



جامعة جيلالي ليايس - سيدي بلعباس  
كلية العلوم الاقتصادية، التجارية، وعلوم التسيير

مطبوعة محاضرات موجهة لطلبة  
السنة أولى ل م د - جذع مشترك

## محاضرات في الاقتصاد الجزئي

من إعداد الدكتور:

بسبع عبد القادر

أستاذ محاضر "أ"

السنة الجامعية  
2018-2017

بِسْمِ اللَّهِ الرَّحْمَنِ الرَّحِيمِ

## مقدمة

يهدف هذا المقياس إلى توضيح المواضيع التي يشتملها الاقتصاد الجزئي والفروقات بينه وبين الاقتصاد الكلي، ويعطي فكرة عن المواضيع المختلفة التالية: الطلب والعرض، المرونة، نظريات سلوك المستهلك، نظرية الانتاج، نظرية التكاليف، الأسواق المختلفة وبصفة خاصة سوقي المنافسة الكاملة والاحتكار التام.

وهو ما تتناوله مطبوعة المحاضرات بعنوان الاقتصاد الجزئي موزعة على خمسة عشرة محاضرة لكل من السداسي الأول والسداسي الثاني كما يلي:

الصفحة	الموضوع
	مقدمة + فهرس المحاضرات
	السداسي الأول
001	المحاضرة الأولى: مدخل الى علم الاقتصاد
001	أولاً/ تعريف الاقتصاد
002	ثانياً/ أهداف المجتمع الاقتصادية
003	ثالثاً/ منهجية البحث في الاقتصاد
006	المحاضرة الثانية: نظرية المنفعة القياسية
006	أولاً/ تحليل المنفعة الحدية
006	1. المنفعة
008	2. دوال المنفعة
009	المحاضرة الثالثة: نظرية المنفعة القياسية (تابع)
009	3. توازن المستهلك
