتوسط عند النقطة B.

4 – بعد الوصول إلى نقطة معينة يتناقص بالضرورة الناتج الحدي للعمل مع استخدام مزيد من وحدات هذا العنصر في وحدة الزمن مع ثبات العنصر الأخر. ويعرف هذا القانون بقانون تناقص الغلة الذي يعتبر واحد من القوانين الاقتصادية الهامة جدا في تحليل سلوك المنتج.

5– يبدأ قانون تناقص الغلة في العمل من الشكل عند النقطة A أي عندما يبدأ MP(L) في التناقص.

6– المرحلة الأولى بالنسبة للعمل تبدأ من نقطة الأصل وحتى النهاية العظمى للناتج المتوسط أي نقطة تقاطع منحنى الناتج الحدي والناتج المتوسط. أما المرحلة الثانية فتبدأ من هذه النقطة الأخيرة وحتى تعادل الناتج الحدي والصفر. في حين المرحلة الثالثة فتغطي المجال الذي يلي النقطة الأخيرة، أي عندما يكون الناتج الكلي متناقص.

حل التمرين الثاني:

1– وحدات العمل التي تحدد المرحلة الفعالة للإنتاج:

أ– النهاية العظمى للناتج الكلي: $\frac{dQ}{dL} = MP_L = 6L - L^2 - 5$

نعدم الناتج الحدي فنجد:

$$6L - L^2 - 5 = 0 \Rightarrow L_1 = 1 \quad , \quad L_2 = 5$$

$$L_1 = 1 \Rightarrow Q_1 = 3 - 1\frac{1}{3} - 5 = \frac{7}{3} -$$

$$L_2 = 5 \Rightarrow Q_2 = 3(25) - \frac{125}{3} - 5(5) = \frac{25}{3}$$

إذا L=5 هو الجذر المقبول والذي يقابله حجم ناتج مقداره . 25/3

ب ـ النهاية العظمى للناتج المتوسط.

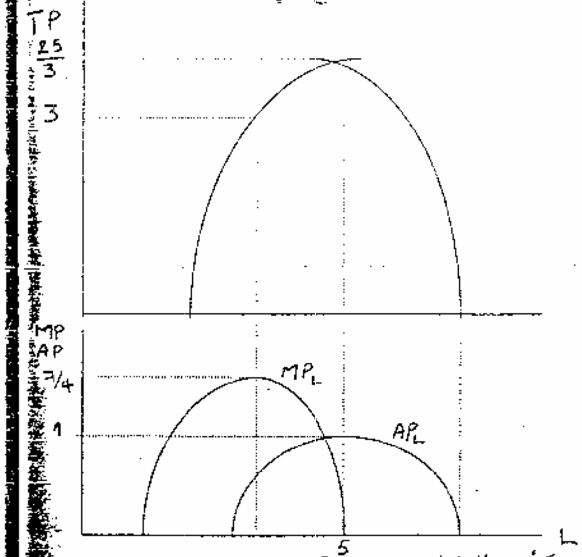
$$\frac{Q}{L} = 3L - \frac{1}{3}L^2 - 5$$

$$\left(\frac{Q}{L}\right)' = 3 - \frac{2}{3}L = 0 \Rightarrow L = \frac{9}{2} = 4.5$$

$$Q = 3\left(\frac{9}{2}\right)^2 - \frac{1}{3}\left(\frac{9}{2}\right)^2 - 5\left(\frac{9}{2}\right) = \frac{63}{8}$$

إذا وحدات العمل التي تحدد المرحلة الفعالة للإنتاج هي: $L_1 = 4.5$ ، $L_2 = 5$.

2- التمثيل البياني:



3- إن ما يدفع كأجر للعامل هو Q=1.

يمكننا إذا كتابة (Q/L)= 1 والذي يمثل الناتج المتوسط الموافق لهذا الأجر المضمون.

كل وحدة عمل إذا سوف تستهلك (Q/L)=1 إذا كان L=2,5 فان الناتج المتوسط المحقق هو اقل من 1 وبالتالي فان عدد العمال المستخدم لا يسمح بإنتاج كاف لدفع أجور العمال.

إذا كان L=3 فان (Q/L)=3/3 فان العدد L=3 من العمال يمثل الحد الأدنى الذي يمكن بواسطته أن تبدأ العملية الإنتاجية. من هنا يمكننا أن نقول بأنه انطلاقا من L>3 فان الكمية المنتجة تصبح كافية لدفع أجور العمال.

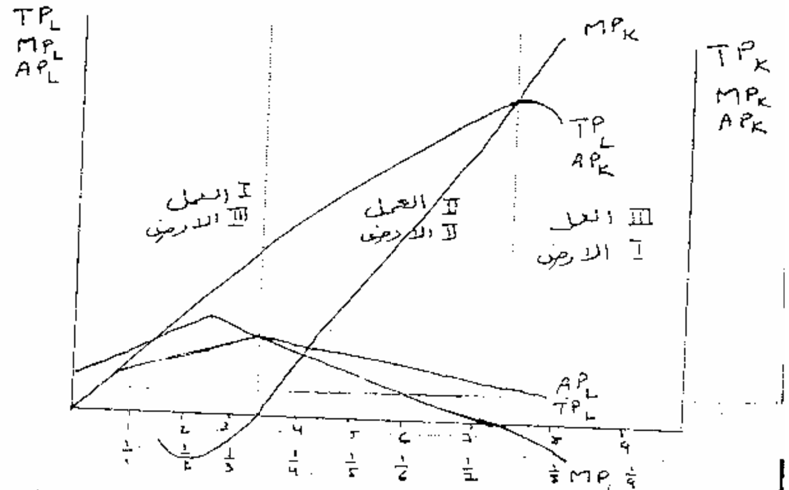
حل التمرين الثالث:

1 - الناتج الكلي والحدي والمتوسط للأرض:

K	1	1/2	1/3	1/4	1/5	1/6	1/7	1/8	1/9
L	1	1	1	1	1	1	1	1	1
TP(L)	2	5	9	12	14	15	15	14	12
TP(k)	2	2.5	3	3	2.8	2.5	2.14	1.75	1.33
AP(k)	2	5	9	12	14	15	15	14	12
MP(k)		1	3	0	4	9	15	22	30

قيم الناتج الكلي للعمل تمثل الكميات المنتجة أمام وحدة من الأرض وتغير وحدات العمل انطلاقا من وحدة واحدة.

2- التمثيل البياني:



3 - لا يعمل المنتج في المرحلة الأولى بالنسبة للعمل والتي تمثل المرحلة الثالثة بالنسبة للأرض حيث الناتج الحدي للأرض سالب، ولا يعمل المنتج في المرحلة الثالثة للعمل حيث الناتج الحدي للعمل سالبا. ويقوم المنتج في المرحلة الثانية بنشاطه لان الناتج الحدي لكل من العمل الأرض موجبين حتى ولن كانا متناقصين.

حل التمرين الرابع:

1 - المعدل الحدي للإحلال التقني:

في الحالة العامة، عندما تكون لدينا دالة إنتاج $Q= f(K,L)$ فان التفاضل الكلي للدالة هو:

$$dQ = \frac{\partial Q}{\partial K}dK + \frac{\partial Q}{\partial L}dL$$

على طول منحنى الكمية المتساوية فان الناتج الكلي يبقى دون تغيير، أي أن $dQ=0$ إذا:

$$\frac{\partial Q}{\partial K}dK + \frac{\partial Q}{\partial L}dL = 0 \Rightarrow \frac{dK}{dL} = \frac{\partial Q/\partial L}{\partial Q/\partial K} = RMTS_{LK}$$

وبالتالي فان المعدل الحدي للإحلال التقني للدالة الأولى:

$$Q_1 = K^{0.2}L^{0.5}$$

$$\frac{\partial Q}{\partial L} = 0.5K^{0.2}L^{-0.5}$$

$$\frac{\partial Q}{\partial K} = 0.2K^{-0.8}L^{0.5}$$

$$RMTS_{LK} = \frac{0.5K^{0.2}L^{-0.5}}{0.2K^{-0.8}L^{0.5}} = \frac{5K}{2L}$$

المعدل الحدي للإحلال التقني للدالة الثانية هو:

$$Q_2 = 2L^{3/4}K^{\beta}$$

$$\frac{\partial Q}{\partial L} = \frac{2}{3}L^{-1/4}K^{\beta}$$

$$\frac{\partial Q}{\partial K} = 2\beta L^{3/4}K^{\beta-1}$$

$$RMTS_{LK} = \frac{3K}{4L\beta}$$

2- إذا كان $Q(3)=2$ يمكن كتابة معادلة الكمية المتساوية على الشكل التالي: $2 = 2\sqrt{L}\sqrt{K}$

بتربيع الطرفين نحصل على: $K = \frac{1}{K}$

وباشتقاق K بالنسبة لـ L نجد: $\frac{dK}{dL} = -\frac{1}{L^2}$

إن الطرف الأيمن يمثل المعدل الحدي للإحلال التقني باعتبار أن:

$$RMTS_{LK} = \left|\frac{dK}{dL}\right|$$

وهو يمثل منحنى الكمية المتساوية عند النقطة أين: L=3 على هذا المنحنى للكمية المتساوية فان المعدل الحدي للإحلال التقني بين K,L هو:

$$RMTS_{LK} = \left|\frac{dK}{dL}\right| = \left|\frac{1}{L^2}\right| = \left|\frac{1}{9}\right|$$

حل التمرين الخامس:

1 - إن مضاعفة عوامل الإنتاج سوف يدخل التالي:

$$\alpha + \beta = 2 \quad , \quad Q = bL^{\alpha}K^{\beta}$$

إذا بمضاعفة عوامل الإنتاج فان دالة الإنتاج تصبح:

$$Q_1 = b(2L)^{\alpha}(2K)^{\beta}$$

$$Q_1 = 2^{\alpha+\beta}bL^{\alpha}K^{\beta}$$

$$Q_1 = 2^2Q = 4Q$$

إذا مقدار $\lambda = 4$

2 - حساب α, β

$$E_{Q/L} = 0.5 \Rightarrow \alpha = 0.5$$

$$Q_2 = \lambda^{\alpha+\beta}Q \Rightarrow Q_2 = \alpha + \beta = 2 \Rightarrow \beta = 1{,}5$$

$$\beta = 1.5 \qquad , \alpha = 0.5$$

3- الناتج الحدي والمتوسط للعمل:

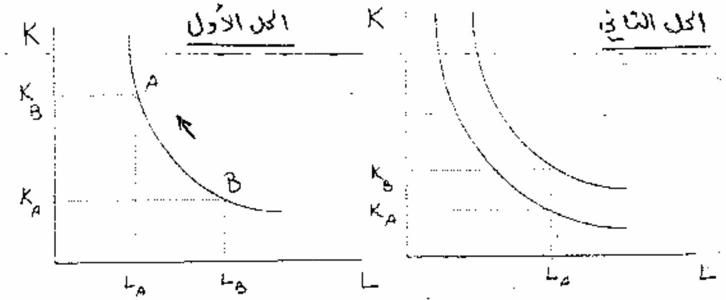
$$MP = \frac{\partial Q}{\partial L} = 0.5b\frac{K^{1.5}}{L^{0.5}}$$

$$AP_L = \frac{Q}{L} = b\frac{K^{1.5}}{L^{0.5}}$$

4- هناك عدد من الحلول التي يمكن ان تعمل على زيادة الناتج الحدي للعمل ولعل أهمها:

الحل الأول: تخفيض الكمية المستعملة من العمل و زيادة الكمية المستعملة من راس المال. في هذه الحالة سوف نتحرك على منحنى الكمية المتساوية الأولى الأعلى وبالتالي يزداد الناتج الحدي للعمل وينخفض الناتج الحدي لراس المال مثلما هو واضح من الشكل الأول أدناه.

الحل الثاني: و يتمثل في الحفاظ على حجم العمل دون تغيير وزيادة حجم راس المال ، وبالتالي يظهر منحنى للكمية المتساوية أعلى من الأول مما يعمل على زيادة الناتج الحدي للعمل مثلما هو واضح من الشكل الثاني.



ويمكن صياغة ذلك انطلاقا من المعدل الحدي للإحلال الحدي التقني $RMTS_{LK} = \left|\frac{\Delta K}{\Delta L}\right| = \frac{MP_L}{MP_K}$ إن هذه الجملة تعني بزيادة راس المال وتخفيض العمل يزداد الناتج الحدي للعمل و ينخفض الناتج الحدي لراس المال.

حل التمرين السادس:

1 - إن المنتج العقلاني يبحث دائما على تحقيق أقصى ربح ممكن وبالتالي فإن طلبه على عوامل الإنتاج يكون كذلك رشيدا.

يمكن إذا كتابة $\Pi = TR - TC = PQ - (sL + iK)$

أو بشكل أخر من اجل K= 4 $\Pi = P(2\sqrt{K}\sqrt{L}) - (sL - 4i)$

من اجل تعظيم الربح نشتق الدالة:

$$\frac{d\Pi}{dL} = \frac{2P}{\sqrt{L}} - s = 0, \qquad \frac{d^2\Pi}{dL^2} = \frac{P}{L^{1.5}} < 0$$

الاشتقاق الأول يعني بأنه من اجل الحصول على أقصى ربح ممكن فانه على المنتج أن يطلب كميات العمل L حتى اللحظة التي سيؤدي فيها زيادة العمل إلى عدم زيادة الربح. وبالتالي فان هذه الصيغة تمثل دالة الطلب.

وبالتالي يمكن كتابة معادلة الطلب على الشكل التالي:

$$\frac{2P}{\sqrt{L}} - s = 0 \Rightarrow \frac{2P}{\sqrt{L}} = s \Rightarrow L = \frac{4P^2}{s^2}$$

- إن العمل هو دالة في أو يتوقف على معدل الأجر عندما يكون سعر المنتوج معطى.

- يظهر بان شكل منحنى الطلب على العمل متناقص باستمرار ذلك أن:

$$\frac{dL}{ds} = -\frac{8P^2}{S^3} < 0$$

حيث أن $S, P > 0$ أي موجبة

ان منحنى الطلب مقعر نحو نقطة الأصل ذلك أن:

$$\frac{d^2L}{ds^2} = \frac{24P^2}{S^4}$$

2- رأينا بأنه عندما يبقى راس المال ثابتا عند 4 فان الربح كان أقصى ما يمكن من اجل: $L = \frac{4P^2}{s^2}$

وبالتعويض السعر ومعدل الأجر بما يساويهما نجد: $L = \frac{4(2)^2}{(1)^2} = 16$

وبالتالي فان اعظم ربح ممكن يعادل:

$$\Pi = PQ - TC \Rightarrow \Pi = 2\left(\sqrt{16}.\sqrt{4}\right) - (16 + 8) = 8$$

3 – عندما يكون للمنتج سلوكا عقلانيا فان التوفيقة المثلى لعوامل الإنتاج التي تظهر من اجل أسعار وحدات عوامل الإنتاج تتواجد على نقاط تشكل منحنى مسار التوسع.

يمكن الحصول على معادلة مسار التوسع انطلاقا من اشتقاق معادلة الربح بالنسبة لعوامل الإنتاج الاثنين.

$$\Pi = 2(2\sqrt{L}\sqrt{K}) - (L + 2K)$$

لدينا:

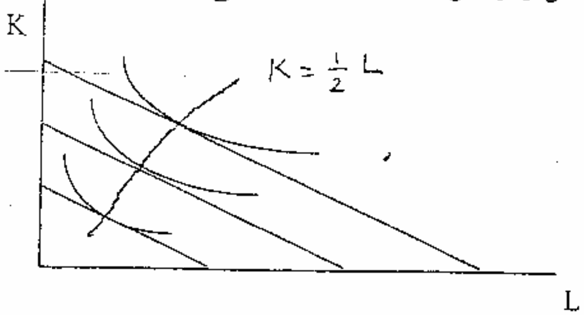
$$\frac{d\Pi}{dL} = \frac{2\sqrt{K}}{\sqrt{L}} - 1 = 0$$

$$\frac{d\Pi}{dK} = \frac{2\sqrt{L}}{\sqrt{K}} - 2 = 0$$

وبالتالي يمكن كتابة:

$$\frac{\frac{2\sqrt{K}}{\sqrt{L}}}{\frac{2\sqrt{L}}{\sqrt{K}}} = \frac{1}{2} \Rightarrow \frac{2\sqrt{K}\sqrt{K}}{2\sqrt{L}\sqrt{L}} = \frac{1}{2} \Rightarrow \frac{K}{L} = \frac{1}{2}$$

أو $K = \frac{1}{2}L$ وهي معادلة مسار التوسع وهي عبارة عن مستقيم يمر من نقطة الأصل وذو ميل مقداره مثلما هو واضح من الرسم الموالي:



حل التمرين السابع:

1- التقنية المفضلة أمام الأسعار: $P_K = 10$ ، $P_L = 20$ فان جملة الإنفاق للتراكيب المختلفة تكون كالتالي:

$$TC = P_L + P_K$$
$$TC_1 = 20(200) + 10(100) = 5000$$
$$TC_2 = 20(180) + 10(20) = 4800$$
$$TC_3 = 20(212) + 10(80) = 5040$$

نلاحظ بان التقنية الثانية هي المفضلة بالنسبة لهذا المنتج، ذلك أنها تكلف المنتج 4800 وهي أدنى تكلفة كلية بالمقارنة مع التقنيات الأخرى.

2 – عندما تكون لدينا الأسعار الجديدة: $P_L = 20, P_K = 30$ فإن جملة الإنفاق للتقنيات المختلفة تكون كالتالي:

$$TC = P_L L + P_K K$$
$$TC_1 = 20(200) + 30(100) = 7000$$
$$TC_2 = 20(180) + 30(20) = 7200$$
$$TC_3 = 20(212) + 30(80) = 6640$$

التقنية المثلى هي التقنية الثالثة، ذلك أنها تحمل المنتج أدنى التكاليف والمساوية لـ 6640.

3 – أمام الأسعار $P_L = 20, P_K = 10$ وميزانية إنفاق $TC = 3320$. فالمنتج لا يستطيع اختيار أي تركيبة، وبالتالي أداء نشاطه ذلك أن الميزانية المخصصة لشراء التراكيب المختلفة من العمل وراس المال لا تكف لإنتاج 1000 وحدة.

حل التمرين الثامن:

1 – حجم راس المال الذي يحقق اعظم ناتج ممكن:

$$Q = 10LK^2 - (LK)^3$$
$$Q = 20K^2 - 8K^3$$
$$Q' = 40K - 24K^2 = 0 \Rightarrow K(40 - 24K) = 0$$
$$K = \frac{40}{24} = \frac{5}{3} = 1{,}6$$

2 - كمية راس المال الذي يلتقي عنده الناتج الحدي والمتوسط:

$$\frac{Q}{K} = \frac{20K^2 - 8K^3}{K} = 20K - 8K^2$$
$$\left(\frac{Q}{K}\right)' = 20 - 16K = 0 \Rightarrow K = \frac{20}{16} = \frac{5}{4} = 1.25$$

3 – أهمية نقطة التقاء منحنى الناتج الحدي والناتج المتوسط ،تكمن في تحديد بداية المرحلة الثانية من مراحل الإنتاج الثلاثة. أو نهاية المرحلة الأولى للإنتاج.

حل التمرين التاسع:

1 – حساب وشرح المعامل β

لدينا: $Q = L = K = X_0$ ، $Q = L^{0,5}K^{\beta}$

يمكننا إذا كتابة ما يلي: $X_0 = X_0^{0,5}X_0^{\beta} = X_0^{0,5+\beta}$ وهذا يعطينا معامل $\beta = 0{,}5$ وبالتالي يمكن كتابة دالة الإنتاج على الشكل التالي:

$$Q = L^{0,5}K^{0,5}$$

تعني β مرونة الإنتاج بالنسبة لراس المال.

2 – إن نسبة زيادة الإنتاج إذا بقي راس المال دون تغيير وان العمل ازداد ب 10% يمكن الحصول عليها انطلاقا من مؤشر يطلق عليه مرونة الإنتاج بالنسبة للعمل:

$$E_{Q/L} = \frac{\frac{\Delta Q}{Q}}{\frac{\Delta L}{L}} = \frac{\Delta Q}{\Delta L}\frac{L}{Q}$$

$$E_{Q/L} = 0,5L^{-0,5}K^{0,5}\frac{1}{L^{0,5}K^{0,5}} = 0,5$$

فإذا ما زاد العمل ب- 10% فان الإنتاج سوف يزداد بنسبة 5%

3 – إن غلة الحجم أمام المعطيات في المطلب الأول هي من النوع الثابت أي أن: $\alpha + \beta = 1$

حل التمرين العاشر:

1 - تعظيم دالة الإنتاج:

لدينا الميزانية التي ستنفق على كل من العمل وراس المال وهي 4500 وبالتالي فان دالة التكلفة يمكن كتابتها على الشكل التالي:

$$TC=10L+25K$$

نستخدم مضاعف لاغرانج كالتالي:

$$L = 20KL - 15K^2 - 4L^2 + \lambda(4500 - 25K - 10L)$$

$$\frac{\partial L}{\partial K} = 20L - 30K - 25\lambda = 0$$

$$\frac{\partial L}{\partial L} = 20K - 8L - 10\lambda = 0$$

$$\frac{20L - 30K}{20K - 8L} = \frac{25}{10} \Rightarrow 200L - 300K = 500K - 200L \Rightarrow L = 2K$$

$$\frac{\partial L}{\partial \lambda} = 10L + 25K - 4500 = 0$$

$$20K + 25L - 4500 = 0 \Rightarrow K = 100 \qquad , L = 200$$

إذا الكمية المثلى للإنتاج هي:

$$Q = 20(100)(200) - 15(100)^2 - 4(200)^2 = 90000$$

$$Q = 3000$$

حل التمرين الحادي عشر:

1 - إيجاد أسعار السلعتين:

نستخدم طريقة مضاعف لاغرانج:

$$L = Y\sqrt{X} - \lambda(R - P_X X - P_Y Y)$$

$$\frac{\partial L}{\partial X} = \frac{1}{2}\frac{Y}{\sqrt{X}} - \lambda P_X = 0 \rightarrow 1$$

$$\frac{\partial L}{\partial Y} = \sqrt{X} - \lambda P_Y = 0 \rightarrow 2$$

$$\frac{\partial L}{\partial \lambda} = R - P_X X - P_Y Y = 0 \rightarrow 3$$

بحل المعادلات 2،1 ، 3 نجد: $P_Y = \frac{10}{6} = 1.66$ $\qquad P_X = \frac{5}{6} = 0.83$

2- دوال الطلب على كل من السلعتين:

من المعادلتين 2، 1 نجد:

$$\lambda = \frac{1}{2}\frac{Y}{P_X\sqrt{X}} \qquad \lambda = \frac{\sqrt{X}}{P_X}$$

$$\frac{1}{2}\frac{Y}{P_X\sqrt{X}} = \frac{\sqrt{X}}{P_X} \Rightarrow Y = \frac{2P_X X}{P_Y}$$

$$R = P_X X + P_Y\left(\frac{2P_X X}{P}\right) \Rightarrow R = 3P_X X$$

$$X = \frac{R}{3P_X} \qquad Y = \frac{2R}{3P_Y}$$

وهي دوال الطلب على السلعتين: Y,X

3 - مرونة الطلب على السلعتين:

أ - بالنسبة للسلعة X

$$E_{Dx} = -\frac{\Delta X}{\Delta P_X}\frac{P_X}{X} \Rightarrow E_{Dx} = (-)\frac{-R}{3P_X^2}\frac{P_X}{X} = \frac{10}{3\left(\frac{5}{6}\right)^2}\frac{\frac{5}{6}}{4} = \frac{10}{10} = 1$$

$$E_{Dy} = -\frac{\Delta Y}{\Delta P_Y}\frac{P_Y}{Y} \Rightarrow E_{Dy} = (-)\frac{-2R}{3P_Y^2}\frac{P_Y}{Y} = \frac{2(10)}{3\left(\frac{5}{3}\right)^2}\frac{\frac{5}{3}}{4} = \frac{10}{10} = 1$$

4 - مرونة الطلب الدخلية:

$$E_{Dx} = \frac{\Delta X}{\Delta R}\frac{R}{X} \Rightarrow E_{Dx} = \frac{1}{3P_X}\frac{R}{X} = \frac{10}{3\left(\frac{5}{6}\right)4} = \frac{30}{20} = \frac{3}{2}$$

السلعة Xهي سلعة عادية كمالية لان مرونة الطلب الدخلية اكبر من الواحد.

ب- بالنسبة للسلعة Y

$$E_{Ry} = \frac{\Delta Y}{\Delta R}\frac{R}{Y} \Rightarrow E_{Ry} = \frac{2}{3P_Y}\frac{R}{Y} = \frac{2}{3\left(\frac{3}{5}\right)}\frac{10}{4} = \frac{10}{10} = 1$$

نلاحظ بان السلعة Y هي سلعة عادية ضرورية لان مرونة الطلب الدخلية تعادل الواحد، فإذا ما ارتفع الدخل بواحد بالمائة فان الطلب عليها يرتفع بنفس النسبة.

5 – المعنى الاقتصادي لمضاعف لاغرانج λ:

مضاعف لاغرانج هو عبارة عن المنفعة الحدية للدخل النقدي ويمكن أن يظهر ذلك من خلال اشتقاق دالة لاغرانج بالنسبة للدخل.

أي أن: $\frac{\partial L}{\partial R} = \lambda$

حل التمرين الثاني عشر:

1 – نوع غلة الحجم:

من اجل معرفة غلة حجم هذه الدالة يمكن ضرب كل عامل من عوامل الإنتاج بنفس المعامل. فإذا كان λ هو هذا المعامل فإننا نحصل على:

$$Q_1 = \frac{a(\lambda K)^2(\lambda L) - b(\lambda K)^3}{C\lambda^2 L^2}$$

$$Q_1 = \frac{a\lambda^3 K^2 L - \lambda^3 bK^3}{C\lambda^2 L^2} = \frac{\lambda^3(aK^2 L - bK^3)}{\lambda^2 CL^2} = \lambda Q$$

إن غلة الحجم لهذه الدالة هي غلة حجم ثابت.

2 – إن الناتج الكلي لأحد العوامل يحدد على أساس الكمية المنتجة التي يمكن الحصول عليها بواسطة عامل إنتاجي واحد (هنا العمل). أما الكميات الأخرى من عوامل الإنتاج فتبقى ثابتة.

فإذا كان لدينا: $Q = F(K,L)$

فان الناتج الكلي العمل هو: $Q_L = F(K_0, L)$

من اجل: $K = K_0$ فان $Q_L = \frac{aK_0^2 L - bK_0^3}{CL^2}$

3 – المنطقة الفعالة لأية دالة للإنتاج تتحدد انطلاقا من دوال الناتج الحدي. فمن اجل تكون توليفة $\frac{K}{L}$ فعالة فانه يجب أن تكون النواتج الحدية لكلا العاملين موجبين وبالتالي المعدل الحدي للإحلال التقني سالب.

أي أن: $RMST_{LK} < 0$

جملة النواتج الحدية هي:

$$Q = \frac{aK^2 L - bK^3}{CL^2}$$

$$\frac{\partial Q}{\partial K} = \frac{2aKL - 3bK^2}{CL^2}$$

$$\frac{\partial Q}{\partial K} > 0 \text{ Si : } 2aKL - 3bK^2 > 0$$

$$K(2aL - 3bK) > 0$$

إذا إذا كان: $\frac{K}{L} < \frac{2a}{3b}$

$$\frac{\partial Q}{\partial L} = -\frac{acL^2K^2 + 2bcK^3L}{(cL^2)^2}$$

$$\frac{\partial Q}{\partial L} > 0 \text{ Si } -acL^2K^2 + 2bcK^3L > 0$$

$$cK^2L(-aL + 2bK) > 0$$

إذا إذا كان: $\frac{K}{L} > \frac{a}{2b}$

من هذه المعطيات يمكننا تشكيل الجدول الموالي وتحديد المنطقة الفعالة تقنيا:

$\frac{K}{L}$	0	$\frac{a}{2b}$	$\frac{2a}{3b}$
$\frac{\partial Q}{\partial L}$	< 0	> 0	> 0
$\frac{\partial Q}{\partial K}$	> 0	> 0	< 0
$S = \frac{\partial Q / \partial L}{\partial Q / \partial K}$	< 0	المنطقة الفعالة	> 0

إذا الإنتاج يكون فعالا في كل مرة عندما:

$$\frac{a}{2b} < \frac{K}{L} < \frac{2a}{3b}$$

4 – إن خطوط الحدود (المنطقة) الفعالة هي منحنيات التي تحد المنطقة الفعالة للإنتاج. فمعادلة هذين الخطين يمكن الوصول إليهما بمساواة النواتج الحدية والصفر، وهذا ما رأيناه في السؤال السابق. كل نقطة على خط الحدود يقابل الناتج الأقصى الممكن لأي من العوامل الإنتاجية.

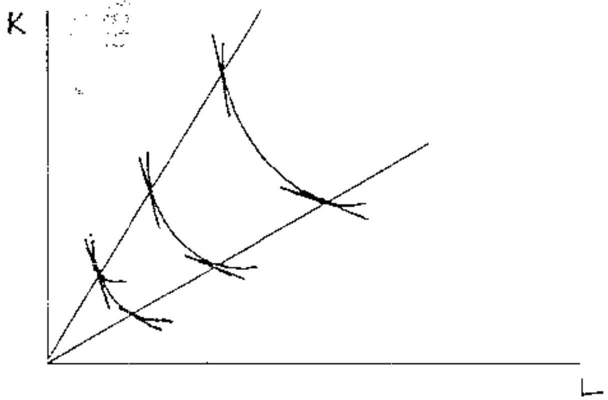
والشكل أدناه يمثل خطوط الحدود من اجل: $b = 1$ $a = 2$

فخط الحدود للعامل الإنتاجي – العمل – يتحقق من اجل المعادلة التالية:

$$K = \frac{a}{2b}L = L$$

أما خط الحدود للعامل الإنتاجي – راس المال – فيتحقق من اجل المعادلة:

$$K = \frac{4}{3}L$$



الفصل السابع

تطبيقات على سلوك المنتج / نظرية التكاليف

التمرين الأول: ليكن لدينا الجدول أدناه والذي يشتمل على مجموعة المعطيات الخاصة بالتكاليف الكلية TC والثابتة TFC والمتغيرة TVC لأحد المنتجين كالتالي.

Q	0	1	2	3	4	5	6
TFC	120	120	120	120	120	120	120
TVC	0	60	80	90	105	140	210
TC	120	180	200	210	225	260	330

المطلوب: 1 - ارسم على نفس مجموعة الإحداثيات منحنيات التكلفة الكلية والثابتة والمتغيرة واشرح هذه الأشكال؟

2 - ما هي العلاقة بين كمية المدخلات الثابتة المستخدمة ومستوى الناتج في الأجل القصير؟

3 - أوجد متوسط التكلفة الثابتة والمتغيرة والكلية والحدية وارسم منحنياتها على نفس مجموعة الإحداثيات؟

4 - استنتج هندسيا منحنى التكلفة الثابتة ومتوسط التكلفة المتغيرة ومتوسط التكلفة الكلية والتكلفة الحدية من منحنى التكلفة المتغيرة والتكلفة الكلية؟

5 - اشرح العلاقة بين شكل منحنى التكلفة الكلية والتكلفة المتغيرة ومنحنيات متوسط التكلفة المتغيرة ومتوسط التكلفة الكلية والتكلفة الحدية وكذلك بين متوسط التكلفة المتغيرة ومتوسط التكلفة الكلية من جهة والتكلفة الحدية من جهة أخرى؟

التمرين الثاني: يتحقق المنتوج Q باستخدام كلٍ من راس المال K والعمل L كعوامل للإنتاج. الجدول الموالي يبين لنا الكميات المختلفة من الإنتاج والتراكيب الموافقة لكل مستوى من الإنتاج من كل من العمل وراس المال.

التقنية	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P	Q	R
راس المال	6	4	3	5.5	3.5	2	4	2.7	2	3.5	2	1	3.5	1.5	1	2.5	1	0.5
العمل	2	3	5	1.5	2.5	5	1.5	2.3	4	1	2	4	0.5	1.5	3	0.5	1	2.5
الإنتاج	200	200	200	175	175	175	140	140	140	100	100	100	65	65	65	35	35	35

كما أن معادلة التكاليف الكلية تمثلها العلاقة التالية: $TC = sL + iK$

حيث أن: s, i تمثلان معدل الأجر وتكلفة استخدام راس المال على التوالي.

بافتراض أن معدل الأجر وتكلفة راس المال لهما قيمة ثابتة و يعادلان $i = s = 2$.

المطلوب: 1 - اشرح ما تعرفه من مقولة السلوك العقلاني للمنتج؟

2 - حدد الوضعية المثلى لتوازن المنتج عندما يكون هدف هذا الأخير تحقيق إنتاج مقداره 175، واحسب الربح الأعظم إذا كان سعر الوحدة المنتجة $P = 0.4$؟ مع العلم أن الربح هو حاصل الفرق بين الإيراد الكلي و التكلفة الكلية أي: $\Pi = TR - TC$

3 - مثل بيانيا نقاط توازن المنتج؟

4 - ما هي كمية الإنتاج المثلى والتركيبة المثلى لعوامل الإنتاج K, L أمام ميزانية إنفاق مقدارها $TC = 8$؟

5 - حدد بيانيا خط مسار التوسع باعتبار ان: $s = i = 2$؟

التمرين الثالث: من اجل تحقيق المنتوج Q لابد من توفر عاملين اثنين هما العمل L وراس المال K، والعلاقة بين عوامل الإنتاج والكمية المنتجة يمكن تمثيلها على الشكل التالي: $Q = 2\sqrt{L}\sqrt{K}$

كما ان دالة تكاليف الإنتاج هي على الشكل التالي: $TC = 9L + 4K$

المطلوب: 1 - باعتبار ان المنتج عقلاني، حدد كميات كل من عاملي الإنتاج من اجل تحقيق إنتاج مقداره $Q = 100$

2 - بعدما حددنا الكميات المثلى لعاملي الإنتاج، فان المنتج وجد نفسه غير قادر على تخصيص الميزانية التي وردت في المطلب الأول من اجل إنتاج كمية مقدارها $Q = 100$، لانه لا يملك سوى $TC = 504$. بناء على هذا ما هي التركيبة المثلى لعاملي الإنتاج وما هي اعظم كمية للإنتاج أمام هذه المعطيات الجديدة؟

التمرين الرابع: خصص المنتج التجهيز K من اجل القيام بالعملية الإنتاجية، التكلفة الكلية للصناعة بهذا التجهيز معطاة على الشكل التالي:

$$STC_K = 0.35Q^3 - 59.6Q^2 + 3420Q + 4000$$

أما التكلفة الكلية لنفس هذه الصناعة في الأجل الطويل فهي على الشكل التالي:

$$LTC = 0.25Q^3 - 40Q^2 + 2500Q$$

المطـــلوب: 1 - احسب مقدار Q عندما تكون التكلفة الكلية في الأمدين متساوية؟ البحث إن هذا المقدار يبدأ انطلاقا من التكلفة المتوسطة والحدية.

2 - ارســـم المنحـــنيات المحصـــل عـــليها، أي منحنيات التكاليف الكلية والمتوسطة والحدية في الأمدين الطويل والقصير؟

3 - كيف سوف تكون سياسة الاستثمار لهذا المنتج من اجل الحصول على التكاليف المتوسطة والحدية الخاصة بالمدى الطويل؟

الـــتمرين الخامس: منتج له إمكانية صنع المنتوج Q بواسطة ثلاث طرق فنية مختلفة. أشكال هذه الطرق تنعكس في ثلاث دوال هي:

$$Q_1 = L^{0.25}K^{0.25}$$
$$Q_2 = 2L^{0.5}K^{0.5}$$
$$Q_3 = KL$$

نعلم بان المنتج عقلاني وان سعر وحدة هذا المنتوج هو P وان معادلة تكاليف إنتاج هذا المنتوج هي متماثلة بالنسبة لكل الطرق الثلاث وتأخذ الشكل التالي:

$$TC = 10K + 4L$$

المطـــلوب: 1 - أوجـــد دوال التكاليف الكلية والمتوسطة والحدية وعلق على أشكال المنحنيات في كل طريقة، وبين ذلك بيانيا؟

2 - مـــا هـــي العلاقـــة أو الارتباط الذي يمكن ان يتواجد ما بين شكل المنحنيات وغلة الحجم؟

التمرين السادس: لتكن لدينا دالة الإنتاج لمنتج المنسوجات كالتالي:

$$Q = 4L^{\frac{2}{3}}K^{\frac{1}{3}}$$

حيث أن: Q تمثل الكمية المنتجة، K, L العمل وراس المال على التوالي.

المطلوب: 1 - احسب الناتج الحدي لكل من العمل وراس المال؟

2 - لدينا أسعار عوامل الإنتاج كالتالي: $P_L = 2$ و $P_K = 3$ ما هو الحد الأدنى لتكاليف الإنتاج الموافق لإنتاج $Q = 100$؟ احسب L و K الموافقة لذلك؟ أوجد مقدار التكلفة المتوسطة؟

3 - نفترض بان كمية راس المال ثابتة وتعادل $K = 12$. أوجد دوال التكاليف الكلية والمتوسطة والحدية؟

4 - ما هو مستوى الإنتاج الذي تصل عنده التكلفة المتوسطة أي نهايتها الدنيا؟ أوجد التكلفة الحدية؟

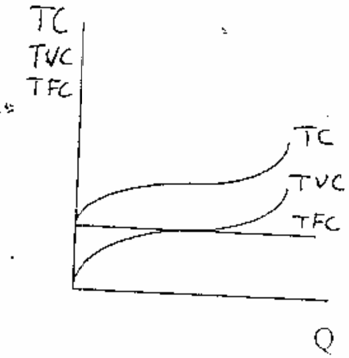
التمرين السابع: لتكن لدينا دالة الإنتاج التالية: $Q = 4KL$

وأسعار عوامل الإنتاج: راس المال والعمل على التوالي: $P_L = 10$ $P_K = 3$.

المطلوب: 1- ما هو اعظم إنتاج ممكن يقابل تكلفة مقدارها 100؟

2 أوجد دوال التكلفة المتوسطة والحدية بدلالة كمية الإنتاج؟

حل تطبيقات على سلوك المنتج / نظرية التكاليف



حل التمرين الأول:

1 - الرسم البياني:

يكون TFC موازيا للمحور الأفقي ويعلوه بمقدار 120 بصرف النظر عن مستوى الإنتاج. أما التكلفة المتغيرة TVC فتنطلق من الصفر ثم تزداد كلما زاد الإنتاج، بينما تزداد بمعدل متناقص قبل أن يبدأ قانون تناقص الغلة في العمل. ثم بعد ذلك تزداد بمعدل متزايد. وبالتالي فانطلاقا من نقطة الأصل يكون منحنى TVC محدبا ثم مقعرا بعد ذلك.

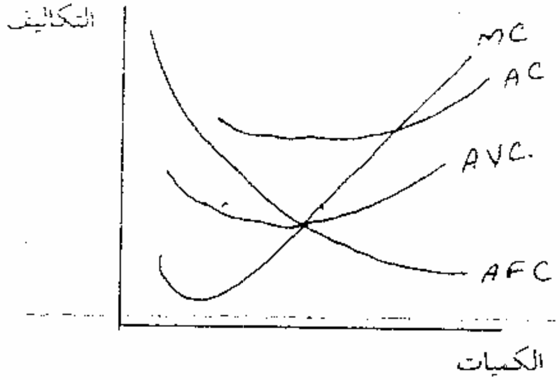
التكلفة الكلية تأخذ شكل منحنى TVC وإنما ترتفع جميع نقطها بمقدار 120.

2 - تحدد كمية المدخلات المستخدمة الثابتة حجم المشروع الذي تديره المؤسسة في الأجل القصير. ويمكن للمؤسسة أن تغير في ناتجها في الأجل القصير في الحدود التي يفرضها حجم المشروع بتغيير كمية المدخلات المتغيرة المستخدمة في وحدة الزمن.

3 - متوسط التكاليف المختلفة:

Q	TFC	TVC	TC	AFC	AVC	AC	MC
0	120	0	120				..
1	120	60	180	120	60	180	60
2	120	80	200	60	40	100	20
3	120	90	210	40	30	70	10
4	120	105	225	30	26.2	56.2	15
5	120	140	260	24	28	52	35
6	120	210	330	20	35	55	70

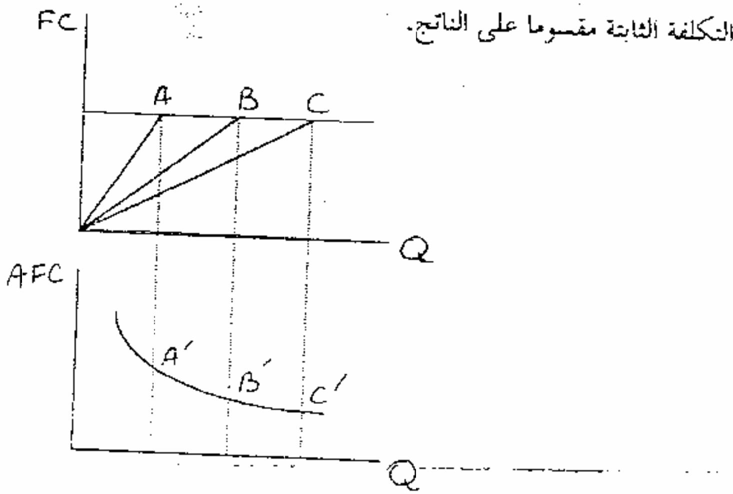
الرسم البياني لمختلف انواع التكاليف:



4 - أ: منحنى متوسط التكلفة الثابتة من منحنى التكلفة الثابتة.

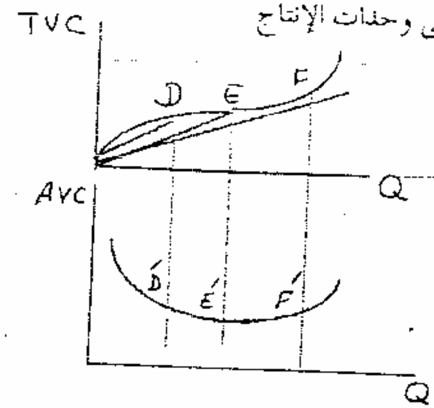
إن النقطة 'A على منحنى متوسط التكلفة الثابتة هو عبارة عن ميل TFC الخط OA وكذلك 'B هو ميل الخط OB ونفس الشيء 'C هو ميل الخط OC. باعتبار أن متوسط التكلفة الثابتة هو عبارة عن حاصل قسمة

التكلفة الثابتة مقسوما على الناتج.



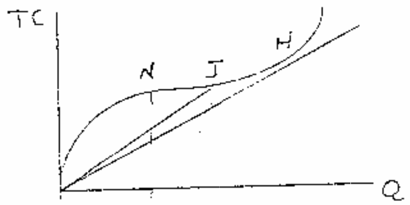
ب - اشتقاق منحنى متوسط التكلفة المتغيرة من منحنى التكلفة المتغيرة:

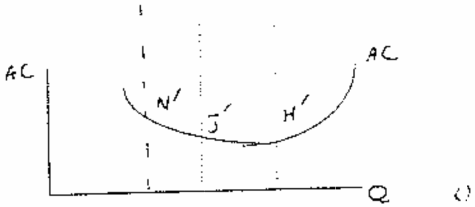
إن النقطة 'D هي عبارة عن ميل الخط OD على منحنى التكلفة المتغيرة. وكذلك نفس الشيء بالنسبة للنقاط 'E , 'F التي هي انعكاس للنقاط E , F باعتبار أن التكلفة المتوسطة المتغيرة هي عبارة عن التكلفة المتغيرة مقسومة على وحدات الإنتاج



نلاحظ كذلك هنا أن متوسط التكلفة الكلية هي التكاليف عبارة عن انعكاس للتكلفة الكلية. ويمكن الحصول على متوسط التكلفة الكلية عن طريق ميل منحنى التكلفة الكلية عند كل نقطة مثلما هو واضح من الرسم البياني عند 'H , 'J , 'N على منحنى التكلفة المتوسطة.

وبنفس الطريقة يمكن اشتقاق منحنى التكلفة الحدية من منحنى التكلفة الكلية.





5 - شرح العلاقة بين شكل منحنى التكلفة الكلية والتكلفة المتغيرة ومنحنيات متوسط التكلفة المتغيرة ومتوسط التكلفة الكلية والتكلفة الحدية، وكذلك بين التكلفة المتغيرة ومتوسط التكلفة الكلية من جهة والتكلفة الحدية من جهة أخرى

إن AVC يمكن الحصول عليها عن طريق الخط الواصل بين نقطة الأصل ومنحنى التكلفة المتغيرة، ويتناقص في البداية حتى النهاية الصغرى له، ثم يرتفع فيما بعد ذلك.

أما منحنى AC والذي هو عبارة عن التكلفة الكلية مقسوما على كمية الإنتاج فيتناقص في البداية حتى النهاية الصغرى له ثم يصبح متزايدا باستمرار. كذلك منحنى التكلفة الحدية الذي يمكن الحصول عليه من ميل التكلفة الكلية ما بين كل نقطتين، فيتناقص حتى نقطة الانعطاف على منحنى التكلفة الكلية ثم بعد ذلك يصبح متزايدا.

يأخذ منحنى التكلفة الحدية شكل حرف U ويصل إلى النهاية الصغرى قبل أن يصلها كل من AC , AVC وبالتالي تكون التكلفة الحدية اصغر من متوسط التكلفة المتغيرة عندما تكون الأولى في تناقص. ويتساوى كل من AVC , MC عندما تصل AVC إلى نهايتها الصغرى. وتصبح $AVC < MC$ عندما تكون هذه الأخيرة في تزايد.

كذلك الحال بالنسبة للعلاقة بين التكلفة الحدية ومتوسط التكلفة الكلية.

حل التمرين الثاني:

1 - السلوك العقلاني للمنتج يتمثل في الاستخدام الرشيد لعوامل الإنتاج بهدف تحمل أدنى التكاليف أو الحصول على أقصى ربح ممكن انطلاقا من تعظيم تابع الإنتاج.

2 - من اجل تحقيق إنتاج مقداره 175 فالمنتج العقلاني يبحث دائما على أدنى التكاليف.فهناك ثلاث تراكيب تسمح بإنتاج هذه الكمية أي أن $Q = 175$. يمكننا إذا حساب التكاليف المختلفة لتحقيق هذه الكمية.

$$D(k = 5.5 , L = 1.5) \Longrightarrow TC = 2.5(5) + 2(1.5) = 14$$

التركيبة الأولى

$$E(K = 3.5 , L = 2.5) \Longrightarrow TC = 2(3.5) + 2(2.5) = 12$$

التركيبة الثانية

$$F(K = 2 , L = 5) \Longrightarrow TC = 2(2) + 2(5) = 14$$

التركيبة الثالثة

- إذا كان سعر الوحدة المنتجة هو P فان معادلة الربح يمكن كتابتها على الشكل التالي:

$$\Pi = TR - TC \Longrightarrow \Pi = PQ - (sL - iK)$$

حساب الربح عند كل نقطة لإنتاج $Q = 175$.

$$D \dashrightarrow \Pi = (0.4)(175) - 2(5.5) - 2(1.5) = 56$$

التركيبة الأولى

$$E \dashrightarrow \Pi = (0.4)(175) - 12 = 58$$

التركيبة الثانية

$$F \dashrightarrow \Pi = (0.4)(175) - 14 = 56.75$$

التركيبة الثانية

E هي التركيبة التي تسمح بتحقيق أعظم ربح ممكن.

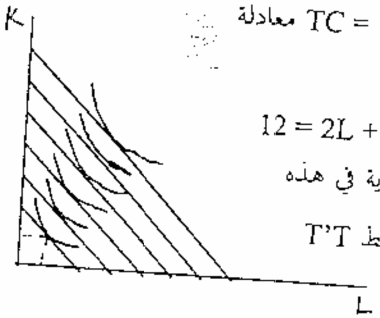
3 - التمثيل البياني لتوازن المنتج:

لدينا: $TC = 2L + 2K \Longrightarrow K = -L + (TC/2)$ هذا يعني بان منحنى التكلفة المتساوية ذو ميل سالب ويساوى (-1).

من اجل $Q = 175$ وجدنا بان $TC = 12$ معادلة التكاليف تكتب على الشكل التالي:

$$12 = 2L + 2K \Longrightarrow K = -L + 6$$

الخط البياني لمنحنى التكاليف المتساوية في هذه الحالة من اجل $Q = 175$ ممثل بالخط $T'T$



والنقطة المثلى لتوازن المنتج هي E أي تماس منحنى الكمية المتساوية والتكلفة المتساوية

4 - كميــة الإنتاج المثلى وكذلك التركيبة المثلى لعوامل الإنتاج، أمام ميزانية إنفاق مقدارها $TC = 8$.

لدينا معادلة التكاليف كالتالي:

$$TC = P(l) + P(k) \Longrightarrow 8 = 2K + 2L \Longrightarrow K = -L + 4$$

ما دامت التكاليف الكلية لا تعد 8 فان التركيبات $K + L > 4$ لا يمكنها أن تتحقـــق، وبالـــتالي فان الاختيار الأمثل هو تلك التراكيب التي تسمح بالحصول على اعظم إنتاج من اجل $K + L = 4$. من المعطيات في الجدول نلاحـظ أن مســتويات الإنتاج M , K , O هي التي تتحقق أمام الشرط $K+L=4$ وبالتالي فان الاختيار سوف يكون ما بين هذه النقاط الثلاث.

من اجل $\longrightarrow M (K=3.5 , L=0.5) \Longrightarrow Q = 65$

من اجل $\longrightarrow K (K=2 , L = 2) \Longrightarrow Q = 100$

من اجل $\longrightarrow O(K=1 , L = 3) \Longrightarrow Q=65$

نلاحظ أن اعظم إنتاج يتحقق عند النقطة K أمام ميزانية تكاليف مقدارها 8 والممثـلة عـلى الشكل التالي $2L + 2K = 8$ مثلما هو واضح ما الشكل السابق والممثلة بالخط VW.

إذا اعظم إنتاج يتحقق أمام ميزانية إنفاق هو $Q = 100$ بالتركيبة L ,K أي $(K=2 , L=2)$.

5 - مسار التوسع هو عبارة عن المحل الهندسي لتوازن المنتج عندما يتغير الدخل دون سواه أو تغير أحد أسعار عوامل الإنتاج دون غيرها.

في حالتنا هذه فان مسار التوسع هو المحل الهندسي لتوازن المنتج عند تغـــير الدخــــل فقط. ما دامت أسعار عوامل الإنتاج غير متغيرة فان النقاط المثلى يمكن الحصول عليها انطلاقا من نقاط تماس منحنيات الكمية المتساوية ومنحـــنيات التكاليف المتساوية.ففي حالة معطيات التمرين فان ميل منحنى التكلفة المتساوية هو (1-) ويبقى دون تغيير ونقاط مسار التوسع هي Q ,N , K , H , E ,B مثلما هو واضح من الرسم البياني السابق.

حل التمرين الثالث:

1 - المشــكل المطروح هو تخفيض ميزانية التكاليف $TC = 9L + 4K$ إلى أدنى حد ممكن أمام شرط

$$2\sqrt{K}\sqrt{L} = 100$$

نستعمل طريقة مضاعف لاغرانج لحل مشكلة المثلوية كالتالي:

$$l = 9L + 4K + \lambda\left(100 - 2\sqrt{K}\sqrt{L}\right)$$

$$\frac{\partial l}{\partial L} = 9 - \lambda L^{-0.5}K^{0.5} = 0 \rightarrow 1$$

$$\frac{\partial l}{\partial K} = 4 - \lambda L^{0.5}K^{-0.5} = 0 \rightarrow 2$$

$$\frac{\partial l}{\partial \lambda} = 100 - 2\sqrt{K}\sqrt{L} = 0 \rightarrow 3$$

بحل هذه المعادلات الثلاث نجد مقادير راس المال والعمل المثلى لتحقيق إنتاج مقداره $Q = 100$ وهي كالتالي:

$$K = 75 \quad , L = 100/3$$

وبالتالي فان أدنى التكاليف هي:

$$TC = 9L + 4K = 9\,(100/3) + 4\,(75) = 600$$

2 - من اجل إنتاج مقداره $Q = 100$ بأدنى التكاليف وجدنا بان أدنى التكاليف هي 600 أما تراكيب راس المال والعمل فكانت $K = 75$, $L = 100/3$. لكـــن الميزانية لدى هذا المنتج غير كافية لتحقيق هذا المستوى من الإنتاج، وما يتوفر عليه المنتج هو $TC = 504$ فقط. وبالتالي فأمام هذه المعطيـــات الجديدة على المنتج البحث عن اعظم إنتاج ممكن أمام هذا القدر من الميزانية. لايجاد ذلك نستعمل كذلك طريقة مضاعف لاغرانج كالتالي:

$$l = 2\sqrt{K}\sqrt{L} + \lambda(504 - 9L - 4K)$$

$$\frac{\partial l}{\partial L} = L^{-0.5}K^{0.5} - 9\lambda = 0 \rightarrow 1$$

$$\frac{\partial l}{\partial K} = L^{0.5}K^{-0.5} - 4\lambda = 0 \rightarrow 2$$

$$\frac{\partial l}{\partial \lambda} = 504 - 9L - 4K = 0 \rightarrow 3$$

بحل هذه المعادلات الثلاث نجد كل من العمل وراس المال:

$$K = 63 \quad , L = 28$$

إذا حجـــم الإنـــتاج الأمثل أما ميزانية إنفاق مقدارها $TC = 504$ يتحقق بواسطة تركيبة من راس المال والعمل مقدارهما: $L = 28$, $K=63$ وبالتالي فان مقدار الإنتاج الأعظم هو: $Q = 2\sqrt{28}\sqrt{63} = 84$

حل التمرين الرابع:

1 - إن Q التي نبحث عليها هي تلك التي من اجلها تكون التكلفة في المـــدى القصـــير على علاقة بالتكلفة في المدى الطويل. نعلم بان منحنى التكلفة الكلية في المدى الطويل هو ذلك المنحنى الغلاف من الأسفل الذي يمـــس منحنيات التكلفة الكلية في المدى القصير من جهة ومن جهة أخرى الـــتعادل مـــا بين التكاليف الكلية في المديين، يعني التعادل ما بين التكاليف الحدية والمتوسطة. وبالتالي فان Q التي يتعادل عندها $STC = LTC$ هي تـــلك التي من اجلها يتساوى ميل كل من منحنى التكلفة الكلية في الأجل الطويل والقصير.

إذا من اجل تعادل $LTC = STC$ فان:

$\frac{\partial STC_K}{\partial Q} = \frac{\partial LTC}{\partial Q} \Rightarrow SMC_K = LMC$ هذا بالنسبة للتكلفة الحدية في المديين.

كذلك: $\frac{STC_K}{Q} = \frac{LTC}{Q} \Rightarrow SAC_K = LAC$ بالنسبة للتكلفة المتوسطة

وهذا في المديين القصير والطويل

إذا مقدار Q عند تعادل التكاليف الحدية في المديين الطويل والقصير هو:

$$SMC = LMC$$

$$1.05Q^2 - 119.2Q + 3420 = 0.75Q^2 - 80Q + 2500$$

$$0.30Q^2 - 39.2Q + 920 = 0$$

$Q2=100$, $Q1 = 30.67$

بحل هذه المعادلة الأخيرة نجد

إذا منحنيات التكاليف الحدية في المدين تتماس في نقطتين هما:

$Q1 = 30.67$, $Q2 = 100$

حتى نحدد مقدار التكاليف الحدية التي تسمح بتعادل LTC , STC

يجب البحث في تساوي التكاليف المتوسطة في المدين.

لـو عوضنا بـ $Q2 = 100$ نجد أن منحنيات التكلفة المتوسطة في المدين تـتعادل. أي أن $SAC = LAC = 1000$ أو بصـورة أخـرى لو وجدنا انطلاقا من دوال التكليف الكلية في المدين دوال التكلفة المتوسطة كذلك في المدين وعادلنا ما بينهما لوجدنا بان $Q = 100$ هي التي تضمن تعادل كل من $LAC = SAC$.

$$SAC = 0.35Q^2 - 59.6Q + 3420$$

$$LAC = 0.25Q^2 - 40Q + 2500$$

بمساواة المعادلتين وحلهما نجد بان : $Q = 100$

بتعويض $Q = 100$ في الدوال المختلفة للتكاليف نجد:

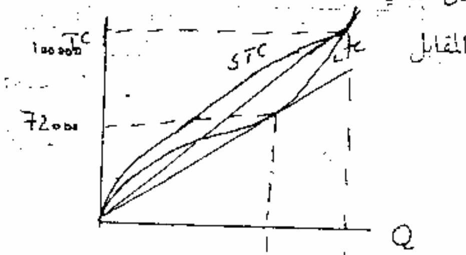
$STC = LTC = 100000$

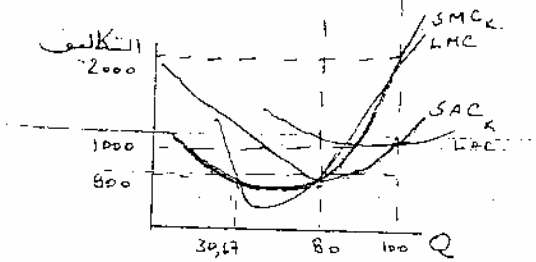
$SMC = LMC = 2000$

$SAC = LAC = 1000$

2 – التمثيل البياني لمنحنيات التكاليف في المدى القصير والطويل

يوضحها الشكل المقابل





3 – من اجل تساوي التكلفة المتوسطة والحدية في المدى الطويل $LMC = LAC$ والتي تتحقق عند النقطة 900 فانه يجب إنتاج $Q = 80$ مثلما هو واضح من الشكل. ولأجل الوصول إلى هذا الهدف يجب على المنتج تخفيض التجهيز الموجود في K بالشكل الذي يجعل التكلفة المتوسطة في المدى الطويل مساوية للتكلفة الحدية في المدى الطويل كذلك. عند هذا المستوى من الإنتاج فان التكلفة الكلية في المدى الطويل تكون مساوية لـ :

$TC = 72000.$

$$\Delta LTC = LTC1 - LTC2 = 100000 - 72000 = 28000$$

حل التمرين الخامس:

لدينا دالة الإنتاج: $Q = F(K,L)$

معادلة التكاليف: $TC = 10K + 4L$

علاقة المثلوية التي تسمح بإيجاد معادلة مسار التوسع هي: $\frac{\partial Q/\partial K}{\partial Q/\partial L} = \frac{10}{4}$

الدوال الثلاث تشكل نظاما بأربعة مجاهيل هي: Q , TC , K , L ويمكن صياغة العلاقات التالية:

$$TC = g(Q), \quad AC = \frac{TC}{Q}, \quad MC = \frac{d(TC)}{d(Q)}$$

1 - دوال التكاليف:

أ - من اجل دالة الإنتاج: $Q = L^{0.25}K^{0.25}$

المنتج العقلاني يبحث عن اعظم ربح ممكن وبالتالي يمكن كتابة:

$$\Pi = P(Q) - TC$$

$$\Pi = P(L^{0.25}K^{0.25}) - (10K + 4L)$$

$$\frac{\partial \Pi}{\partial L} = P(0.25L^{-0.75}K^{0.25}) - 4 = 0$$

$$\frac{\partial \Pi}{\partial K} = P(0.25L^{0.25}K^{-0.75} - 10 = 0$$

من هاتين المعادلتين الأخيرتين يمكن استخراج معادلة مسار التوسع كالتالي:

$$\frac{\frac{\partial \Pi}{\partial L}}{\frac{\partial \Pi}{\partial K}} = \frac{K}{L} = \frac{4}{10} \Rightarrow K = \frac{4}{10}L$$

من اجل تحديد وتعريف $TC = g(Q)$ لدينا كذلك النظام التالي:

$$Q = L^{0.25}K^{0.25}$$

$$TC = 4L + 10K$$

$$\frac{K}{L} = \frac{4}{10}$$

بتعويض K بما يساويها من المعادلة الثالثة في المعادلة الأولى يكون لدينا:

$$Q = L^{0.25}\left(\frac{4L}{10}\right)^{0.25} = \left(\frac{4}{10}\right)^{0.25}\sqrt{L} \Rightarrow L = \frac{Q^2}{\sqrt{\frac{4}{10}}}$$

بتعويض K من المعادلة الثالثة في المعادلة الثانية نجد:

$$TC = 4L + \left(\frac{4L}{10}\right)10 \Rightarrow TC = 4L + 4L \Rightarrow TC = 8L$$

يكون لدينا في النهاية التكلفة الكلية: $TC = \frac{8Q^2}{\sqrt{\frac{4}{10}}} \Rightarrow TC = 4\sqrt{10}Q^2$

التكلفة المتوسطة والحدية: $AC = \frac{TC}{Q}, \quad MC = \frac{d(TC)}{d(Q)}$

$$TC = 4Q^2\sqrt{10}$$

$$AC = 4Q\sqrt{10}$$

$$MC = 8Q\sqrt{10}$$

ب - دوال التكاليف من اجل $Q_1 = 2\sqrt{L}\sqrt{K}$ باتباع نفس الطريقة السابقة يكون لدينا:

$$TC = 2Q\sqrt{10}$$

$$AC = MC = 2\sqrt{10}$$

ج - دوال التكاليف من اجل $Q_3 = KL$ باتباع نفس الطريقة السابقة يكون لدينا:

$$TC = 4\sqrt{Q}\sqrt{10}$$

$$AC = \frac{4\sqrt{10}}{\sqrt{Q}}$$

$$MC = \frac{2\sqrt{10}}{\sqrt{Q}}$$

دراسة الدوال المحصل عليها:

أ – من اجل:

$TC = 4\sqrt{10}Q^2, \quad AC = 4\sqrt{10}Q, \quad MC = 8\sqrt{10}Q, \quad Q$

منحنى التكلفة الكلية عبارة عن قطع مقعر وهذا يعني بان TC تتزايد بمعدلات متزايدة. أما المنحنيات AC , MC فهي عبارة عن مستقيمات ذات ميول $4\sqrt{10}$ و $8\sqrt{10}$ على التوالي تنطلق من نقطة الأصل مثلها مثل منحنى التكلفة الكلية.

ب – من اجل $TC = 2\sqrt{10}Q, \quad MC = AC = 2\sqrt{10}$

منحنى التكلفة الكلية عبارة عن مستقيم مصدره نقطة الأصل بميل مقداره $2\sqrt{10}$ وتتزايد التكلفة الكلية بمعدلات ثابتة. أما منحنيات AC، MC فهي متطابقة وموازية لمحور الكمية وهذا يترجم بأنه مهما كان مستوى الإنتاج فان تكلفة الوحدة وتكلفة الوحدة الإضافية هي متساوية وثابتة دائما

ج – من اجل:

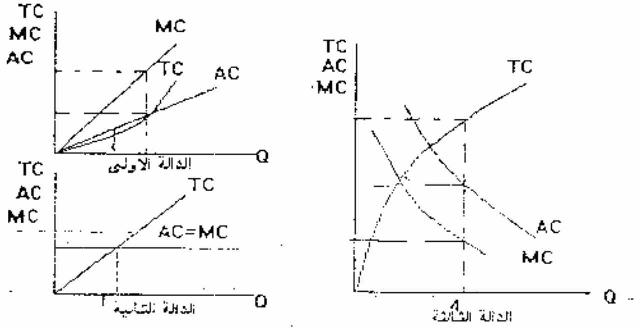
$TC = 4\sqrt{10}\sqrt{Q}, \quad AC = \frac{4\sqrt{10}}{\sqrt{Q}}, \quad MC = \frac{2\sqrt{10}}{\sqrt{Q}}, \quad Q_3$

التكلفة الكلية متزايدة عندما $\frac{d(TC)}{d(Q)} > 0$ ولكن تتزايد بمعدلات متزايدة.

إن المنحنى يدور وانحناءه في اتجاه المحور ذلك أن $\frac{d^2(TC)}{d(Q)^2} < 0$ منحنيات

AC, MC مرتبطة بالعلاقة MC =0.5AC وهذا يعني في الحالتين أن المنحنيين متناقصين ومقعرين بالنسبة لنقطة الأصل. ويمكن إيجاد ذلك عن طريق الإشتقاقات الأولى والثانية.

التمثيل البياني لدوال التكلفة:



الدوال الثلاثة تختلف عن بعضها لاختلاف طبيعة غلة أحجامها.

Q_1 لها غلة حجم متناقصة.

Q_2 لها غلة حجم ثابتة.

Q_3 لها غلة حجم متزايدة.

إذا اختبرنا طبيعة دوال التكاليف الموافقة لكل نوع من غلة الحجة

نلاحظ أن:

ـ غلة الحجم المتناقصة تتوافق وتكاليف كلية متزايدة بمعدلات زايدة.

ـ غلة الحجم الثابتة تتوافق وتكاليف متزايدة بمعدلات ثابتة.

ـ غلة الحجم المتزايدة تتوافق وتكاليف كلية تتزايد بمعدلات متناقصة.

إذا تـزايد حجم الإنتاج بنسب اقل من نسبة تزايد عوامل الإنتاج (غـلة الحجم المتناقصة) فان التكاليف الإضافية أو التكلفة الحدية تتزايد، أي التكلفة الكلية تتزايد بمعدلات متزايدة.

إذا تـزايد حجـم الإنتاج بنفس نسب تزايد عوامل الإنتاج (غلة الحجـم الثابتة) فان التكاليف الحدية تبقى هي نفسها عند كل مستوى من مستويات الإنتاج وتزايد التكلفة الكلية يكون بمعدلات ثابتة

أمـا إذا تـزايد حجم الإنتاج بنسب اكبر من نسب تزايد عوامل الإنتاج فان التكلفة الكلية تتزايد ولكن بمعدلات متناقصة.

ـ حل التمرين السادس:

1 ـ الناتج الحدي والمتوسط لكل من العمل وراس المال:

أ ـ الناتج الحدي للعمل:

$$\frac{\Delta Q}{\Delta L} = \frac{8K^{1/3}}{3L^{1/3}} = \frac{8}{3}\left(\frac{K}{L}\right)^{1/3}$$

ب ـ الناتج المتوسط للعمل:

$$\frac{Q}{L} = 4\frac{K^{1/3}L^{2/3}}{L} = 4\left(\frac{K}{L}\right)^{1/3}$$

ح ـ الناتج الحدي لراس المال:

$$\frac{\Delta Q}{\Delta K} = \frac{4L^{2/3}}{3K^{2/3}} = \frac{4}{3}\left(\frac{L}{K}\right)^{2/3}$$

د ـ الناتج المتوسط لراس المال:

$$\frac{Q}{K} = 4\frac{L^{2/3}K^{1/3}}{K} = 4\left(\frac{L}{K}\right)^{2/3}$$

2 ـ الحد الأدنى لتكاليف الإنتاج الموافق لحجم إنتاج مقداره:

Q=100

لدينا معادلة خط التكاليف المتساوية كالتالي: TC=2L+3K نريد الوصول بالتكاليف إلى أدنى حد ممكن، لذلك نشكل دالة لاغرانج ونشتق هذه الدالة لايجاد مقادير كل من العمل وراس المال.

$$L = 2L + 3K + \lambda\left(100 - 4L^{2/3}K^{1/3}\right)$$

$$\frac{\partial L}{\partial L} = 2 - \frac{8}{3}L^{-1/3}K^{1/3}\frac{8}{3}\left(\frac{K}{L}\right)^{1/3} = 0$$

$$\frac{\Delta Q}{\Delta K} = \frac{4L^{2/3}}{3K^{2/3}} = \frac{4}{3}\left(\frac{L}{K}\right)^{2/3} = 0$$

$$\frac{\partial L}{\partial \lambda} = 100 - 4L^{2/3}K^{1/3} = 0$$

بحل المعادلات الثلاث نجد: K=12 ; L=36

إذا أدنى تكلفة ممكنة لتحقيق إنتاج مقداره 100 هو:

TC=36(2)+12(3)=108

ـ حل التمرين السابع:

1 ـ اعظم ناتج ممكن يقابل تكلفة لكية مقدارها $TC = 100$.

نستخدم طريقة مضاعف لاغرانج:

$$L = 4LK + \lambda(100 - 3K - 10L)$$

$$\frac{\partial L}{\partial K} = 4L - 3\lambda = 0$$

$$\frac{\partial L}{\partial L} = 4K - 10\lambda = 0$$

$$\frac{\partial L}{\partial \lambda} = 100 - 3K - 10L = 0$$

$$3K = 10L \Rightarrow K = \frac{10}{3}L$$

$$L = 5 \quad , \quad K = 16{,}66$$

$$Q = 4(5)(16{,}66) = 333{,}33$$

2 - دوال التكلفة المتوسطة والحدية بدلالة الكمية:

لدينا:

$$TC = 3K + 10L \quad , \quad Q = 4KL \quad , \quad K = \frac{10}{3}L$$

$$TC = 10L + 10L \Rightarrow TC = 20L$$

$$Q = 4(2L)L = 8L^2 \Rightarrow L = \sqrt{\frac{Q}{8}}$$

$$TC = 20\sqrt{\frac{Q}{8}}$$

التكلفة المتوسطة: $AC = \dfrac{20\sqrt{\frac{Q}{8}}}{Q} \Rightarrow AC = \dfrac{20}{Q}\sqrt{\dfrac{Q}{8}} = 10\sqrt{\dfrac{1}{8Q}}$

لتكلفة الحدية: $MC = 10\sqrt{\dfrac{Q}{8}}$

الفصل الثامن

تطبيقات على توازن المنتج/ سوق المنافسة التامة

التمرين الأول: في سوق السلعة X الطلب والعرض السوقيين تمثلهما المعادلتين التاليتين:

$$P = -X + 84.5$$
$$P = +0.65X - 31$$

المطلوب: 1 - احسب سعر التوازن السوقي؟

2- بافتراض ان التكاليف المتوسطة كدالة في الكمية المنتجة للمنتج هي مثلما تظهر في الجدول التالي: ذي سوق تسوده المنافسة التامة :

الكمية	0	1	2	3	4	5	6	7	8
التكلفة المتوسطة	0	10	7	5.5	5	5.5	7	9	11.75

احسب مستوى الإنتاج الذي يجعل من الربح أقصى ما يمكن هذا المنتج، واحسب مقدار هذا الربح؟

3- لأجل أي سبب من الأسباب تغير الطلب السوقي على السلعة واخذ المعادلة التالية: $P = -X + 101$، احسب سعر التوازن علما ان الكمية المعروضة لم تتغير؟ واحسب مقدار الربح المحقق انطلاقا من هذه المعطيات الجديدة؟

4 - احسب سعر التوازن السوقي في الأجل القصير بعد التعديل والتغيرات التي حدثت في الطلب السوقي، وكذلك الكمية الإجمالية المتبادلة، وعرض المنتج الواحد؟

5 - مثل بيانيا الوضعيات المختلفة لتوازن السوق والمنتج والتي تمت دراستها في المطالب السابقة؟

التمرين الثاني: لدينا منتجين اثنين A , B ينتجان نفس المنتوج Q ويعرضان هذا المنتوج في سوق تسودها المنافسة التامة بافتراض أن:

- سعر التوازن هو P^{o} ؛ = 8
- منحنى التكلفة الكلية للمنتج A هو $TC(A) = 15Q - 6Q^2 + Q^3$
- منحنى التكلف الكلية للمنتج B هو $TC(B) = 4Q + Q^3 - 3Q^2$
- إن التكاليف تخص الأجل القصير.

المطلوب: 1 - كم سوف يكون مقدار الربح الأعظم بالنسبة للمنتجين إذا ما اعتبرنا بان لهما سلوكا عقلانيا؟

2 - أوجد السعر الذي يدفع بالمنتجين إلى الخروج من السوق؟

3 - مثل بيانيا على نفس المحورين منحنيات العرض لكل منتج؟

التمرين الثالث: بافتراض أن المنتجين في الصناعة Q لهم نفس منحنى التكاليف الكلية الطويلة الأجل والتي تأخذ الشكل التالي:

$$LTC = 0.25Q^3 - 40Q^2 + 2500Q$$

كما أن التكاليف الكلية الموافقة لتجهيزين (لمشروعين) K_2, K_1 أي في المدى القصير لهما الشكل التالي:

$$TC_{K1} = Q^3 - 98.75Q^2 + 3600Q + 2000$$

$$TC_{K2} = 0.35Q^3 - 59.6Q^2 + 3420Q + 4000$$

من جهة أخرى فان سوق السلعة Q في فترة معطاة محددة بدالة الطلب والعرض اللذين لهما الشكل التالي:

$$Q_d = -\frac{P}{2} + 2000$$

$$Q_s = \frac{P}{2}$$

المطلوب: 1 - حدد نوع المشروع المتبنى من طرف المؤسسات، وكذلك الربح المحقق وعدد المنتجين العارضين لهذه السلعة في السوق؟

2 - بافتراض أن الطلب السوقي للسلعة تغير واخذ الشكل التالي: $Q = -\frac{P}{2} + 2400$ ما هو سعر التوازن في فترة السوق (الفترة تحت القصيرة)؟ والفترة القصيرة؟ وما هو عرض المنتج في الفترة القصيرة؟

3 - إذا بقي الطلب مثلما ورد في السؤال الثاني. حدد توازن المنتج النموذجي وكذلك توازن السوق في الفترة الطويلة؟ وعدد المنتجين الذين يؤمنون هذا العرض؟

4 - مثل بيانيا التوازنات المختلفة المحصلة في الأسئلة أعلاه؟

التمرين الرابع: بافتراض ان التكاليف الكلية للمدى الطويل التي يعكسها الحجم الأمثل للمشروع في الصناعة Q تأخذ الشكل التالي:

$$TC = Q^3 - 15Q^2 + 76.25Q$$

هذه ~~الصناعة ذات التكلفة الثابتة لها منحنى~~ الطلب السوقي D الذي يأخذ الشكل التالي:

$$P = -2Q + 100$$

المطلوب: 1 - حدد العرض السوقي في الفترة الطويلة للسلعة Q؟

2 - أوجـــد معادلة منحنى الطلب إذا علمت ان العرض السوقي في المدى الطويل يعادل 80 وان ميل منحنى الطلب السوقي يبقى دون تغيير؟

3 - إن هذه الصناعة تساهم في تلوث الأنهار التي تستعمل في نشاط هذه الصناعة، فمن اجل تنظيف وصيانة هذه الأنهار يفرض على المنتجين في هذه الصناعة رسم مقداره 2 وحدة نقدية عن كل وحدة منتجة. كيف يكون اثر ذلك على العرض الكلي في الفترة الطويلة؟

4 - مثل بيانيا التوازنات المختلفة للمنتج وللصناعة المحصل عليها في الأسئلة أعلاه؟

التمرين الخامس: قد يعتبر صاحب مصنع سيارات أن عمله تنافسي بدرجة عالية نظرا لعلمه الشديد بمنافسته لتعدد القليل من أصحاب مصانع السيارات الآخرين في السوق. ويقوم كل منهم بحملة إعلانية واسعة لإقناع المشترين المتوقعين بالنوعية الممتازة وبالطراز الأفضل لسياراته، كما يتصدى بسرعة فائقة لادعاءات منافسيه بالتفوق. هل هذا هو معنى المنافسة التامة من وجهة نظرك؟

التمرين السادس:

تتواجد 1000 مؤسسة في مجال النسيج تقتسم السوق حيث كل واحدة لها دالة التكلفة الكلية التالية: $TC = 10Q^2 + 10Q + 360$

المطلوب: 1 – أ : حلل تكاليف هذه المؤسسات؟

ب: أوجد دالة العرض للمؤسسة الواحدة؟

2 - بافتراض أن دالة الطلب السوقي لها الشكل التالي: $D = 10500 - 5P$

أ – أوجد سعر التوازن وكمية التوازن السوقيين؟

ب – أوجد مرونة الطلب السعرية السوقية؟

ج – احسب ربح المؤسسات ككل وربح المؤسسة الواحدة؟

3 - التوازن في المدى الطويل يتحقق بفضل دخول مؤسسات أخرى إلى السوق، وبافتراض أن دالة الطلب تبقى ثابتة. كم مؤسسة جديدة سوف تدخل هذه السوق؟

حل تطبيقات توازن المنتج /سوق المنافسة التامة

حل التمرين الأول:

1 – تـوازن المنـتج في حالة المنافسة التامة يتحقق بتعادل العرض والطلب السوقيين. في هذه الحالة يكون لدينا:

$$0.65X - 31 = -X + 84.5 \implies X^\circ = 70 \quad , \quad P^\circ = 14.5$$

2 – إن سعر التوازن $P^\circ = 14.5$ سوف يفرض على كل منتج في السـوق. وفي حالة المنافسة التامة يجب أن يتعادل الإيراد المتوسط والإيراد الحدي للمنتج. فمن جدول التكاليف المتوسطة يمكن إيجاد التكاليف الكلية والحدية كالتالي:

X	0	1	2	3	4	5	6	7	8
AC	0	10	7	5.5	5	5.5	7	9	11.75
TC	0	10	14	16.5	20	27.5	42	63	94
MC		10	4	2	4	7.5	14.5	21	31

توازن المنتج يتحقق عند تعادل التكاليف الحدية وسعر السوق. أي $MC = P$ وهـو مسـتوى الإنتاج الذي يجعل من الربح اعظمي. في هذه الحالة ومن الجدول نلاحظ أن السعر التوازني هو 14.5 وهذا يقابل مستوى الإنتاج $X = 6$.

الربح الأعظم هو :

$$\Pi = TR - TC = 6(14.5) - 42 = 45$$

3 – إذا تغير منحنى الطلب السوقي، فان هناك سعر توازن جديد سوف يظهر في المرحلة القصيرة، مع العلم ان العرض السوقي لم يتغير. وتبعا لذلك فان سعر التوازن الجديد يتحقق بتعادل الطلب الجديد ومعادلة العرض الغير مرنة والمحددة ب: $X = 70$. إذا سعر التوازن هو:

$$P = -70 + 101 \implies P^\circ = 31$$

أما الكمية المنتجة المثلى للمنتج فتعادل $X^\circ = 8$ مثلما هو واضح مـن الجدول إذ أن: $MC = P^\circ = 31$ وهذا يقابل الكمية $X^\circ = 8$ الربح الأعظم هو:

$$\Pi = TR - TC \implies \Pi = 8(31) - 91.2$$

4 – سـعر التوازن السوقي في الأجل الطويل بعد التعديل والكمية الكلية المتبادلة وعرض المنتج.

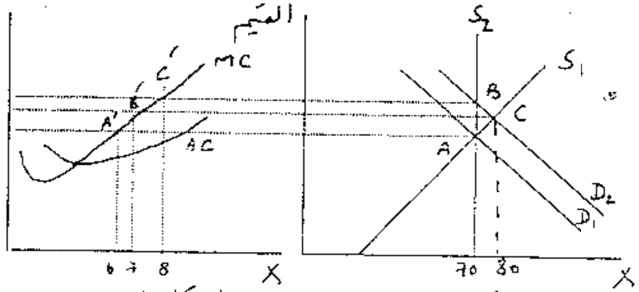
إن الفترة القصيرة هي تلك التي يمكن للمنتجين فيها من تغيير عرضهم للسلعة، ولكن بنفس عوامل الإنتاج أي الهم يحتفظون بنفس التكاليف، وتبعا لذلك فانه أمام الطلب الجديد يتحقق التوازن بتعادل العرض السوقي والطلب السوقي كالتالي:

$$0.65X - 31 = -X + 101 \implies X^\circ = 80 \;,\; P^\circ = 21$$

في هـذه الحالة فان المنتج بعد التعديل في عرضه أمام السعر الجديد يمكن أن يعـرض مثلما هو واضح من الجدول الكمية $X^\circ = 7$ أما اعظم ربح فهو:

$$\Pi = TR - TC = 7(21) - 63 = 84$$

5 – التمثيل البياني لوضعيات التوازن بالنسبة للسوق والمنتج:



الشكل A　　　　الشكل B

إن الشكل A يمثل توازن المنتج أما الشكل B فيمثل توازن السوق للسلعة X على الشكل B فان النقطة A تمثل التوازن الأول أي أن:

$$P^\circ_1 = 14.5, \quad X^\circ_1 = 70$$

أما النقطة B فتمثل التوازن الثاني أي $P^\circ = 31, X^\circ = 80$ وهذا بالنسبة للفترة القصيرة.أما النقطة C فتمثل التوازن الثالث للسوق في الفترة المتوسطة أي $P^\circ = 14.5, X^\circ = 60$ أمام هذه الوضعيات الثلاث لتوازن السوق هناك كذلك ثلاث وضعيات تقابلها بالنسبة للمنتج:

$$(P^0 = 21, X^0 = 7)C', \quad (P^\circ = 31, X^\circ = 8)B', (P^\circ = 14.5, X^\circ = 6)A'$$

أما المنحنيات: D1 فترمز لمنحنى الطلب P = - X + 84.5

S1 = العرض = P = 0.65 X + 31

S2 = العرض عند X = 70

D2 = الطلب = P = - X + 101

حل التمرين الثاني:

1 - الربح الأعظم بالنسبة للمنتجين: Π = TR - TC

أ - دراسة المنتج A

لدينا معادلة الربح كالتالي:

$$\Pi_A = 8Q - (15Q - 6Q^2 + Q^3) = -Q^3 + 6Q^2 - 7Q$$

حتى نعظم الربح، نجد المشتق الجزئي الأول ونعدمه كما ان المشتق الثاني يجب ان يكون اقل من الصفر أي أن:

$$\frac{\partial \Pi}{\partial Q} = -3Q^2 + 12Q - 7 = 0 \quad \Rightarrow Q_1 = 0.7, \quad Q_2 = 3.3$$

$$\frac{\partial^2 \Pi}{\partial Q^2} = -6Q + 12$$

هذه الصيغة الأخيرة تكون سالبة من اجل Q > 2 وبالتالي فان $Q_2 = 3.3$ هي التي تعظم الربح.إذا كمية الإنتاج التي تعظم الربح هي Q = 3.3 وان الربح الأعظم هو: Π = 6.3.

ب - دراسة المنتج B:

$$\Pi_B = 8Q - (4Q + Q^3 - 3Q^2) = -Q^3 + 3Q^2 - 4Q$$

$$\frac{\partial \Pi}{\partial Q} = -3Q^2 + 6Q - 4 = 0 \Rightarrow Q_1 = 0.53, \quad Q_2 = 2.53$$

$$\frac{\partial^2 \Pi}{\partial Q^2} = -6Q + 6$$

تكون هذه الصيغة سالبة عندما يكون $Q > 1$ إذا $Q_2 = 2.53$ هي الكمية المثلى التي يجب عرضها لتعظيم الربح الذي يصل هنا إلى $\Pi = 13.12$.

لأجل خروج المنتج من السوق في المدى الطويل فانه يجب أن تفوق التكاليف المتوسطة الكلية الإيرادات المتوسطة أي أن:

$$TR < TC \Rightarrow \frac{TR}{Q} < \frac{TC}{Q} \Rightarrow AR < AC$$

ففي ظروف المنافسة التامة فان الايراد المتوسط يتعادل مع السعر حتى يتحقق الربح أي أن:

$$AR = P = AC$$

أي انه مادام السعر للوحدة من السلعة اكبر من ~~أو يساوي~~ التكلفة المتوسطة فان المنتج يحقق أرباحا.

عندما يكون السعر اقل من التكلفة المتوسطة فان المنتج يحقق خسائر وبالتالي يخرج من السوق. ويمكن تطبيق ذلك على حالة المنتجين الاثنين.

أ - المنتج A

$$TC_A = 15Q - 6Q^2 + Q^3$$
$$AC_A = 15 - 6Q + Q^2$$
$$\frac{\partial AC_A}{\partial Q} = -6 + 2Q = 0 \Rightarrow Q = 3$$

من اجل $Q=3$ فان التكاليف المتوسطة تصل إلى اصغر قيمة لها أي أن:

$$\frac{\partial^2 (AC)}{\partial (Q^2)} > 0 \Rightarrow \frac{\partial^2 (AC)}{\partial (Q^2)} = 2$$

إن مقدار AC عند هذه النقطة هو: $AC = 15 - 6(3)\ 0\ (3)^2 = 6$

لأجل أن يتوقف المنتج A عن عرض المنتوج يجب أن يكون السعر $P < 6$

ب - المنتج B

$$TC_B = 4Q - 3Q^2 + Q^3$$
$$AC_B = 4 - 3Q + Q^2$$
$$\frac{\partial AC}{\partial Q} = -3 + 2Q = 0 \Rightarrow Q = \frac{3}{2}$$

إن مقدار AC عند $Q = 3/2$ هو $7/4$.

إذا السعر الذي يتوقف عنده المنتج B ويخرج من السوق هو $P > 7/4$.

3 - التمثيل البياني: حتى يمكن للمنتج من عرض منتوجه، يجب ان يكون هذا العرض محققا للربح أو على الأقل الربح يساوي الصفر. أي انه يجب ان يتحقق الشرط:

$$P \geq AC \qquad MC \geq P$$

ويمكن توضيح ذلك كالتالي:

$$TR \geq TC \Rightarrow P \geq AC$$

الربح أقصى ما يمكن عندما:

$$\frac{d\Pi}{dQ} = \frac{dTR}{dQ} - \frac{dTC}{dQ} = 0 \Rightarrow P = MC$$

بشرط أن:

$$-\frac{d^2TC}{dQ} < 0 \Rightarrow \frac{d^2TC}{dQ} > 0$$

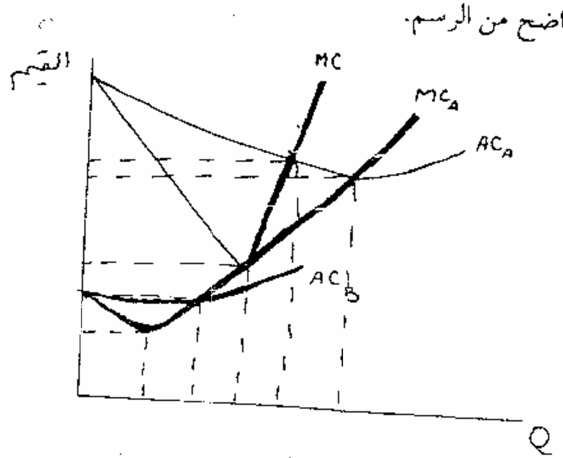
والذي يعني العرض على الجزء المتزايد من منحنى التكلفة الحدية.

ففي حالة المنتج B:

من اجل $P = 7/4$ فان هذا يتوافق و $Q = 3/2$

من اجل $P < 7/4$ فان هذا يتوافق و $Q = 0$

مـــن اجل $P > 7/4$ فان عرض الإنتاج يكون معطى بمنحنى التكلفة الحدية MC_A مثلما هو واضح من الرسم.



فمن اجل $P = 8$ فان $Q = 2.53$.

أما في حالة المنتج B:

فمن اجل $P = 6$ فان هذا يتوافق و $Q = 3/2$

من اجل $P < 6$ فان هذا يتوافق و $Q = 0$

من اجل $P > 6$ فان عرض المنتج للسلعة معطى بمنحنى التكلفة الحدية MC_B على الرسم البياني بخط عريض أي الجزء الأعلى من منحنى التكلفة الحدية.

من اجل $P = 8$ فان $Q = 3.3$

حل التمرين الثالث:

1 – أ: يتحقق توازن السوق بتعادل الكمية المعروضة والكمية المطلوبة أي ان:

$$2Q = -2Q = 4000 \Longrightarrow 4Q = 4000$$

سعر التوازن و كمية التوازن هما: $P^\circ = 2000$, $Q^\circ = 1000$

ب – إن التجهيز أو المشروع المختار من طرف المنتج يتحدد بتعادل التكـــلفة الحديــة في المدى القصير والمدى الطويل والسعر. وهذا يتحقق في الجزء المتصاعد للتكاليف الحدية اعلى التكلفة المتوسطة

ففـــي المدى القصير فان المنتج يكون عقلانيا إذا ما عمل على جعل الـــربح اعظميـــا ويتحدد ذلك بتعادل السعر و التكلفة الحدية والمتوسطة. كذلك بالنسبة للمدى الطويل فان المنتج حتى يكون عقلانيا وذلك باختيار المشروع الذي يحقق أقصى ربح ممكن. ذلك انه في المدى الطويل تصبح كل التكاليف متغيرة، ولأجل ذلك فانه:

– من اجل المشروع K_1 فان اعظم ربح يتحقق عندما:

$$SMC_{K1} = 3Q^2 - 197.5Q + 3600 = P = 2000$$
$$3Q^2 - 197.5Q + 1600$$

حل هذه المعادلة يعطينا جذرين، الجذر المحتفظ به هو: $Q = 56.4$ والذي يعمل على تعظيم الربح.

– من اجل المشروع K_2 فان اعظم ربح يتحقق عندما:

$$SMC_{K2} = 1.05Q^2 - 119.2Q + 3420 = P = 2000$$
$$1.05Q^2 - 119.2Q + 1420 = 0$$

حل هذه المعادلة يمكننا من الاحتفاظ بالجذر الموجب والذي يساوي $Q =$ 100 لنفس الأسباب السابقة.

إن اختيار المشروع الأول أو الثاني يتحقق فقط عند دراسة التوازن في الأجل الطويل أمام منحنى التكلفة الكلية:

$$LTC = 0.25Q^3 - 40Q^2 + 2500Q$$

نبحث على التكلفة الحدية في المدى الطويل:

$$LMC = \frac{dLTC}{dQ} = 0.75Q^2 - 80Q + 2500$$

في هذه الحالة كذلك يجب ان يتعادل السعر والتكلفة الحدية حتى يتحقق التوازن أي أن:

$$LMC = P$$
$$0.75Q^2 - 80Q + 2500 = 2000$$
$$0.75Q^2 - 80Q + 500$$

نبحث عن الكمية المثلى للتوازن في الأجل الطويل حتى نحدد التجهيز أو المشروع الأمثل وذلك بحل المعادلة أعلاه وبالتالي نجد $Q = 100$. نلاحظ أن الكمية المنتجة المثلى في الأمد الطويل توافق والمشروع الثاني، وبالتالي فان المشروع الثاني هو الذي يجب أن يتبنى لأنه يسمح بتحقيق اعظم ربح ممكن سواء في الأجل القصير أو الطويل ويمكن توضيح ذلك كالتالي:

$$\Pi = TR - TC$$
$$\Pi = 100(2000) - \left[0.25(100)^3 - 40(100)^2 + 2500(100)\right] = 100000$$

ج - عدد المنتجين العارضين للمنتوج يمكن الحصول عليه بقسمة كمية الإنتاج التوازني على عرض المشروع النموذجي أي أن:

$$N = \frac{Q_S}{Q_s} = \frac{1000}{100} = 10$$

2 - إذا اصبح الطلب السوقي: $Q = -\frac{P}{2} + 2400$

فان التوازن في فترة السوق (الفترة تحت القصيرة) أي عندما تبقي الكمية المعروضة دون تغيير عند (عرض غير مرن على الإطلاق) يتحقق بتعادل العرض والطلب أن: $1000 = -\frac{P}{2} + 2400 \Rightarrow P_1^0 = 2800$

توازن السوق في الفترة القصيرة عندما يكون رد الفعل من طرف المنتجين لتغير الطلب ليس ناتجا عن تغير عوامل الإنتاج (التجهيزات)، ولكن نتيجة زيادة استعمال إنتاجية عوامل الإنتاج يتحقق بتعادل الكمية المعروضة والمطلوبة كالتالي:

$$Q = \frac{P}{2} + 2400, \quad Q = \frac{P}{2}$$
$$P = -2Q + 4800, \quad 2Q = P$$
$$4Q = 4800 \Rightarrow Q_3^* = 1200 \quad , \quad P_3^* = 2400$$

عند السعر الجديد فان عرض المنتج أمام التجهيز أو المشروع الثاني يتحقق بتعادل التكلفة الحدية والسعر أي:

$$SMC_{K2} = P$$
$$1.05Q^2 - 119.2Q + 3420 = 2400$$

حل هذه المعادلة يعطينا الكمية المعروضة من طرف المنتج باستعمال المشروع الثاني.

أي أن: $Q = 104.2$

3 – أمام المعطيات الجديدة إذا ما حقق المنتجون أرباحا عالية فهناك منتجين آخرين سوف يدخلون إلى سوق هذه السلعة. هذا الدخول سوف يعمل على زيادة العرض الكلي للسلعة باعتبار أن الطلب سوف يبقى دون تغيـــير، بينما سعر السوق ينخفض نتيجة زيادة العرض. أمام هذه الأوضاع فان المنتجين سوف يعملون على تخفيض تجهيزاتهم بينما الأرباح المحققة من طرف كل منتج سوف تنخفض باستمرار إلى أن تنتفي كلية. في هذه الحالة فان التوازن يتحقق بتعادل:

$$LMC = SMC = LAC = P$$

في حالة معطياتنا فان التوازن يتحقق بتعادل التكلفة الحدية والمتوسطة في الأجل الطويل أي أن: $LMC = LAC$

$$LTC = 0.25Q^3 - 40Q + 2500Q$$
$$LMC = 0.75Q^2 - 80Q + 2500$$
$$LAC = 0.25Q^2 - 40Q + 2500$$
$$0.75Q^2 - 80Q + 2500 = 0.25Q^2 - 40Q + 2500$$
$$Q = 80$$

إذا الكمية المثلى للمنتج تعادل $Q = 80$ أمام سعر في حالة الطلب الوارد في السؤال الثاني.

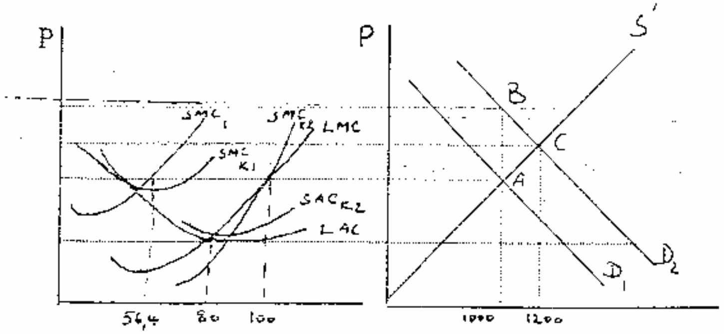
نسبحث ألان عن السعر التوازني. من اجل ذلك نعدل بين التكلفة الحدية في الأجل الطويل والسعر فنجد:

$$LMC = P$$
$$0.75(Q)^2 - 80Q + 2500 = P$$
$$0.75(80)^2 - 80(80) + 2500 = P$$
$$P_s^* = 900$$

مادام الطلب الإجمالي يبقى دون تغيير فان العرض الإجمالي في الفترة الطويلة هو: $Q_4^* = -\frac{P}{2} + 2400 = 1950$

عدد المنتجين المحقق لهذا العرض هو: $N = (1950/80) = 24$

4 – الشـــكل المـــوالي يمثل التمثيل البياني لمنحنيات التكلفة الحدية والمتوســـطة للـــتجهيز يـــن أو المشروعين الاثنين، وكذلك الأجل الطويل والتوازنات المختلفة للسوق.



نلاحظ أن النقطة A تتوافق والتوازن الأول من اجل منحنى طلب وعرض:

$$Q = -\frac{P}{2} + 2000, \quad Q = \frac{P}{2}$$

الـــنقطة B تـــتوافق والتوازن في فترة السوق عندما يكون منحنى الطلب $Q = -\frac{P}{2} + 2400$ والكمية المعروضة $Q = 1000$

النقطة C تتوافق والتوازن الجديد للفترة القصيرة عند معادلتي الطلب والعرض: $Q = \frac{P}{2} + 2400, Q = \frac{P}{2}$

النقطة D وهي نقطة عرض الفترة الطويلة بعد دخول منتجين جدد إلى السوق.

حل التمرين الرابع:

1 – تحديد العرض السوقي وسعر التوازن دراسة التكاليف:

$$TC = Q^3 - 15Q^2 + 76.25Q$$
$$AC = Q^2 - 15Q + 76.25$$

منحنى التكلفة المتوسطة تصل إلى أدنى حد لها عندما:

$$\frac{dAC}{dQ} = 2Q - 15 = 0 \Rightarrow Q = 7.5$$

عند هذه الكمية من العرض في الأجل الطويل للمشروع الأنسب فان السعر يتساوى والتكلفة المتوسطة:

$$P = AC$$

$$AC = Q^2 - 15Q + 76.25 = 20$$

$$P = 20$$

النقطة A في الرسم

العرض السوقي عند هذا السعر هو: $Q = -\frac{P}{2} + 50 \Rightarrow Q = -\frac{20}{2} + 50$

النقطة B على الرسم.

2 – إذا كان العرض السوقي في الفترة الطويلة معادلا لـ 80، وان الصناعة هي ذات تكاليف ثابتة فان سعر التوازن سيكون $P = 20$ النقطة C على الرسم ذات الإحداثيات $C(Q=80, P=20)$ وهي تنتمي إلى المنحنى الجديد. هذا المنحنى يحتفظ بنفس الميل لمنحنى الطلب الأول، وبالتالي يمكن كتابة:

$$P = -2Q + b \Longrightarrow 20 = -2(80) + b \Longrightarrow b = 180$$

معادلة الطلب الجديد: $P = -2Q + 180$

3 – إذا دفع كل منتج 2 و.ن عن كل وحدة منتجة، وما دام ان لكل المنتجين نفس التكلفة المتوسطة فانه يمكن كتابة:

$$AC = Q^2 - 15Q + 76.25 + 2$$

التكلفة الكلية تصبح: $TC = Q^3 - 15Q^2 + 78.25Q$

التكلفة الحدية تصبح: $MC = 3Q^2 - 30Q + 78.25$

إن منحنى التكلفة المتوسطة الجديد يصل إلى أدنى حد له عندما:

$$\frac{dAC}{dQ} = 2Q - 15 = 0 \Rightarrow Q = 7.5$$

وهي نفس الكمية المحصل عليها قبل دفع الرسم.

مقدار التكلفة المتوسطة بعد فرض الرسم:

$$AC = (75)^2 - 15(7.5) + 78.25 = 22$$

وبالتالي يكون السعر: $MC = P = 22$

منحنى التكلفة الحدية يأخذ نفس الشكل قبل فرض الرسم ويصل إلى أدنى حد له عند $Q = 5$.

بينما مقدار $MC = 3(5)^2 - 30(5) + 78.25 = 3.25$

إلا انه في الحالة الأولى قبل الرسم فان التكلفة الحدية كانت: $MC = 1.25$

إن فرض الرسم والمقدر بـ 2 و.ن سوف يعمل على ارتفاع منحنيات التكلفة المتوسطة والحدية بوحدتين لكل مستوى من مستويات الإنتاج. كما أن منحنى العرض السوقي هو كذلك ينتقل إلى الأعلى بوحدتين اثنتين. وبالتلي فان سعر الوحدة سوف يرتفع بوحدتين نقديتين كذلك.

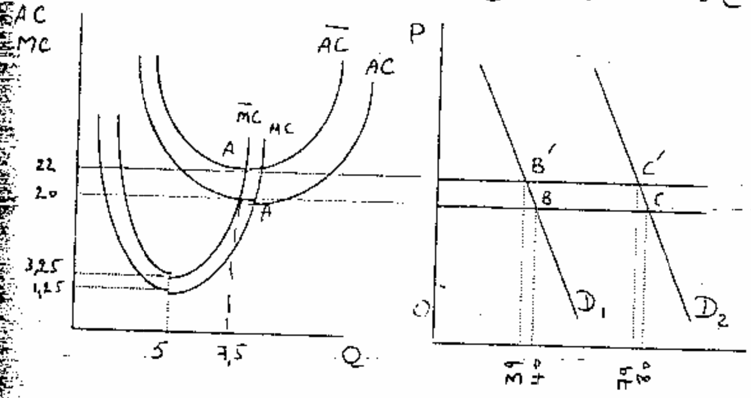
- العرض السوقي بعد فرض الرسم سوف يصبح في حالة منحنى الطلب D1 النقطة 'B كالتالي:

$$Q=-\frac{P}{2}+50=-\frac{22}{2}+50=39$$

- في حالة منحنى الطلب D2: $Q=-\frac{P}{2}+90=\frac{22}{2}+90=79$

وبالتالي يمكننا بأن نقول بان فرض الرسم سوف يعمل على تخفيض العرض السوقي في المدى الطويل.

4 - الشكلين التاليين يمثلان التوازنات المختلفة في الفترة الطويلة للمنتج وللصناعة قبل وبعد دفع الرسم على الإنتاج:



حل التمرين الخامس:

يتعارض هذا الطرح مع وجهة نظر الاقتصادي للمنافسة التامة. إذ أن هـذا الطرح يشرح السوق التنافسية بما يؤكد المنافسة بين المصانع الخصوم. أما وجهة نظر الاقتصادي للمنافسة التامة، فتؤكد صيغة المنافسة مع الغائب المجهـول، بمعـنى انـه يوجد في السوق التامة التنافس العديد من البائعين

والمشـترين، ويعتبر كل منهم صغير الشأن جدا بالنسبة للسوق، ولا يعتبرنه الآخرين خصوما له. ويكون ناتج جميع المنتجين في السوق متجانسا، ونتيجة لذلك لا تكون هناك منافسة بين المنتجين، قائمة على اختلافات في الإعلان والنوعية والطراز.

حل التمرين السادس:

1 - أ - تحليل التكاليف:

التكلفة الكلية تتكون من التكلفة الثابتة والتكلفة المتغيرة:

$$TFC=360 \qquad TVC=10Q^2+10Q$$

تواجد التكاليف الثابتة يعني بان التحليل يجري في المدى القصير.

$$AFC=\frac{360}{Q}$$

$$AVC=10Q+10$$

$$AC=10Q+10+\frac{360}{Q}$$

$$MC=20Q+10$$

الحد الأدنى للسعر لتوقف المشروع عن الاستمرار في السوق يتوافق ومستوى الإنتاج حيث يكون السعر اقل من أو يساوي متوسط التكلفة المتغيرة.

$$MC=AVC$$

$$10Q+10=20Q+10$$

$$Q=0$$

عند الكمية التي تعادل الصفر فان السعر يساوي الصفر. إذا أدق سعر يجب ان لا يقل عن 10.

السعر الذي يمكن المؤسسة من البقاء في السوق وتحقيق أرباح عادية هو:

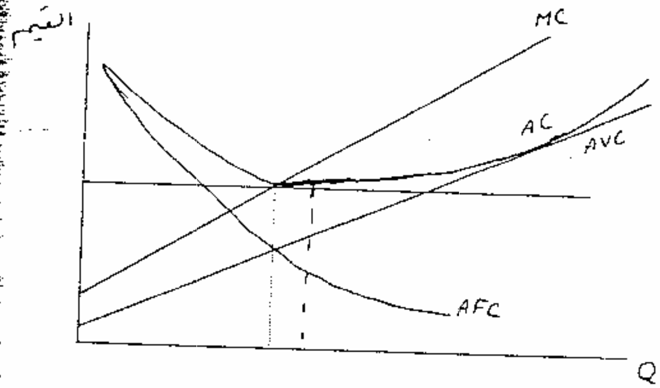
$$MC = AC = P \Rightarrow 20Q+10 = 10Q+10+\frac{360}{Q}$$

$Q = 6$

$P = 20Q+10 = 20(6)+10 = 130$

إذا السعر يعادل 130 و.ن

الشكل الموالي يبين ذلك:



ب: دالة العرض تتحدد عند شرط تعظيم الربح أي أن:

$MC = P$

$20Q+10 = P$

$Q = \frac{P}{20} - \frac{1}{2}$

2 - أ: يتحقق التوازن بتعادل العرض والطلب السوقيين أي ان:

$S = 1000(\frac{P}{20} - \frac{1}{2}) = D = 10500 - 5P$

$P = 200$

$Q = 9500$

ب: مرونة الطلب السعرية للسوق:

$$E_D = \frac{\partial Q}{\partial P}\frac{P}{Q} = (-) - 5\frac{200}{9500}$$

ج - ربح المؤسسة الواحدة:

$\Pi = PQ - TC$

$$\Pi = \frac{(9500)200}{100} - TC(9.5) = 1900 - 1357.5 = 542.5$$

ربح كل المؤسسات (القطاع):

$\Pi_T = 1000(542.5) = 542500$

3 - عند التوازن في المدى الطويل الربح يصبح معدوما، وتتحقق هذه الحالة عندما تدخل مؤسسات جديدة إلى السوق بطرح كميات جديدة إليه. وجدنا بان السعر في المدى القصير الذي يسمح بتحقيق أرباح عادية يعادل 130 والكمية المنتجة من طرف كل مؤسسة هي 6.

دالة الطلب السوقي هي: D= 10500-5P = 10500-5(130)= 9850

عدد المؤسسات ككل لتامين الطلب يعادل:

N = D / 6 = 9850 / 6 = 1642

عدد المؤسسات الجديدة التي يمكن أن تدخل السوق يعادل 1642 مؤسسة

الفصل التاسع

تطبيقات على توازن المنتج / سوق الاحتكار المطلق

التمرين الأول: يقوم منتج ما بإنتاج السلعة Q. هذا المنتج يتميز بدالة التكلفة التالية: $TC = Q^3 - 12Q^2 + 48Q$

المطلوب: 1 - أوجد التكلفة المتوسطة والحدية وحدد نقطة تقاطعهما؟

2 - بافتراض ان هذا المنتج يعمل في ظل سوق للمنافسة التامة، وبافتراض ان سعر السلعة المنتجة محدد في السوق ويساوي P=27. ما هي شروط تعظيم الربح؟ احسب مقدار الربح الأعظم؟

3 - بافتراض ان المنتج يعمل في سوق يسودها الاحتكار المطلق، ولدينا دالة الطلب على هذه السلعة التي يأخذ الشكل التالي: P = 64 - Q. ما هي شروط تعظيم الربح وما هو مقدار هذا الربح؟

التمرين الثاني: بافتراض ان الطلب على سلعة ما يأخذ الصيغة التالية:

$$Q = -\frac{4}{3}P + 4$$

المطلوب: 1 - حدد صيغة الإيراد الكلي للمنتج الذي يحتكر هذه السلعة علما ان هذا المنتج يتميز بعدم وجود تكاليف ونبحث عن اعظم ربح ممكن؟

2 - احسب الكمية التي تعظم الربح، وسعر السوق وكذلك مقدار الربح الأعظم؟

3 - في الفترة الطويلة، الطلب على السلعة يتغير ويأخذ العلاقات التالية:

$$Q=-2P+6,\quad Q=-\frac{8}{3}P+8,\quad Q=-\frac{10}{3}P+10$$

حدد منحنى العرض لهذا المنتج الاحتكاري الذي يتوافق مع انتقالات منحنى الطلب؟

4 - مثل بيانيا منحنى العرض السوقي (الاحتكاري) ومنحنيات الطلب المختلفة وكذلك منحنيات الإيراد الكلي والحدي؟

5 - احسب مرونة الطلب السعرية عند مختلف وضعيات التوازن؟ وماذا يمكن استنتاجه من النتائج المحصل عليها؟

التمرين الثالث: لتكن لدينا دالة الطلب على سلعة ما التي تأخذ الشكل التالي:

$$Q=-\frac{P}{1.34}+\frac{2.34}{1.34}$$

بافتراض ان هناك منتج واحد يعمل في سوق هذه السلعة، هذا المنتج له منحنى التكلفة المتوسطة التي تأخذ الشكل التالي:

$$AC = 0.85\ Q - 0.83$$

المطلوب: 1- أوجد مقدار السعر الذي يبيع به المنتج هذه السلعة؟

2 - ما هو سعر السوق إذا كان عرض السلعة ناتج من طرف عرض عدد من المنتجين واللذين لا يملك أي واحد منهم سلطة على تحديد السعر؟

التمرين الرابع: بافتراض ان دالة الطلب الإجمالي لسلعة ما هي خطية وتأخذ الشكل التالي: $P = -0.5Q + 50$

المطلوب: 1 - أوجد صيغة مرونة الطلب السعرية كدالة للإيراد الحدي والإيراد المتوسط على منتج في وضعية احتكارية لهذه السلعة؟ واحسب مقدار هذه المرونة عندما $Q = 30$.

2 - بافتراض ان منحنى التكلفة المتوسطة يأخذ الشكل التالي: $AC = aQ + 10$، حدد دوال التكاليف الكلية والحدية والمتوسطة التي سمحت بتوازن المنتج في المطلب الأول وذلك عند النقطة: $Q=30$

التمرين الخامس: يواجه منتج محتكر طلبا معادلته: $P = 170 - 4Q$

ويمتلك هذا المحتكر مصنعين دوال تكاليفهما الكلية كالتالي:

المصنع الأول: $TC = 100 + 10Q$

المصنع الثاني: $TC = 50 - 4Q + 0.7\ Q^2$

والسؤال المطروح هو: ما هي افضل كمية يمكن إنتاجها لتعظيم أرباح المحتكر؟

التمرين السادس: لتكن لدينا دالة التكلفة المتوسطة في الفترة الطويلة لمنتج احتكاري لها الصيغة التالية:

$$LAC = 0.02\ Q^2 - 0.25Q + 10$$

بافتراض أن هذا المنتج يمتلك ثلاثة مشاريع في الأجل القصير C , B , A لها التكاليف المتوسطة التالية

$$SAC_A = 0.02Q^2 - 0.2Q + \frac{0.3125}{Q} + 9.75$$

$$SAC_B = 0.02Q^2 - 0.2Q + \frac{1.25}{Q} + 9.5$$

$$SAC_C = 0.02Q^2 - 0.2Q + \frac{5}{Q} + 9$$

كما أن منحنى الإيراد الكلي لهذا المحتكر له الصيغة التالية:

$$TR = -\frac{1}{5}Q^2 + 11Q$$

المطلوب: 1 - ما هو المشروع المختار من طرف هذا المحتكر في الفترة الطويلة للقيام بالعملية الإنتاجية بشكل اقتصادي؟ احسب الربح الأعظم المتحقق بتبني هذا المشروع؟

2 - ما هي معادلة منحنى الطلب التي تؤدي إلى اختيار المشروع A في المدى الطويل، اعتبارا بأنه عندما يكون سعر السلعة المنتجة $P = 11$ فان الطلب على عليها يكون مساويا للصفر؟

التمرين السابع: يتحمل منتج احتكاري تكلفة كلية:

$$TC = 0.12Q^2 - 2Q + 11$$

هذا المنتج محتكر بشكل تام للسلعة المنتجة التي تباع في سوقين مختلفتين تتميزان بدوال الطلب التالية:

- في السوق الأولى: $Q = 20 - 0.2P$
- في السوق الثانية: $Q = 32 - 0.3P$

المطلوب: إيجاد شروط تعظيم الربح وحساب مقدار هذا الربح في كل من السوقين، ومقارنة ذلك مع وضع الاحتكار العادي؟

حل تطبيقات توازن المنتج / سوق الاحتكار المطلق

حل التمرين الأول:

1 - التكلفة المتوسطة: $AC = \frac{TC}{Q} = Q^2 - 12Q + 48$

التكلفة الحدية: $MC = \frac{dTC}{dQ} = 3Q^2 - 24Q + 48$

يتقاطع المنحنيين عندما يمر منحنى التكلفة المتوسطة بأدنى قيمة له وبالتالي:

$$\frac{dAC}{dQ} = 2Q - 12 = 0 \Rightarrow Q = 6$$

$$AC = (6)^2 - 12(6) + 48 = 12$$

$$MC = 3(6)^2 - 24(6) + 48 = 12$$

نقطة تقاطع AC، MC هي: $Q = 6$, $MC = AC = 12$

2 - في ظل المنافسة التامة فان شرط تعظيم الربح يتحقق عندما تتحقق المساواة ما بين السعر والتكلفة الحدية أي ان:

$$P = MC$$

$$27 = 3Q^2 - 24Q + 48 \Longrightarrow Q1 = 1 \;,\; Q2 = 7$$

$$\Pi = TR - TC$$

عندما $Q1 = 1$ فان الربح يساوي:

$$\Pi = 27(1) - (1-12-48) = -10$$

عندما $Q2 = 2$ فان الربح يساوى:

$$\Pi = 27(7) - (21 - 12(49) - 48(7) = 98$$

3 - في ظل الاحتكار التام فان شرط تعظيم الربح يتحقق عند تعادل الإيراد الحدي والتكلفة الحدية أي: $MR=MC$ لدينا دالة الطلب:

$$P = 64 - Q$$

الإيراد الكلي: $TR = PQ = 64Q - Q^2$

الإيراد الحدي: $MR = 64 - 2Q$

إذا تعادلت التكلفة الحدية والإيراد الحدي:

$$64 - 2Q = 3Q^2 - 24Q + 48 \Longrightarrow 3Q^2 - 22Q - 16 = 0$$

$$Q_1 = 8 \quad , \quad Q_2 = -2$$

إذا مستوى الإنتاج الذي يعظم الربح هو: $Q = 8$

سعر السلعة: $P = 64 - Q = 54 - 8 = 56$

مقدار الربح: $\Pi = TR - TC = 320$

حل التمرين الثاني:

1 - لدينا دالة الطلب على السلعة كالتالي:

$$Q = -\frac{4}{3}P + 4 \Rightarrow P = -\frac{3}{4}Q + 3$$

المنتج يؤمن لوحدة احتياجات التسوق، وبالتالي فان الإيراد الكلي للمنتج يمكن كتابته على الشكل التالي:

$$TR = PQ \Rightarrow TR = -\frac{3}{4}Q^2 + 3Q$$

2 - المنتج لا يتحمل أية تكلفة وبالتالي فان الربح يكون مساويا للإيراد الكلي أي ان: $\Pi=TR$

معادلة الإيراد الكلي تعدم من اجل: $Q_1 = 0 \; ; \; Q_2 = 4$

نشتق الإيراد الكلي ونعدمه لإيجاد اعظم نقطة ونعدمه:

$$\frac{dTR}{dQ} = -\frac{3}{2Q} + 3 = 0 \Rightarrow Q = 2$$

$$\frac{d^2TR}{dQ} = -\frac{3}{2} \langle 0$$

عندما $Q=2$ فان الربح يصل إلى اعظم مستوى له.

سعر البيع هو: $P = -3/4(Q) + 3 \Longrightarrow P = -3/4(2) + 3 = 1.5$

الربح الأعظم هو: $\Pi = TR = -(3/4)Q^2 + 3Q = (2)^2 3/4 + 6 = 3$

3 - عندما يتغير الطلب يمكن تشكيل منحنى عرض المحتكر. هذا المنحنى يمكن الحصول عليه انطلاقا من نقاط التوازن المحددة لكل منحنى على حدة.

بالنسبة لمنحنى الطلب في المطلب الأول، الكمية المعروضة كانت:

$Q = 2$ وذلك عند سعر $P=1.5$ نسمي $D1$ منحنى أول للطلب.

بالنسبة ل- $D2$

$$D2 \Longrightarrow Q = -2P + 6 \Longrightarrow P = -(1/2)Q + 3$$

$$TR = -\frac{1}{2}Q^2 + 3Q \Longrightarrow \frac{dTR}{dQ} = -Q + 3 = 0 \Longrightarrow Q = 3$$

$Q = 3$ هي الكمية المعروضة التي تعظم الربح أمام سعر:

$$P = -\frac{1}{2}Q + 3 = -0.5(3) + 3 = 1.5$$

بالنسبة ل-$D3$

$$D3 \Rightarrow Q = -\frac{8}{3}QP + 8 \Rightarrow P = -\frac{3}{8}Q + 3$$

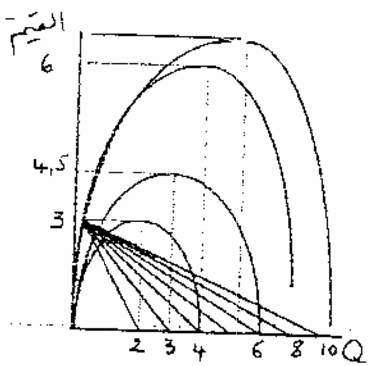
$$TR = -\frac{3}{8}Q^2 + 3Q \Rightarrow \frac{dTR}{dQ} = -\frac{3}{5}Q + 3 \Rightarrow Q = 5$$

Q = 4 هي التي تعظم الربح أمام سعر مقداره

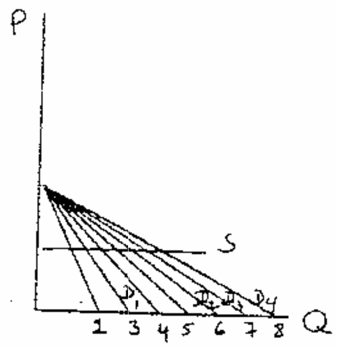
$$P = -\frac{3}{10}(5)^2 + 10 = 1.5$$

إن دراسة هذه النتائج تبين بان العرض هو منحنى مرن بشكل مطلق ذلك ان الكمية تزداد ولكن السعر يبقى ثابتا. الكمية المعروضة تزداد عندما يزداد الطلب، هذا المنحنى يدور في اتجاه معاكس لاتجاه عقارب الساعة حول النقطة P=3 بينما منحنى العرض عبارة عن خط مستقيم موازي لمحور الكميات.

4- التمثيل البياني:



الشكل A



الشكل B

الشكل A يمثل منحنيات الإيرادات الكلية والحدية انطلاقا من منحنيات الطلب. أما الشكل B فيبين منحنيات العرض ذوات المرونة المطلقة، المحصل عليها من الوضعيات المختلفة للتوازن.

مرونات الطلب السعرية:

$$E_{D1} = -\frac{4}{3}\frac{3/2}{2} = -1, \quad E_{D2} = -2\frac{3/2}{3} = -1,$$

$$E_{D3} = -\frac{8}{3}\frac{3/2}{4} = -1 \quad E_{D4} = -\frac{10}{3}\frac{3/2}{5} = -1$$

نلاحظ ان مرونة الطلب السعرية عند نقاط التوازن تبقى دون تغيير

حل التمرين الثالث:

1 - لأجل إيجاد سعر السوق فانه يتطلب إيجاد وضعية التوازن بالنسبة لهذا المنتج المحتكر. ولاجل ذلك لابد من إيجاد الإيراد الكلي والتكلفة الكلية والربح.

$$Q = -\frac{P}{1.34} + \frac{2.34}{1.34} \Longrightarrow P = -1.34Q + 2.34$$

$$TR = PQ = -1.34Q^2 + 2.34Q$$

$$TC = AC(Q) = 0.85Q^2 - 0.83Q$$

$$\Pi = TR - TC = -1.34Q^2 + 2.34Q - (0.85Q^2 - 0.83Q)$$

من اجل تعظيم الربح يجب ان يتحقق الشرطان:

$$\frac{d\Pi}{dQ} = 0, \qquad \frac{d^2\Pi}{dQ^2} \langle 0$$

$$\frac{d\Pi}{dQ} = -4.38Q + 3.17 = 0 \Longrightarrow Q = 0.72$$

$$\frac{d^2\Pi}{dQ^2} = -4.38 \langle 0$$

إذا سعر بيع السلعة هو:

$$P = -1.34Q + 2.34 \Longrightarrow P = -1.34(0.72) + 2.34 = 1.38$$

2 - إذا كان هناك عدد كبير من المنتجين في السوق ولا يملكون السلطة في تحديد السعر فهذا يعني أننا في سوق عكس سوق الاحتكار أي في سوق تسودها المنافسة التامة. وبالتالي فان توازن السوق يتحدد بتقاطع منحنى العرض والطلب السوقيين.

إن منحنى العرض الفردي مثلما نعلم هو ذلك الجزء من التكاليف الحدية المتصاعد والموجود أعلا منحنى التكاليف المتوسطة انطلاقا من النهاية الصغرى لهذه الأخيرة. أما منحنى العرض الإجمالي فهو حاصل الجمع الأفقي لمنحنيات العرض الفردية. فإذا تصورنا بان العرض الإجمالي في سوق المنافسة التامة هو منحنى التكاليف الحدية، فيكون لدينا:

$$MC = \frac{dTC}{dQ} = 1.7Q - 0.83$$

$$P = 1.7Q - 0.83$$

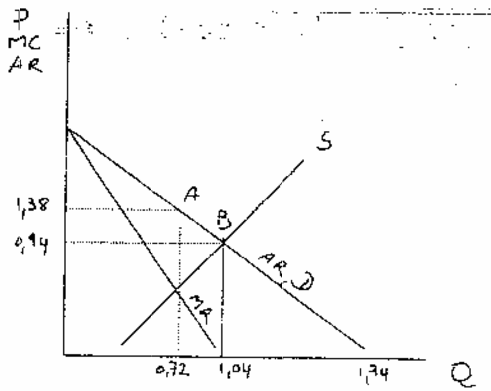
إذا سعر التوازن وكمية التوازن في سوق تسودها المنافسة التامة يتحقق بالمساواة التالية:

$$1.7Q - 0.83 = -1.34Q + 2.34$$

$$\Longrightarrow Q = 1.04 \ , \ P = 0.94$$

الشكل الموالي يمثل وضعيات التوازن، حيث إن A تمثل توازن الاحتكار و B تمثل توازن المنافسة التامة.

إن حالة الاحتكار تحدد سعرا أعلا من سعر المنافسة التامة وكمية اقل من كمية المنافسة



حل التمرين الرابع:

1 - في حالة سوق الاحتكار فان الإيراد الكلي للمنتج يتغير مع تغير الكمية وكذلك الكمية تعتبر متغير مفسر للسعر وبالتالي فان:

$$TR = PQ \quad , \quad P = F(Q)$$

الإيراد الحدي يمكن كتابته على الشكل التالي:

$$\frac{dTR}{dQ} = \frac{d(PQ)}{dQ} = \frac{dTR}{dQ} + \frac{d(TR)}{dP}\frac{dP}{dQ}$$

$$MR = P + Q\frac{dP}{dQ} = P\left(1 + \frac{1}{E_D}\right)$$

$$E_D = \frac{dQ/Q}{dP/P} = \frac{dQ}{dP}\frac{P}{Q}$$

الإيراد المتوسط:

$$AR = \frac{TR}{Q} = P$$

عندئذ يمكن كتابة:

$$MR = AR + \frac{AR}{E_D}$$

$$E_D = \frac{AR}{MR - AR}$$

$Q = 30 \Longrightarrow P = -0.5(30) + 50 = 35 = AR$

$TR = -0.5Q^2 + 50Q \Longrightarrow MR = -Q + 50 \Longrightarrow MR = -30 = 50 = 20$

من اجل Q = 30 فان المرونة تساوي: $E_D = \frac{35}{20-35} = -\frac{7}{3}$

2 - إذا كانت التكلفة المتوسطة: AC = aQ +10

فانه يمكن كتابة التكلفة الكلية: TC = AC Q = aQ² +10Q

والتكلفة الحدية: MC = 2aQ +10

تــوازن المنــتج يتحقق عند التعادل ما بين التكلفة الحدية والإيراد الحدي.

نعرف بأنه عند التوازن فانQ=30 عندئذ يمكن إيجاد a

AC = aQ + 10 , MC = 2aQ + 10

MC = MR ==> 2a(30) + 10 = -30 + 50 ------ ----

يكون بالتالي لدينا دالة التكلفة الكلية والحدية والمتوسطة كالتالي:

$TC = \frac{1}{6}Q^2 + 10Q, \quad MC = \frac{1}{3}Q + 10, \quad AC = \frac{1}{6}Q + 10$

حل التمرين الخامس:

إن شروط تعظيم الربح في حالة الاحتكار هو تساوي التكلفة الحدية والإيراد الحدي. أي أن MC = MR

- الإيراد الكلي للمشروع هو: TR = PQ = 170Q - 4Q²

- الإيراد الحدي للمشروع هو: MR = 170 - 8Q

- التكلفة الحدية للمصنع الأول: MC1 = 10

- التكلفة الحدية للمصنع الثاني: MC2 = 1.4Q -4

بمساواة الإيراد الحدي والتكلفة الحدية للمصنعين نجد:

MR = MC1 ==> 170 - 8Q = 10 ==> Q1 = 20

MR = MC2 ==> 170 - 8Q = 1.4Q -4 ==> Q2 =

- التكلفة الكلية للمصنع الأول: TC1 = 100 +20(10) = 300

- التكلفة الكلية للمصنع الثاني: TC2 = 50 - 40 + 70 = 80

- حجم الإنتاج الكلي: Q1 + Q2 = 20 +10 = 30

- سعر السلعة: P = 170 + 4(30) = 50

- الإيراد الكلي للمصنع الأول: TR1 = P°Q1 = 50(20)= 10

- الإيراد الكلي للمصنع الثاني: TR2 = P°Q = 50(10) = 500

- الإيراد الكلي للمصنعين:

TR = TR1 + TR2 = 1000+500 = 1500

- ربح المصنع الأول: Π1=TR1 - TC1 = 1000 - 300= 700

- ربح المصنع الثاني: Π2 = TR2 - TC2 = 500 - 80 = 420

- ربح المصنعين

$$\Pi=\Pi1+\Pi2 = 700+420= 1120$$

$$\Pi=TR - TC = 1500 - 380 = 1120$$

حل التمرين السادس:

إن المشروع المختار هو ذلك الذي يسمح بتعظيم الربح في المدى الطويل. إن هذا الشرط المثلوي يكمن في تعادل التكلفة الحدية والإيراد الحدي في المدى الطويل أي أن: $LMC = LMR$

لدينا:

$$LAC = 0.02Q^2 - 0.25Q + 10$$

$$LTC = 0.02Q^3 - 0.25Q + 10Q$$

$$LMC = 0.06Q^2 - 0.5Q + 10$$

$$LTR = -\frac{1}{5}Q^2 \cancel{(-0.5Q)} + 11Q$$

$$LMR = -\frac{2}{5}Q + 11$$

إذا يكون لدينا:

$$LMC = LMR = 0.06Q^2 - 0.5Q + 10 = -\frac{2}{5}Q + 11 \Longrightarrow$$

$$= 0.06Q^2 - 0.5Q + 10 + \frac{2}{5}Q - 11 = 0$$

بحل هذه المعادلة نجد: $Q = 5$

- الإيراد الحدي:

$$LMR = -\frac{2}{5}5 + 11 = 9$$

$$LMC = 0.06(25) - 0.5(5) + 10 = 9$$

$$LAC = 0.02(5)^2 - 0.25(5) + 10 = 9.25$$

إن المشروع الذي يختاره المنتج المحتكر في الفترة الطويلة لتحقيق اعظم ربح هو ذلك الذي يتميز بمنحنى تكلفة متوسطة يمس منحنى التكلفة المتوسطة في المدى الطويل عند النقطة $Q = 5$.

أي انه يجب أن يتحقق الشرط:

$LAC = SAC = 9.25$ من اجل $Q = 5$

وكذلك $LMC = LAC = MR = 9$

من اجل $Q = 5$

- بالنسبة للمشروع A:

$$LAC = SAC_A$$

$$0.02Q^2 - 0.25Q + 10 = 0.02Q^2 - 0.2Q + \frac{0.3125}{Q} + 9.25$$

$$-0.05Q^2 - 0.3125 + 0.25Q = 0$$

$$Q = 2.5$$

$$LAC = SAC_A$$

$$LAC = 0.02(2.5)^2 - 0.25(2.5) + 10 = 9.5$$

$$SAC_A = 0.02(2.5)^2 - 0.2(2.5) + \frac{0.3125}{2.5} + 9.75 = 9.5$$

$$LAC = SAC_A = 9.5 \rangle 9.25$$

إذا المشروع A مرفوض لان تكلفته المتوسطة اكبر من 9.25 .

- بالنسبة للمشروع B:

$$LAC = SAC_B$$

$$0.02Q^2 - 0.25Q + 10 = 0.02Q^2 - 0.2Q + \frac{1.25}{Q} + 9.5$$

$$-0.05Q^2 - 1.25 + 0.5Q = 0$$

$$Q = 5$$

$$LAC = SAC_B = 9.25$$

بالتعويض في دوال التكلفة المتوسطة في الأجل القصير والطويل للمشروع B

نجد: LAC =SAC = 9.25

إن المشروع B هو المشروع الذي سيتبناه المنتج الاحتكاري لأداء نشاطه لأنه يحقق اعظم ربح ممكن، ذلك أن منحنى التكلفة المتوسطة لهذا المشروع تمس منحنى التكلفة المتوسطة في الأجل الطويل وذلك للمساواة ما بينهما.

- بالنسبة للمشروع C:

$$LAC = SAC_C$$

$$0.02Q^2 - 0.25Q + 10 = 0.02Q^2 - 0.2Q + \frac{5}{Q} + 9$$

$$0.05Q^2 + Q + 5 = 0 \Longrightarrow Q = 10$$

$$LAC = SAC = 9.5$$

هذا المشروع كذلك مرفوض لان 9.25< 9.5

نستطيع الآن التأكد بان المشروع B فعلا هو المشروع الذي يحقق اعظم ربح وذلك بإيجاد الشرط الآخر وهو:

$$LMC = SMC_B = 9$$

$$LMC = 0.06Q^2 - 0.5Q + 10$$

$$SMC_B = 0.06Q^2 - 0.4Q + 9.5$$

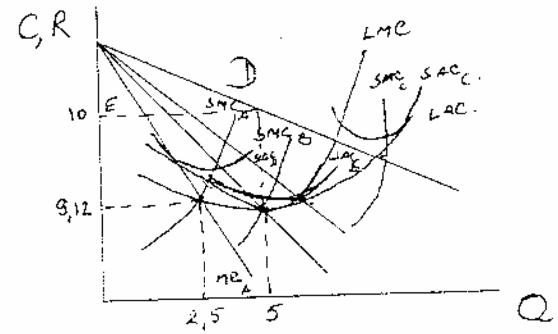
$$0.06Q^2 - 0.5Q + 10 = 0.06Q^2 - 0.4Q + 9.5 \Longrightarrow Q = 5$$

$$LMC = SMC_B = 9$$

والشكل أدناه يبين لنا التمثيل البياني لمنحنيات التكلفة المتوسطة والحدية في الفترة الطويلة والقصيرة للمشاريع الثلاثة.

الشكل البياني الموالي يمثل منحنيات التكلفة المتوسطة والحدية

في الأجل الطويل والقصير. إذا كانت Q=5 هي الكمية المثلى في الأجل الطويل وكذلك لدى المشروع B فان الربح المحقق سوف يكون $\Pi = 3.7$. التكلفة الكلية مثلما يتضح من الرسم ممثلة بالمستطيل OBAC.الإيراد الكلي يمثله المستطيل OEDC. أما الربح فهو ممثل بالمستطيل BEDA. وبالتالي يصبح لدينا LTC = 46.25 , TR=50.



2 - حتى يمكن أن نتبنى المشروع A في الفترة الطويلة يجب أن يقطع منحنى الإيراد الحدي منحنيات التكلفة الحدية لهذا المشروع في المدى القصير ومنحنى التكلفة الحدية في الأجل الطويل في النقطة التي احداثياتها:

$$LMC = SMC_A = 9.125 \qquad Q = 2.5$$

إذا افترضنا بان منحنى الطلب ممثل بمستقيم، فيكون كذلك مستقيما بالنسبة للإيراد الحدي:

لدينا دالة الطلب المستقيم:

P = aQ +b

AR = - aQ +b

TR = -aQ²+bQ ==> MR = -2aQ +b

نعلم بأنه عندما P =11 <===> Q=0 نستطيع كتابة: MR = -2aQ +11

9.125 = -2a(2.5) + 11 ==> 2a = 0.75 ==> a = 0.375

MR = -0.75Q +11

AR = P = -0.375Q + 11

هذين المنحنيين هما مثلان بــ AR1 , MR1

المنحنيات الموافقة للسؤال الأول هي AR° ,MR°

حل التمرين السابع:

في حالة الاحتكار المميز:

- دوال الطلب في السوقين يمكن كتابتهما على الشكل التالي:
- في السوق الأولى: P1 = 100-5Q1
- في السوق الثانية: P2 = 106.6 - 3.3Q 2
- الإيراد الكلي في السوق الأولى: TR1 =100Q1-5Q²1
- الإيراد الحدي في السوق الأولى: MR1=100-10Q1
- الإيراد الكلي في السوق الثانية: RT2 =106.6Q2-3.3Q2
- الإيراد الحدي في السوق الثانية: MR2 = 106.6 - 6.6Q2
- التكلفة الحدية للمنتج: MC = 0.24Q - 2

شرط تعظيم الربح يتمثل في تعادل الإيراد الحدي والتكلفة الحدية في كل سوق.أي أن MR=MC

- في السوق الأولى: 100-10Q = 0.24Q-2 ==> Q1 = 9.6
- في السوق الثانية: 106.6-6.6Q = 0.24Q -2 ==> Q2 = 15.4

الطلب في السوقين: Q1 + Q2 = 15.4 + 9.6 =25

سعر السلعة في السوق الأولى: P1 = 100-5(9.6) = 50,2

سعر السلعة في السوق الثانية : P2 = 106.6 - 6.6(15.4) = 55,7

الإيراد الكلي في السوقين: TR1 = PQ = 497.2 , TR2 = PQ = 843.8

TR= 1353

~~الربح الإجمالي للمنتج~~: Π = TR - TC = 1353 - 38,82 = 1314,18

التكلفة الكلية : TC = F(25) = 0.12(25)² -2(25) + 11 = 38, 82

الطلب الإجمالي = مجموع الطلب في السوقين:

Q = 52 - 0.5 P ==> P = 104 -2Q

الإيراد الكلي: TR = 104Q - 2Q²

الإيراد الحدي: MR = 104 - 4Q

تعظيم دالة الربح تتحقق بتعادل الإيراد الحدي والتكلفة الحدية أي أن:

104 - 4Q = 0.24Q -2

التكلفة الحدية هي: MC = 0.24 (25) - 2 = 4

تعظيم الربح سوف يفترض التعادل بين التكلفة الحدية والإيراد الحدي. أي أن:

- في السوق الأولى: 100 - 10Q =4 ==> Q1 = 9.6

- في السوق الثانية: 106.6 - 6.6 Q= 4 ==> Q2 = 15.4

$Q = Q_1 + Q_2 = 25$

التكلفة المتوسطة: $AC = 0.25\,(25) - 2 + (11/25) = 36/25$

الربح هو: $Q(P-AC)$

الربح في السوق الأولى: $\Pi = 9.6(52 - 36/25) = 485.4$

الربح في السوق الثانية: $\Pi = 15(55.7 - 36/25) = 835.6$

ربح المحتكر في السوقين: $\Sigma\Pi = \Pi_1 + \Pi_2 = 485.6 + 835.6 = 1321$

نقارن ذلك مع الوضع في حالة الاحتكار العادي:

حالة الاحتكار العادي:

- سعر السلعة: $P = 104 - 2(25) = 54$
- الإيراد الكلي: $TR = 54\,(25) = 1350$
- التكلفة الكلية: $TC = F(25) = 36$
- الربح الإجمالي: $\Pi = 1350 - 36 = 1314$

ومنه نستنتج بان ربح المحتكر هو دائما اقل من ربح الاحتكار المميز.

1321 > 1314

الربح العادي اقل من الربح المميز

الفصل العاشر

تطبيقات على توازن المنتج /سوق المنافسة الاحتكارية

التمرين الأول: في سوق تسودها المنافسة الاحتكارية، لدينا التكاليف المتوسطة لمنتج ما لسلعة معينة كدالة في الكمية مثلما هو واضح في الجدول التالي:

Q	1	2	3	4	5	6	7	8
AC	60	40	32	27	22	22	23.714	28.875

المطلوب: 1 - تكلم باختصار عن الخصائص الأساسية لسوق المنافسة الاحتكارية؟

2 - بافتراض ان الطلب على السلعة تمثله العلاقة التالية: $P = -4Q + 90$ أوجد الكمية المعروضة من طرف هذا المنتج وسعر السلعة في المدى القصير؟

3 - أوجد توازن المنتج في المدى الطويل علما ان ~~ميل منحنى الطلب في~~ المدى الطويل يبقى هو نفسه كما جاء في الأجل القصير وان منحنى التكاليف كذلك يبقى كما جاء في المدى القصير؟

التمرين الثاني: ينشط منتج في إطار سوق تسودها المنافسة الاحتكارية حيث يتميز بدالة تكلفة متوسطة تأخذ الشكل التالي: $LAC = 200 - 9Q + \frac{1}{3}Q^2$

فإذا كانت دالة الطلب على السلعة المنتجة من طرف هذا المنتج في المدى الطويل تأخذ الصيغة التالية: $P = 181.25 - 4Q$

المطلوب: 1 - حدد سعر و كمية التوازن بالنسبة لهذا المنتج؟

2 - إذا كان المنتج يعمل في سوق منافسة تامة، ما هـو مستوى إنتاجه في المـدى الطويل وكم سوف يكون عليه سعر التوازن؟

3 - ما هو افضل إطار (سوق المنافسة الاحتكارية أم سوق المنافسة التامة) بالنسـبة للمستهلكين؟ وضح ذلك؟

التمرين الثالث: لتكن لدينا دالـة الطلب في المـدى الطويل لسوق سـلعة تسودها حالة المنافسة الاحتكارية على الشكل التالي:

$$P = 72 - 5Q$$

فإذا كانت دالة التكلفة الكلية في المدى الطويل لمنتج يعمل في هذه السوق كالتالي:

$$LTC = Q^3 - 14Q^2 + 92.25Q$$

المطلوب: 1 - أوجد سعر وكمية التوازن بالنسبة لهذا المنتج في المدى الطويل؟

2 - ما هو مقدار الإيراد الحدي عند نقطة التوازن؟

التمرين الرابع:

تتقاسم 100 شركة سوق السلعة X في الجزائر، حيث لكل شركة دالة التكلفة الكلية ذات الشكل التالي:

$$TC = 5Q^2 + 15Q + 125$$

كما ان دالة الطلب السوقي على هذه السلعة لها الصيغة التالية:

$$D = 1050 - 2P$$

المطلوب:

1- أ- احسب السعر الذي يجعل من هذه الشركات تستمر في أداء نشاطها وتحقق أرباحا؟

ب- احسب سعر التوازن السوقي؟

ج- احسب فائض المستهلك؟

2- هناك 50 شركة أخرى أجنبية تريد الدخول إلى السوق الجزائرية بتصديرها للسلعة X، وان دالة التكلفة الكلية لكل منها هي على الشكل التالي:

$$TC = 2.5Q^2 + 25Q$$

أ- هل يمكن لهذه الشركات الأجنبية الدخول إلى السوق الجزائرية وتامين جزء من احتياجات السوق؟ولماذا؟

ب-حدد العرض الإجمالي، علما ان الطلب السوقي يبقى دون تغيير؟

ج- أوجد سعر التوازن السوقي؟ وما هو حجم استرا السوق الجزائرية؟

أوجد أرباح الشركات الأجنبية الخمسين؟

د -أوجد فائض المستهلك؟

3 - الحكومة الجزائرية قررت فرض رسم جمركي مقداره 31 دينار على كل وحدة سلعية مستوردة، علما بان الطلب لا يتغير.

أ- احسب إيرادات خزينة الدولة من هذا الإجراء؟ ما هو معدل العبء على المستهلك جراء هذا الإجراء؟

ب- الحكومة ترغب في منع الشركات الأجنبية من الدخول إلى هذه السوق. ما هو الحد الأدنى من الرسوم الجمركية الذي يمكن فرضه؟

التمرين الخامس: نفس مطالب التمرين الرابع ولكن بمعطيات أخرى:

الحالة الأولى:

1 - 100 شركة وطنية	$TC = 2Q^2 + 10Q + 50$
دالة طلب المستهلكين	$D = 1200 - 4P$
2 - 50 شركة أجنبية	$LTC = 12{,}5Q^2 + 20Q$

3- رسوم جمركية 10.5 وحدة نقدية على كل وحدة سلعية.

الحالة الثانية:

1- 100 شركة وطنية	$TC = 5Q^2 + 5Q + 10$
دالة طلب المستهلكين	$D = 550 - 5P$
2- 50 شركة أجنبية	$LTC = 2Q^2 + 10Q$

رسوم جمركية أجنبية مقدارها 8 وحدة نقدية على كل وحدة

حل تطبيقات توازن المنتج /سوق المنافسة الاحتكارية

حل التمرين الأول:

1 - إذا كانت الصناعة أو أي نشاط في حالة منافسة احتكارية فإنها عادة ما تتميز بخصائص كل من المنافسة الحرة (التامة) من جهة والاحتكار من جهة أخرى فالخصائص التي تشترك بها مع حالة المنافسة التامة يمكن إجمالها في التالي:

- وجود عدد كبير من المنتجين والذي يعني عدم تحكم بشكل مطلق في السوق ؛
- إمكانية الدخول والخروج الحر للمنتجين من السوق ؛

أما الخصائص التي تشترك بها مع حالة الاحتكار فيمكن إجمالها في التالي:

- المنتجات هي سلعا متقاربة ولكنها متميزة عن بعضها البعض وبالتالي هناك إمكانية لتغير الكمية المباعة ومنه السعر؛
- هذه الإمكانية محدودة في الحالات التي تكون المنتجات بديلة بشكل تام لبعضها البعض.

2 - في حالة سوق المنافسة التامة فان المنتج مثله في كل الأسواق يبحث عن تحقيق اعظم ربح ممكن. ويتم ذلك عن طريق تعادل الإيراد الحدي والتكلفة الحدية.

انطلاقا من المعطيات في التمرين، يمكن إيجاد التكلفة الحدية وكذلك الإيراد الحدي كالتالي:

$$P = -4Q + 90$$

$$AR = -4Q + 90 \Rightarrow TR = -4Q^2 + 90Q \Rightarrow MR = -8Q + 90$$

المعادلة الأخيرة تمكننا من إيجاد مقدار الإيراد الحدي عند كل مستوى من مستويات الإنتاج مثلما يوضحه الجدول الموالي:

Q	AC	TC	MC	AR	MR
1	60	60	60	86	82
2	40	80	20	82	74
3	32	96	16	78	66
4	27	108	14	74	58
5	22	110	2	70	50
6	22	132	22	66	42
7	23.714	166	34	62	34
8	28.875	231	65	58	-26

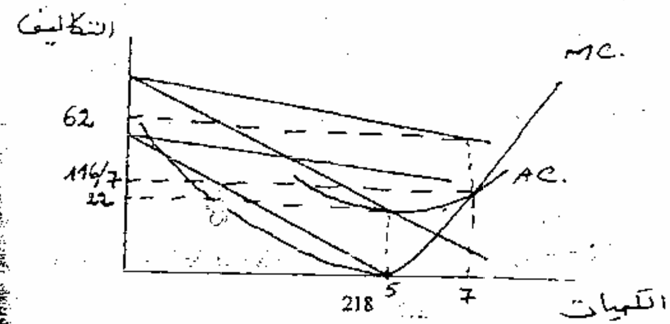
نلاحظ من الجدول أن تعادل الإيراد الحدي والتكلفة الحدية يتحقق عند مستوى الإنتاج $Q = 7$ والذي عنده يتم تعظيم الربح

سعر بيع السلعة هو $P = -4Q + 9 = -4(7) + 90 = 62$

مقدار الربح المحقق عند هذا المستوى من الإنتاج هو: $\Pi = TR - TC \implies$

$$\Pi = PQ - TC = 7(62) - 166 = 268$$

التمثيل البياني لتوازن المنتج في المدى القصير يظهره الشكل الموالي:



الربح يمثله المستطيل ABCD. نلاحظ كذلك بأن منحنى الإيراد الحدي SMR يقطع منحنى التكلفة الحدية عند النقطة E.

3 – إن تحقيق أرباح عالية متميزة من طرف هذا المنتج سوف يدفع بالمنتجين الآخرين إلى الدخول في هذه السوق. هؤلاء المنتجون سوف يعرضون سلعا بديلة للسلعة Q التي ينتجها المنتج محل الدراسة، وبالتالي يتجه المستهلكون إلى شراء هذه السلع ومنه ينخفض نصيب على السلعة Q لهذا المنتج مما يعمل على انتقال منحنى الطلب جهة اليسار. فإذا لم يتواجد هناك عائق على دخول منتجين آخرين إلى هذه السوق فإن التوازن في المدى الطويل للمنتج يتحقق عندما يكون منحنى نصيب في المدى الطويل مماسا لمنحنى التكلفة المتوسطة، أو عندما يتساوى الإيراد المتوسط والتكلفة المتوسطة. في هذه الوضعية يصبح الربح مساويا للصفر، وبالتالي فإن دخول منتجين آخرين إلى هذه السوق ينعدم.

ففي حالة معطيات التمرين، إذا ما انتقل منحنى الإيراد الحدي في المدى البعيد وبالتوازي مع ذلك في المدى القصير فإن منحنى الإيراد المتوسط سوف يمس منحنى التكلفة المتوسطة وبالتالي تتحقق المساواة بين AC , LAR عند النقطة F مثلما هو واضح من الشكل السابق.

أي أن: $LAR = -4Q + b$

النقطة F لها الإحداثيات: $Q = 5 \quad , \quad AC = 22$

يمكننا إذا كتابة:

$22 = -4(5) + b \Longrightarrow b = 42$

$LAR = -4Q + 42 \Longrightarrow LTR = -4Q^2 + 42Q$

$\Longrightarrow LMR = -8Q + 42$

من اجل: $LMR = LMC = 2$ فان $Q = 5$

وبالتالي يتحقق التوازن من جديد.

حل التمرين الثاني:

1 - سعر وكمية التوازن بالنسبة لهذا المنتج.

في حالة سوق تسودها المنافسة الاحتكارية في المدى الطويل فان شرط التوازن هو تعادل التكلفة المتوسطة والإيراد المتوسط أي:

$$LAR = LAC$$

$$LTR = PQ \Rightarrow LTR = (181.25 - 4Q)Q$$

$$LTR = 181.25Q - 4Q^2$$

$$LAR = 181.25 - 4Q$$

$$LAR = LAC \Rightarrow 181.25 - 4Q = 200 - 9Q + \frac{1}{3}Q^2$$

$$Q_1 = 7.5 \quad , \quad Q_2 = 7.5$$

كمية التوازن هي: $Q = 4.5$

سعر التوازن هو: $P = 181.25 - 4(7.5) = 151.25$

لأجل التأكد نعادل ما بين التكلفة الحدية والإيراد الحدي لإيجاد كمية التوازن.

$$LMC = LMR$$

$$LMC = 200 - 18Q + Q^2$$

$$200 - 18Q + Q^2 = 181.25 - 8Q$$

$$Q = 7.5 \quad , \quad Q = 2.5$$

في الأجل الطويل، في حالة المنافسة الاحتكارية ينعدم الربح وبالتالي فان:

$$\Pi_1 = TR_1 - TC = 0$$

$$\Pi_1 = PQ - TC$$

$$\Pi_1 = 181.25Q - 4Q^2 - \left(200Q - 9Q^2 + \frac{1}{3}Q^3\right)$$

$$= 181.25(7.5) - 4(7.5)^2 - \left[200(7.5) - 9(7.5)^2 + \frac{1}{3}(7.5)^3\right] = 0$$

$$\Pi_2 = 181.25(2.5) - 4(2.5)^2 - \left[200(2.5) - 9(2.5)^2 + \frac{1}{3}(2.5)^3\right] = -20.833$$

وبالتالي فان 7.5 هو مستوى إنتاج التوازن لان الربح انعدم في المدى الطويل في حالة المنافسة الاحتكارية.

2 - في حالة المنافسة التامة:

إيجاد مستوى الإنتاج وسعر توازن المنتج.

في حالة المنافسة التامة فانه في حالة المدى الطويل فإن التوازن يتحقق عند النهاية الصغرى للتكلفة المتوسطة، وبالتالي يكون لدينا:

$$LAC = 200 - 9Q + \frac{1}{3}Q^2$$

$$\frac{dLAC}{dQ} = -9 + \frac{2}{3}Q = 0 \Rightarrow Q = \frac{27}{2} = 13.5$$

إذا مستوى إنتاج التوازن هو: $Q = 13.5$

الربح المحقق عند هذا المستوى من الإنتاج هو: $\Pi = TR - TC$ نبحث أولا عن سعر التوازن بالنسبة للمنتج.

$$P = LAC$$

$$P = 200 - 9Q + \frac{1}{3}Q^2$$

$$P = 200 - 9(13.5) + \frac{1}{3}(13.5)^2 = 169.625$$

إذا سعر التوازن بالنسبة لهذا المنتج في حالة المنافسة التامة هو: $P = 169.625$

الربح الإجمالي هو:

$$\Pi = 169.625(13.5) - 200(13.5) + 9(13.5)^2 - \frac{1}{3}(13.5)^3 = 410.0625$$

3 - نلاحظ انه في حالة المنافسة الاحتكارية أن السعر $P = 151.25$ وهو اقل من سعر المنافسة التامة الذي هو: $P = 169.625$ وبالتالي فانه افضل سوق بالنسبة للمستهلكين هو سوق المنافسة الاحتكارية نظرا لانخفاض السعر.

حل التمرين الثالث:

1 - إيجاد سعر التوازن في المدى الطويل لهذا المنتج حتى يتحقق الشرط الضروري لتوازن المنتج في حالة سوق تسودها المنافسة الاحتكارية، يجب ان يتحقق الشرط التالي: $LAR = LAC$

نبحث عن الإيراد المتوسط:

$$LTR = PQ \Rightarrow LTR = (72 - 5Q)Q = 72Q - 5Q^2$$

$$LAR = 72 - 5Q$$

$$72 - 5Q = Q^2 - 14Q + 92.25$$

$$Q^2 - 9Q + 20.25 = 0$$

$$Q = \frac{+9 \pm \sqrt{81 - 4(1)(20)}}{2} = 40.5$$

كمية التوازن هي $Q = 4.5$

سعر التوازن هو $P = 72 - 5Q = 42 - 5(4.5) = 49.5$

نبحث عن اعظم ربح ممكن:

$$\Pi = TR - TC$$

$$\Pi = PQ - [Q^3 - 14Q^2 + 92.25Q]$$

$$\Pi = 49.5(4.5) - [(4.5)^3 - 14(4.5)^2 + 92.25(4.5)] = 0$$

2 مقدار الإيراد الحدي لهذا المنتج عند نقطة التوازن:

$$LTR = PQ \Rightarrow LTR = (72 - 5Q)Q \Rightarrow LTR = 72Q - 5Q^2$$

$$LMR = 72 - 10Q$$

$$LMR = 72 - 10(4.5) = 61.5$$

حل التمرين الرابع:

1- أ:

السعر الأدنى الذي يسمح ببقاء الشركة في السوق وتحقيق أرباح يتحدد بتعادل التكلفة الحدية والتكلفة المتوسطة: $MC = AC$

السعر الأدنى الذي يدفع الشركة بغلق أبوابها والانسحاب من السوق يكون اقل من أو يساوي متوسط التكلفة المتغيرة: $MC = AVC$

تحليل التكاليف:

$$STC = TVC + TFC$$
$$TFC = 125$$
$$TVC = 5Q + 15$$
$$SAC = \frac{STC}{Q} = 5Q + 15 + \frac{125}{Q}$$
$$SMC = \frac{\partial STC}{\partial Q} = 10Q + 15$$

الحد الأدنى للسعر الذي يمكن الشركة تستمر في النشاط الاقتصادي وتحقق أرباح هو:

$$SMC = SAC$$
$$10Q + 15 = 5Q + 15 + \frac{125}{Q}$$
$$5Q = \frac{125}{Q}$$
$$Q = 5 \quad ,$$
$$P = SMC = 10Q + 15 = 10(5) + 15 = 65$$

سعر إغلاق الأبواب يتحدد عندما يكون سعر السوق اقل من أو يساوي متوسط التكلفة المتغيرة أي ان:

$$SMC = AVC$$
$$10Q + 15 = 5Q + 15$$
$$5Q = 0 \Rightarrow Q = 0$$

أي أن الإغلاق يتوافق وإنتاج مقداره صفر، ولكن الشركة سوف تطلب سعرا اكبر من 15 لكي تبقى في السوق أي أن:

$$P = 10Q + 15 = 10(0) + 15 = 15$$

ب – سعر التوازن السوقي:

لدينا دالة العرض السوقي: $S = 100Q$

مادام السعر يجب ان يكون اكبر من 15 فان:

$$10Q + 15 = P \Rightarrow Q = -1,5 + \frac{P}{10} \Rightarrow P > 15 \quad , \quad Q > 0$$
$$S = 100Q = 10P - 150 = D = 1050 - 2P$$
$$P = 100$$
$$Q = 10(100) - 150 = 850$$

ج – فائض المستهلك:

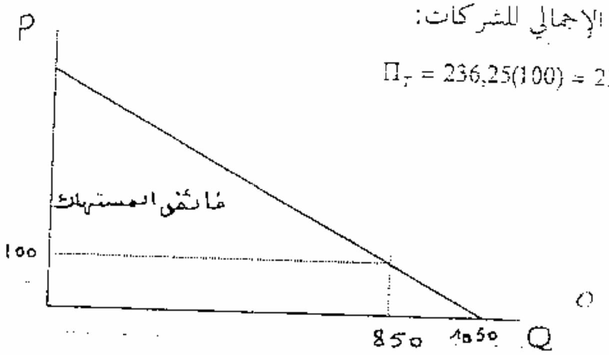
$$SC = (525 - 100)\frac{850}{2} = 180625$$

ربح الشركة الواحدة:

$$\Pi = 100Q - TC = 100(8,5) - TC(8.5)$$
$$\Pi = 850 - 5(8,5)^2 - 15(8,5) - 125 = 236,25$$

الربح الإجمالي للشركات:

$$\Pi_T = 236,25(100) = 23625$$



2 – هناك 50شركة أجنبية تريد الدخول إلى السوق الوطنية بتصديرها هذه السلعة.

أ –

$$LTC = 2,5Q^2 + 25Q$$
$$LAC = 2,5Q + 25$$
$$LMC = 5Q + 25$$
$$LMC = P \Rightarrow 5Q + 25 = P \Rightarrow Q = \frac{P}{5} - 5$$

من اجل أن يكون Q>0 لابد وان يكون P>25

ما دام أدنى سعر على المستوى الوطني والذي يسمح بالبقاء في السوق وتحقيق الأرباح هو65 دينار، فان الشركات الأجنبية يمكنها الدخول في السوق الوطنية وتغطية جزء من احتياجاته، خاصة وان سعر السوق قبل دخولهم هو 100.

ب – العرض الإجمالي:

إذا كان S هو العرض الإجمالي فان S_N هو العرض المحلي و S_E هو عرض الشركات الأجنبية.

إذا كان

$$P < 15 \Rightarrow S = 0$$
$$15 < P < 25 \Rightarrow S = S_N$$
$$P > 25 \Rightarrow S = S_N = S_E$$

دخول الشركات الأجنبية سوف يغير من العرض الإجمالي هذه الشركات الأجنبية لها دالة التكلفة الكلية لكل واحدة التالية:

$$LTC = 2{,}5Q^2 + 25Q$$
$$LMC = 5Q + 25$$
$$LMC = P \Rightarrow 5Q + 25 = P \Rightarrow Q = \frac{P}{5} - 5$$

لدينا 50 شركة أجنبية إذا دالة عرضهم هي كالتالي:

$$S_E = \frac{50P}{5} - 50(5)$$

دالة العرض الإجمالي هي:

$$S_N = 10P - 150$$
$$S_E = 10P - 250$$
$$S = 20P - 400$$

ج – سعر التوازن السوقي الجديد بعد دخول الشركات الأجنبية هو:

$$S = O$$
$$20P - 400 = 1050 - 2P$$
$$P = 65{,}91$$
$$Q = 1050 - 2(65{,}91) = 918{,}18$$

مقدار ألا ستراد (إنتاج الشركات الأجنبية) يعادل:

$$S_E = 10P - 250$$
$$S_E = 10(65{,}91) - 250 = 409{,}1$$

الربح الإجمالي للشركات الأجنبية:

كل شركة تنتج وتبيع $Q/50 = 409{,}1/50 = 8{,}182$

التكلفة الكلية لكل شركة $TC = 2{,}5(8{,}182)^2 + 25(8{,}182) = 371{,}91$

الإيراد الكلي لكل شركة: $TR = 65{,}91(8{,}182) = 539{,}28$

ربح كل شركة: $\Pi = TR - TC = 539{,}28 - 371{,}91 = 167{,}37$

الربح الإجمالي هو: $\Pi = 167{,}37(50) = 8368{,}5$

د – فائض المستهلك:

$$SC = \frac{(525 - 65{,}91)918{,}18}{2} = 210763{,}63$$

إن دخول الشركات الأجنبية سوف يسمح للمستهلكين شراء السلعة بأسعار اقل إضافة إلى أن فائضهم الاستهلاكي يكون قد زاد بمقدار 210763,63-180625=30138,63 أي انه يكون قد زاد بنسبة 16.68 بالمائة

3 – الرسوم الجمركية التي تفرض على كل وحدة مستوردة يمكن اعتبارها تكلفة، وتضاف إلى التكلفة الكلي لتصبح هذه الأخيرة كالتالي:

$$LTC = 2,5Q^2 + 25Q + 31Q = 2,5Q^2 + 56Q$$

$$LMC = 5Q + 56$$

$$LMC = P$$

$$5Q + 56 = P$$

$$Q = \frac{P}{5} - \frac{56}{5}$$

دالة العرض لكل الشركات الأجنبية تصبح:

$$S_E = 10P - 560$$

العرض الإجمالي يصبح كالتالي:

إذا كان:

$$P < 15 \Rightarrow S = 0$$

$$15 < P < 56 \Rightarrow S = S_N$$

$$P > 56 \Rightarrow S = S_E + S_N$$

$$S = 10P - 560 + 10P - 150 = 20P - 710$$

التوازن يصبح كالتالي:

$$20P - 710 = 1050 - 2P$$

$$P = 80$$

$$Q = 890$$

الواردات تمثل: $I = 10P - 560 = 10(80) - 560 = 240$

مقدار الرسوم الجمركية : $RT = 31(240) = 7440$

المستهلك يدفع: $14.1 = 65,9 - 80$ على كل وحدة مشتراة

إن هذا الإجراء عند فرض الرسوم الجمركية سوف يعمل على رفع السعر التوازني في السوق بنسبة 21.4 بالمائة. لكن هذا السعر ومقداره 80 دينا هو اقل من السعر في الحالة الأولى قبل دخول هذه الشركات الأجنبية وفرض الرسوم الجمركية والذي كان يقدر ب- 100 دينار.

ب – فائض المستهلك:

$$SC = (525-80)\ 890\ /\ 2 = 198025$$

يمكن تلخيص مجمل النتائج كالتالي:

	الحالة الأولى	الحالة الثانية (دخول الأجانب)	الحالة الثالثة(رسم جمركي)
سعر التوازن	100	65.91	80
كمية التوازن	850	918.18	890
فائض المستهلك	180625	210764	198025
ربح الشركات الوطنية	23625	459	8626
ربح الشركات الأجنبية	------	8368.5	2880
الرسوم الأجنبية	------		7440

ج -الحكومة تخطط لمنع دخول الشركات الأجنبية إلى السوق الوطنية. لأجل هذا فان الحكومة سوف تفرض رسم جمركي عال بحيث يجعل سعر التوازن اقل من الحد الأدنى لسعر الغلق والانسحاب:

نفرض ن d هو الرسم الجمركي على كل وحدة سلعية مستوردة.

وبالتالي تصبح التكلفة الكلية لهذه الشركات كالتالي:

$$LTC = 2,5Q^2 + 25Q + dQ$$

$$LMC = 5Q + 25 + d$$

بدون وجود الشركات الأجنبية وجدنا بان سعر التوازن كان يعادل 100 دينا. لهذا يجب إيجاد مقدار الطلب بحيث يكون $MC > 100$

من جهة أخرى عندما يكون $P = 100$ فان $Q = 0$

لدينا: $Q = P/5 - 25 - d/5$

$Q = 0$

$0 = 0 - 25 - d/5$

$d = 75$

الرسم الجمركي الأدنى الذي يحول دون دخول الشركات الأجنبية وطرح منتوجها داخل السوق يعادل على الأقل 75 دينا على كل وحدة سلعية. مثل هذا الإجراء سوف يعود بنا إلى نتائج الحالة الأولى في المقابل فان خزينة الدولة سوف تبقى فارغة.

حل التمرين الخامس:

الحالة الأولى:

1 - أ: الحد الأدنى للسعر الذي يبقي على نشاط الشركات ويحقق لها أرباح عادية $P=30, Q=5$

سعر إغلاق الأبواب ومغادرة السوق $P = 10, Q = 0$

ب: معادلة العرض الإجمالي: $S = 100Q = 25P - 250$

إذا كان $P>10$

التوازن يتحقق عند: $25P - 250 = 1200 - 4P$

$P = 50$

ج - فائض المستهلك: $SC=125000$

ربح الشركات الوطنية 15000

2 - أ: عرض الشركات الأجنبية: $MC = 25Q + 20 = P$

$Q = P/25 - 20/25$

العرض الإجمالي للشركات الأجنبية : $S = 2P - 40$

ب: العرض الإجمالي للسوق:

إذا كان: $S=0$ فان $P<10$

$S = S$ فان $10<P<10$

$S=S+S= 77P - 290$ فان $P>20$

ج - سعر التوازن وكمية التوازن $P = 48.06$, $Q = 1007,62$

إجمالي الواردات: 56.12

ربح الشركات الأجنبية: 788

فائض المستهلك: 126930

ربح الشركات الوطنية: 13111

3 - التكلفة الكلية للشركات الأجنبية $LTC=12.5Q^2+20Q+10.5Q$

عند سعر $P>30$ دالة العرض الإجمالي للشركات الأجنبية تصبح:

$S = 2P - 61$

العرض الإجمالي للسوق:

إذا كان:

إذا كان $P<10$ فان $S=0$

$10<P<30$ فان $S=S$

فان $P>30$ $S=S+S=27P-290$

سعر التوازن السوقي $P=48.74$ كمية التوازن: $Q=1005.04$

إجمالي ألا ستراد: 36.48

مقدار الرسوم الجمركية المحصلة: 383.04

ب – فائض المستهلك: 12626.3

ربح الشركات الوطنية: 13760

ج – مقدار الرسم لغلق الأبواب أمام الشركات الأجنبي: $d=30$

الحالة الثانية

1–

أ – سعر الربح والاستمرار في النشاط: $P=19.14$, $Q=1.4$

سعر الإغلاق: $P=5$, $Q=0$

ب – دالة العرض الإجمالي: $S=100Q=10Q-50$ إذا كان $P>5$

التوازن: $10P-50=550-5P$

$P=40$

ج – فائض المستهلك:

12250

ربح الشركات الوطنية

51.25

2 –

أ – عرض الشركات الأجنبية: $MC=4Q+10$

$Q=P/4+10/4$

$S=12.5P-125$ إذا كان السعر اكبر من 10

$S=0$ إذا كان السعر اقل من 5

$S=S$ إذا كان $5<P<10$

$S=S+S=22.5P-175$ إذا كان السعر اكبر من أو يساوي 10

ج – سعر التوازن وكمية التوازن: $P=26.36$, $Q=418.1$

إجمالي ألا ستراد 204.5

ربح المؤسسات الأجنبية 1673

د – فائض المستهلك 17485

ربح الشركات الوطنية 1281

3 – التكلفة الكلية شركات الأجنبية: $TC=2Q^2+10Q+89$

عندما $P>18$

دالة عرض الشركات الأجنبية تصبح: $S=12.5P-225$

إذا كان $P<5$ فان $S=0$

إذ كان $5<P<18$ فان $S=S$

إذا كان $S>18$ فان $S=S+S=22.5P-275$

سعر التوازن : $P=30$ كمية التوازن $Q=400$

مجموع ألا ستراد: 150

حصيلة إيرادات الرسوم الجمركية 1200

ب – فائض المستهلك 16000

ربح الشركات الأجنبية: 2125

د - مقدار الرسم الجمركي لمنع دخول الشركات الأجنبية يساوي 30 وحدة نقدية.

الفصل الحادي عشر

تطبيقات على توازن المنتج /حالة سوق احتكار القلة

التمرين الأول: مشروعان A , B يعرضان سلعة متجانسة X. هذان المشروعان هما الوحيدان في السوق لتغطية الطلب على هذه السلعة الذي له الصيغة التالية: $P = -2Q + 200$

كما أن دوال التكلفة المتوسطة للمشروعين هما: $AC_B = 20$ ، $AC_A = 40$

المطلوب: 1 - ماذا يحدث لو ان كل مشروع أهمل الآخر واعتبر نفسه محتكرا؟

2 - نفترض الان بان كل مشروع يأخذ بعين الاعتبار العرض المقدم من طرف منافسه في السوق. نفترض كذلك بان البحث عن التوازن من طرف أي منهما يتحقق على أساس ان المشروع الآخر لا يغير من عرضه. احسب الكميات المعروضة عند التوازن من طرف كل مشروع والأرباح المحققة؟

3 - مثل بيانيا على رسم أول توازن السوق وعلى رسم ثان منحنيات رد الفعل لكل مشروع؟ وبين بمساعدة هذين الرسمين كيف يتم الاتجاه نحو التوازن؟

التمرين الثاني: مشروعان في حالة احتكار ثنائي. هذين المشروعين يعملان دون تكاليف إنتاج.الطلب العام على السلعة تمثله الصيغة التالية:

$$P = 100 - 4Q$$

المطلوب: 1 - أوجد الكميات المعروضة من طرف كل مشروع عند التوازن والربح المحقق باستعمال نموذج كورنو؟

2 – مثل بيانيا توازن هذا الاحتكار الثنائي؟

3 – ما هو الحل الذي يجب ان يتخذ من اجل تحقيق اعظم ربح ممكن؟

التمرين الثالث: مشروعان يتقاسمان السوق في حالة احتكار قلة. هذان المشروعان لهما دوال التكاليف الكلية التالية:

$$TC_1 = 5Q_1 \quad , \quad TC_2 = \frac{1}{2}Q_2^2$$

الطلب العام على السلعة ممثل بالصيغة التالية:

$$P = 100 - \frac{1}{2}(Q_1 + Q_2)$$

المطلوب: 1 - أوجد ربح المشروعين الأعظيم حسب نموذج كورنو وستاكلبارغ وبولي؟

2 – أوجد سعر والكمية المنتجة والربح الإجمالي فيما لو اتفقا على تعظيم هذا الربح؟

التمرين الرابع: مشروعان يعملان في سوق يسودها احتكار القلة، دالة الطلب على السلعة التي ينتجانها هي كالتالي:

$$Q = 100 - P$$

كما ان تكاليفهما مصاغة على الشكل التالي:

$$TC_1 = 20 + 2Q_1^2$$
$$TC_2 = 10 + 3Q_2^2$$

المطلوب: 1 – ما هي شروط تعظيم الربح حسب نموذج كورنو؟

2 – ما هي شروط تعظيم الربح إذا ما تقاسما السوق؟

التمرين الخامس: لتكن لدينا دالة الطلب السوقي على سلعة ما على الشكل التالي:

$$P = 105 - 2.5Q$$

بافتراض أن هناك منتجين اثنين للسلعة المطلوبة لهما دالتي التكاليف الكلية التاليتين: $TC_1 = 5Q_1$, $TC_2 = 15Q_2$

بافتراض كذلك ان السوق مقسمة إلى قسمين متساويين وان المنتج الأول في موقف قيادي.

المطلوب: 1 - أوجد الكميات المعروضة والربح المحقق لكل منتج وسعر البيع؟

2 – ما هو مقدار الخسارة الذي يتحمله المنتج الثاني نتيجة تقاسم السوق وزعامة المنتج الأول؟

التمرين السادس: اعتبر أن دالة العرض للمؤسسات الصغيرة مقدرة من طرف المؤسسة المهيمنة وهي كالتالي: $S_1 = 0.2P$

دالة الطلب السوقي على السلعة المنتجة هي كالتالي: $Q = 50 - 0.3P$

إذا كانت دالة تكلفة المؤسسة المهيمنة كالتالي: $TC = 2Q$

المطلوب:

أوجد سعر السوق والكميات المعروضة من طرف المؤسسات الصغيرة وكذلك المؤسسة المهيمنة، وربح المؤسسة المهيمنة في السوق؟

حل تطبيقات توازن المنتج / حالة سوق احتكار القلة

حل التمرين الأول:

I - إذا لم يأخذ بعين الاعتبار كل مشروع إنتاج الآخر فان الكمية المنتجة من طرف المشروع A هي:

$$\Pi_A = (200 - 2Q_A)Q_A - 40Q_A$$

$$\frac{d\Pi_A}{dQ_A} = 200 - 4Q_A - 40 = 0 \Rightarrow Q_A = 40$$

نقطة التوازن يمكن الحصول عليها عند تقاطع منحنى الإيراد الحدي والتكلفة الحدية -(النقطة I على الرسم الموالي)

إذا سلك المشروع B نفس السلوك سوف يكون لدينا:

$$\Pi_B = (200 - 2Q_B)Q_B - 20Q_B$$

$$\frac{d\Pi_B}{dQ_B} = 200 - 4Q_B - 20 = 0 \Rightarrow Q_B = 45$$

نقطة التوازن على نفس الشكل I'

الكمية المعروضة من طرف كلا المشروعين هي: $Q = 40 + 45 = 85$

من الجل $Q = 85$ سعر السوق هو: $P = -2(85) + 200 = 30$

عند هذا السعر فان المشروع A يحقق خسارة مقدارها:

$$\Pi_A = 40(30) - 40(40) = -400$$

بينما المشروع B سيؤمن ربحا مقداره:

$$\Pi_B = 45(30) - 45(20) = 450$$

نلاحـــظ بان هناك ضرورة لأخذ كل مشروع بعين الاعتبار العرض المقـــدم من طرف المشروع الآخر، وبالتالي رد فعله لتفادي الاختيارات التي تؤدي إلى تحقيق خسارة.

2 - الافـــتراض الـــذي جـــاء في الســـؤال هو ذلك الذي عالجه الاقتصـــادي كورنـــو. نعلم بان الكمية المعروضة من طرف كل مشروع وبالتالي فان: $Q = Q_A + Q_B$

لتعظيم أرباح كل مشروع فان:

$$\Pi_A = [-2(Q_A + Q_B) + 200]Q_A - 40Q_A$$

$$\frac{d\Pi_A}{dQ_A} = -4Q_A - 2Q_B + 200 = 0$$

$$\frac{d^2\Pi_A}{dQ_A^2} = -4 < 0$$

بالنسبة للمشروع B:

$$\Pi_B = [-2(Q_A + Q_B) + 200]Q_B - 20Q_B$$

$$\frac{d\Pi_B}{dQ_B} = -Q_B - 2Q_A + 200 - 20 = 0$$

$$\frac{d^2\Pi_B}{dQ_B} = -4 < 0$$

بمســـاواة المشتقات الأولى لـ Π_A ، Π_B نستطيع إيجاد الكميات المنتجة من طرف كل مشروع بدلالة الكمية المنتجة من طرف المشروع الآخر.

$$Q_A = 40 - \frac{Q_B}{2} \quad , \quad Q_B = 45 - \frac{Q_A}{2}$$

هاتين المعادلتين تمثلان معادلات رد الفعل بالنسبة للمشروعين. وبحل هاتين المعادلتين نحصل على التوازن:

$$Q_A = 40 - \frac{Q_B}{2}, \quad Q_B = -\frac{1}{2}(45 - \frac{Q_A}{2}) \Rightarrow Q_A = 40 - \frac{1}{2}(45 - \frac{Q_A}{2})/2$$

$$Q_A = \frac{70}{3} \quad , \quad Q_B = \frac{100}{3} \quad , \quad Q = Q_A + Q_B = \frac{70}{3} + \frac{100}{3} = \frac{170}{3}$$

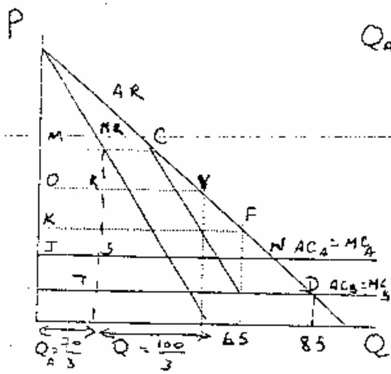
سعر عرض المشروعين هو: $P = 2(\frac{170}{3}) + 200 = \frac{260}{3}$

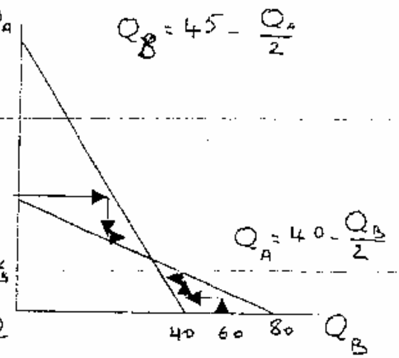
مقدار الربح بالنسبة لكل مشروع هو:

$$\Pi_A = QP - TC = \frac{70}{3}\frac{260}{3} - 4\frac{70}{3} = 1088.88$$

$$\Pi_B = QP - TC = \frac{100}{3}\frac{260}{3} - 20\frac{100}{3} = 2222.22$$

3 – لتوضـــيح كيف يتجه المشروعان إلى التوازن يمكن تمثيل توازن السوق ومنحنيات رد الفعل بالنسبة للمشروعين كالتالي:





نبحث أولا في سلوك المشروع A:

عندما يهمل وجود المشروع B فان الإنتاج هو 40 ونقطة التوازن هي I. الربح المتوقع من طرف المشروع A هو

$\Pi=3200$ والمتمـــثل بالمساحة JMCI. المشروع B يتدخل في السوق، نفـــترض بان عرض المشروع A هو 40 = Q فيمكنه كذلك تغطية طلبا إضـــافيا ويحقـــق ربحـــا. هذا الطلب ممثل بالجزء CD من منحنى الطلب الإجمالي. أما الجزء الآخر من منحنى الطلب الباقي من D إلى Z فان المشروع B سوف يحقق خسارة وبالتالي فانه يسعى إلى تحقيق أعظم ربح على الجزء CD أو الكمية HD.

عرض المشروع B هو:

$$\Pi_B = [-20(40-25)+200]25 - 20(25) = 1250$$

ما دام عرض المشروع A هو معطى ويساوي 40 بالنسبة للمشروع B فان الربح المنتظر من طرف المشروع B هو:

$$\Pi_B = [-2(40+25)+200]25 - 20(25) = 1250$$

هذا الربح ممثل بالمساحة EFGH.

نلاحظ ان المشروع B يعرض 25 وحدة إضافية إلى الـ 40وحدة المعروضة من طرف المشروع A، وبالتالي فان سعر السوق سوف ينخفض ويصبح 70 = P. في هذه الحالة فان ربح المشروع A سوف ينخفض أمام عرض من قبله مقداره 40 وحدة المساحة IJKE.

$$\Pi_A = 40(70) + 40(40)$$

في مواجهة رد فعل المشروع B فان المشروع A يستطيع عرض JN = 80 وتعظيم الربح من اجل JI = 40.

إذا قام المشروع B بعرض 25 وحدة فان طلب السوق سيكون:

$$JI + PN = 80 - 25 = 55$$

البحث عن تعظيم الأرباح انطلاقا من هذا المستوى من الطلب يظهر بان إنتاج المشروع A هو: $Q_A = \frac{55}{2} = 27.5$

المشروع B سوف يكون له رد فعل كذلك ما دام المشروع A يعرض 27.5 وحدة وبالتالي يستطيع تامين جزء من $Q_B = 90 - 27.5 = 62.5$ وحدة.

أي أن: $Q_B = 45 - \frac{27.5}{2} = 3125$

وهكذا تستمر عملية التعديل حتى وضع التوازن حيث: $P = \frac{260}{3}$, $Q_B = \frac{100}{3}$, $Q_A = \frac{70}{3}$ وبالتالي يصبح ربح المشروع A هو المساحة JQRS وربح المشروع B يمثل بالمساحة RTUV.

هذا الرسم يمكننا كذلك من معرفة الاتجاه نحو التوازن انطلاقا من معادلات رد الفعل للمشروعين:

$$Q_A = 40 - \frac{Q_B}{2} \quad , \quad Q_B = 45 - \frac{Q_A}{2}$$

إذا كان $Q_A = 40$ النقطة *I الذي توافق والإنتاج المشترك عند النقطة I على الرسم الأول نحصل على $Q_B = 25$ أي النقطة *G أي بعد رد فعل المشروع B ثم النقطة $Q_A = 27.5$ بعد رد فعل المشروع A ثم النقطة $Q_B = 31.25$ ...الخ حتى نقطة تقاطع المنحنيين عند

$$Q_A = \frac{70}{3} \quad , \quad Q_B = \frac{100}{3}$$

إذا ما انطلقنا من الأسفل نلاحظ أن التعديل يكون انطلاقا من $Q_B = 60$ نحصل على $Q_A = 10$ ثم $Q_B = 40$ لنحصل على $Q_A = 20$ وهكذا...

حل التمرين الثاني:

1 - ان دراسة الديوبول في هذا التمرين سوف يتم بنفس الصورة التي عالجنا بها التمرين السابق. الفرق الوحيد مع التمرين السابق يتمثل في عدم وجود تكاليف إنتاج.

$$Q = Q_A + Q_B$$
$$P = 100 - 4(Q_A + Q_B)$$
$$\Pi_A = [100 - 4(Q_A + Q_B)]Q_A \Rightarrow \frac{d\Pi_A}{dQ_A} = 100 - 8Q_A - 4Q_B = 0$$
$$Q_A = 12.5 - \frac{1}{2}Q_B$$
$$\Pi_B = [100 - 4(Q_A + Q_B)]Q_B \Rightarrow \frac{d\Pi_B}{dQ_B} = 100 - 8Q_B - 4Q_A = 0$$
$$Q_B = Q_A + Q_B$$
$$Q = Q_A + Q_B$$

ربح المشروعين هو:

$$\Pi_A = \frac{100}{3}\frac{25}{3} = \frac{2500}{9}$$
$$\Pi = \Pi_A + \Pi_B = \frac{2500}{9} + \frac{2500}{9} = 555.55$$

2 - الشكل التالي يمثل توازن السوق دون تكاليف للإنتاج.

الكمية المعروضة الإجمالية تساوي ثلثي الإنتاج المطلوب من طرف المستهلكين عند السعر $P = 0$.

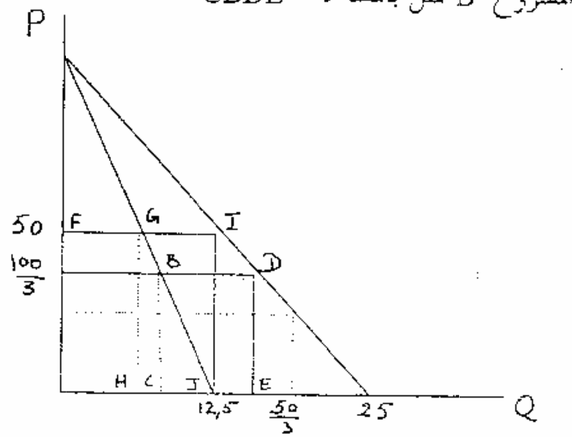
كل مشروع يكون مستعد لتامين طلب مقداره ثلث هذا الإنتاج أي

$$Q_A = Q_B = \frac{25}{3}$$

سعر السوق يعادل ثلثي سعر الاحتكار التام أي $P = 100/3$.

ربح المشروع A ممثل بالمساحة OABC

ربح المشروع B ممثل بالمساحة CBDE



3- أعظم ربح يمكن للمشروعين أن تحققه هو ذلك الذي يتحقق عند المستوى من الإنتاج الذي يتعادل عنده الإيراد الحدي والصفر. لدينا:

$P=100-4Q \Longrightarrow TR = 100Q - 4Q^2$

$MR = 100 - 8Q = 0 \Longrightarrow Q = 12.5$

عند هذا المستوى من الإنتاج فان السعر هو: $P = 100 - 4(12.5) = 50$

الربح الإجمالي الأعظم هو: $\Pi = TR = PQ = 50(12.5) = 625$

لاحظ ان هذا المقدار من الربح يكون اكبر من ذلك المقدار المحصل عليه في حالة الديوبول في السؤال (1) وهذا ما إذا ما عقدا المشروعان المتنافسان اتفاقا من اجل تقاسم السوق.

فمن اجل الحصول على ربح مقداره 625 ينتج كل مشروع كمية مقدارها 6.25 لكل واحد بسعر مقداره 50 وحدة نقدية، وبالتالي يكون ربح كل مشروع 312.5.

ربح المشروع A تمثله المساحة OFGH

ربح المشروع B تمثله المساحة HGIJ

هذه النتيجة تعكس نموذج شمبرلين.

حل التمرين الثالث:

1 - تعظيم الربح حسب نموذج كورنو:

ربح المشروع الأول: $\Pi_1 = 100Q_1 - \frac{1}{2}Q_1(Q_1 + Q_2) - 5Q_1$

ربح المشروع الثاني: $\Pi_2 = 100Q_2 - \frac{1}{2}Q_2(Q_1 + Q_2) - \frac{1}{2}Q_2^2$

ان شرط تعظيم الربح يتحقق بمساواة الربح الحدي والصفر بالنسبة للمشروعين.

$$\frac{d\Pi_1}{dQ_1} = 100 - \frac{2}{2}Q_1 - \frac{1}{2}Q_2 - 5 = 0 \Rightarrow Q_1 = 95 - \frac{1}{2}Q_2$$

$$\frac{d\Pi_2}{dQ_2} = 100 - Q_2 - \frac{1}{2}Q_1 - Q_2 = 0 \Rightarrow Q_2 = 50 - \frac{1}{4}Q_1$$

معادلات رد الفعل هي: $Q_2 = 50 - \frac{1}{4}Q_1$ ، $Q_1 = 95 - \frac{1}{2}Q_2$

بحل هاتين المعادلتين نحصل على: $Q = 80 + 30 = 110$, $Q_1 = 80, Q_2 = 30$

نعوض في دالة الطلب نحصل على: $P = 100 - \frac{1}{2}(80+30) = 45$

ربح المشروعين هما:

$$\Pi_1 = 100(80) - \frac{1}{2}80(80+30) - 5(80) = 3200$$

$$\Pi_2 = 100(30) - \frac{1}{2}30(80+30) - \frac{1}{2}(30)^2 = 900$$

2 - تعظيم الربح حسب مفهوم ستاكلبارغ:

أ - نفترض بان المشروع الأول هو القائد، وبالتالي فان دالة رد فعل المشروع الثاني هي: $Q_2 = 50 - \frac{1}{4}Q_1$

نعوض في دالة الربح للمشروع الأول فنحصل على:

$$\Pi_1 = 100Q_1 - \frac{1}{2}Q_1^2 - \frac{1}{2}Q_1(50 - \frac{1}{4}Q_1) - 5Q_1$$

تعظيم دالة الربح، نشتق هذه الدالة الأخيرة ونعدم المشتق:

$$\frac{d\Pi_1}{dQ_1} = 70 - \frac{3}{4}Q_1 = 0 \Rightarrow Q_1 = 93.33, \quad Q_2 = 50 - \frac{1}{4}93.33 = 26.66$$

$$\Pi_1 = 100(93.33) - \frac{1}{3}(93.33)^2 - \frac{1}{2}(93.33)(50 - \frac{93.33}{4}) - 5(93.33) = 3266.66$$

$$\Pi_2 = 100(26.66) - \frac{1}{2}(26.66)(93.33 + 26.66) - \frac{1}{2}(26.66)^2 = 711.1555$$

ب - نفترض بان المشروع الثاني هو القائد، دالة رد الفعل للمشروع الأول هي: $Q_1 = 95 - \frac{1}{2}Q_2$ نعوض في دالة الربح للمشروع الثاني ونشتق ونعدم المشتق فنجد:

$$\Pi_2 = 100Q_2 - \frac{1}{2}Q_2^2 - \frac{1}{2}Q_2(95 - \frac{1}{2}Q_2) = 52.5Q_2 - \frac{3}{4}Q_2^2$$

$$\frac{d\Pi_2}{dQ_2} = 52.5 - \frac{3}{2}Q_2 = 0 \Rightarrow Q_2 = 35, \quad Q_1 = 77.5$$

ربح كل مشروع:

$$\Pi_1 = 100(77.5) - \frac{1}{2}77.5(112.5) - 5(77.5) = 3003.125$$

$$\Pi_2 = 100(35) - \frac{1}{2}35(112.5) - 5(35) = 918.75$$

3 - تعظيم الربح حسب نموذج بولي:

يعتقد في هذا النموذج كل مشروع لأنه القائد والمسيطر وبالتالي فان:

$$Q_1 = 93.33, \quad Q_2 = 35$$

نعوض هذه الكميات في دوال الربح فنجد ربح كل مشروع:

$$\Pi_1 = 95Q_1 - \frac{1}{2}Q_1^2 - \frac{1}{2}Q_1Q_2$$

$$\Pi_2 = 100Q_2 - \frac{1}{2}Q_1Q_2 - \frac{1}{2}Q_2^2$$

$$\Pi_1 = 95(93.33) - \frac{1}{2}(93.33)^2 - \frac{1}{2}(93.33)(35) = 2877.5$$

$$\Pi_2 = 100(35) - \frac{1}{2}(93.33)(35) - \frac{1}{2}(35)^2 = 641.72$$

4 - لو اتفقا المشروعان على تعظيم الربح الإجمالي لحصلنا على:

$$\Pi = 100(Q_1 + Q_2) - \frac{1}{2}(Q_1 + Q_2)^2 - 5Q_1 - \frac{1}{2}Q_2^2$$

نعظم دالة الربح بالاشتقاق فنجد: Q_1، Q_2

$$\frac{d\Pi_1}{dQ_1} = 95 - Q_1 - Q_2 = 0 \Rightarrow Q_1 + Q_2 = 95$$

$$\frac{d\Pi_2}{dQ_2} = 100 - Q_1 - 2Q_2 = 0 \Rightarrow Q_1 + 2Q_2 = 100$$

$$Q_1 = 90, \quad Q_2 = 5 \Rightarrow Q = 95$$

سعر السلعة هو: $P = 100 - 0.5(90 + 5) = 52.5$

$$\Pi = TR - TC = PQ - 5Q_1 - \frac{1}{2}Q_2 = 52.2(95) - 5(90) - \frac{1}{2}(5)^2 = 4525$$

نلاحظ بان الربح الإجمالي ارتفع بالمقارنة مع ما ورد سابقا. بينما

ربح كل من المشروعين هو:

$$\Pi_1 = 52.5(90) - 5(90) = 4275$$

$$\Pi_2 = 52.5(5) - \frac{1}{2}(5)^2 = 250$$

نلاحظ كذلك ان ربح المشروع الأول قد زاد بينما ربح المشروع الثاني انخفض.

حل التمرين الرابع:

1 – شرط تعظيم الربح هو تساوي التكلفة الحدية والسعر أي

$$P = MC$$

لدينا: $MC_B = 6Q_2, \quad MC_A = 4Q_1$

يمكننا ان نكتب:

$$Q = 100 - P \Rightarrow P = 100 - (Q_1 + Q_2)$$
$$4Q_1 = 100 - (Q_1 + Q_2) \quad , \quad 6Q_2 = 100 - (Q_1 + Q_2)$$

بحل هاتين المعادلتين نجد: $Q = 29.4$ ، $Q_2 = 11.76$ ، $Q_1 = 17.64$

ربح المشروع الأول:

$$\Pi_1 = TR_1 - TC = 70.60(17.64) - 20 - 2(17.64)^2 = 603.04$$

ربح المشروع الثاني:

$$\Pi_2 = TR_2 - TC = 70.60(11.76) - 10 - 3(11.76)^2 = 405.36$$

2 – تعظيم الربح حسب نموذج كورنو:

$$\Pi_1 = TR_1 - TC_1$$
$$\Pi_1 = [100 - (Q_1 + Q_2)]Q_1 - (20 + 2Q_1^2)$$
$$\Pi_2 = [100 - (Q_1 + Q_2)]Q_2 - (10 + 3Q_2^2)$$

نبحث عن اعظم ربح وذلك بالاشتقاق:

$$\frac{d\Pi_1}{dQ_1} = 100 - Q_2 - 6Q_1 = 0$$
$$\frac{d\Pi_2}{dQ_2} = 100 - Q_1 - 8Q_2 = 0$$
$$100 - Q_2 - 6Q_1 = 100 - Q_1 - 8Q_2 \Rightarrow Q_1 = 14.9, \quad Q_2 = 10.6$$

سعر السلعة في السوق: $P = 100(Q_1 + Q_2) = 74.5$

ربح المشروع الأول: $\Pi_1 = 74.5(14.5) - 20 - 2(14.9)^2 = 646$

ربح المشروع الثاني: $\Pi_2 = 74.5(10.6) - 20 - 2(10.6) = 432.6$

3 – إذا ما اتفقا المشروعان على تعظيم الربح الإجمالي فان:

$$\Pi = [100 - (Q_1 + Q_2)](Q_1 + Q_2) - TC_1 - TC_2$$
$$\Pi = 100Q_1 + 100Q_2 - Q_1^2 - 2Q_1Q_2 - Q_2^2 - 20 - 2Q_1^2 - 10 - 3Q_2^2$$

نشتق ونعدم المشتقات لنجد:

$$\frac{d\Pi}{dQ_1} = 100 - 2Q_1 - 2Q_2 - 4Q_1 \Rightarrow 100 - 6Q_1 - 2Q_2$$
$$\frac{d\Pi}{dQ_2} = 100 - 2Q_1 - 2Q_2 - 6Q_2 \Rightarrow 100 - 8Q_2 - 2Q_1$$
$$Q_1 = 13.6, \quad Q_2 = 9.09$$
$$P = 100 - (13.6 + 9.09) = 77.31$$
$$\Pi_1 = 77.31(13.6) - 20 - 2(13.6)^2 = 661.494$$
$$\Pi_2 = 77.31(9.09) - 10 - 3(9.09)^2 = 444.8636$$
$$\Pi = 661.494 + 444.8636 = 1106.357$$

نلاحظ بان الربح الإجمالي ارتفع مقارنة مع الحالتين السابقتين.

حل التمرين الخامس:

1– ما دام المنتج الأول في موقف زعامة فانه يواجه طلب على الشكل التالي: $P = 105 - 2.5(Q_1 + Q_2) \Rightarrow P = 105 - 5Q$

لدينا دالة الربح:

$$\Pi_1 = TR_1 - TC_1$$
$$\Pi_1 = (105 - 5Q_1)Q_1 - 5Q_1$$
$$\Pi_1 = 105Q_1 - 5Q_1^2 - 5Q_1 = 100Q_1 - 5Q_1^2$$

لتعظيم دالة الربح نشتق الدالة فنجد:

$$\frac{d\Pi_1}{dQ_1} = 100 - 10Q_1 \Rightarrow Q_1 = 10, \quad Q_2 = 10$$

نعوض في دالة الطلب فنجد: $P = 105 - 5(10) = 55$

أرباح كل منتج هي:

$$\Pi_1 = [(105 - 2.5)(10 + 10)]10 - 5(10) = 500$$
$$\Pi_2 = [(105 - 2.5)(10 + 10)]10 - 15(10) = 400$$

2 - لو لم يتقاسما السوق، فان تعظيم الربح بالنسبة للمنتج الثاني يتحقق عن طريق:

$$\Pi_2 = TR_2 - TC_2$$
$$\Pi_2 = (105 - 5Q_2)Q_2 - 15Q_2 = 105Q_2 - 5Q_2^2 - 15Q_2$$
$$\frac{d\Pi_2}{dQ_2} = 105 - 10Q_2 - 15 = 0 \Rightarrow Q_2 = 9$$

الإنتاج الأمثل للمنتج الثاني هو: $Q_2 = 9$

$$P = 105 - 5(9) = 60$$
$$\Pi_2 = TR_2 - TC_2$$
$$\Pi_2 = (105 - 5Q_2)Q_2 - 15Q_2 = (105 - 45)9 - 15(9) = 405$$
$$\Pi_2 = 60(9) - 15(9) = 405$$

إذا مقدار الخسارة التي تحملها المنتج الثاني نتيجة زعامة المنتج الأول هي:

$$\Delta P = 405 - 400 = 5$$

حل التمرين السادس:

بالمعلومات السابقة الواردة في السؤال الخامس تستطيع المؤسسة المهيمنة ان تعرف دالة الطلب الموجهة إليها أي:

إذا كانت دالة تكلفة المؤسسة المهيمنة: $TC = 2Q$

$$Q = D - S$$
$$Q = 50 - 0.3P - 0.2 = 50 - 0.5P$$
$$P = 100 - 2Q$$

فان دالة الربح: $\Pi = TR - TC = (100 - 2Q)Q - 2Q = 98Q - 2Q^2$

لتعظيم دالة الربح نشتق ونعدم المشتق فنجد:

$$\frac{d\Pi}{dQ} = 98 - 4Q = 0 \Rightarrow Q = \frac{98}{4} = 24.5$$

سعر السوق: $P = 100 - 2Q = 100 - 2(24.5) = 51$

الكمية الكلية المعروضة والمطلوبة، أي حالة توازن السوق:

$$D = 50 - 0.3P = 50 - 0.3(51) = 34.7$$

عرض المؤسسة المهيمنة: $Q_e = 24.5$

عرض المؤسسات الصغيرة: $S = 0.2(51) = 10.2$

ربح المؤسسة المهيمنة: $\Pi_C = 24(51) - 2(145) = 12005$

بسم الله الذي لا يضر معه شيء في الأرض

ولا في السماء وهو السميع العليم

عليك بتقوى الله أولا

ثم إن أردت الدنيا فعليك بالعلم وإن أردت الآخرة فعليك بالعلم

وإن أردتهما معا فعليك بالعلم ثانيا.

الإسم: إسماعيل.

اللقب: علوي.

البلد: الجزائر.

الولاية: عروس الزيبان""" بسكرة""".

المستوى: طالب جامعي/ ماجستير.

التخصص: اقتصاد صناعي.

دفعة: 2009/2008.

تاريخ الميلاد: 23/03/1984

العمر: 25 سنة

الهاتف المحمول: 00213791780648

ismail.aloui@gmail.com

ismail.aloui@yahoo.com

مع تحيـــات أخوكم

الحاج كونان

للمراسلة

hadjkonane@gmail.com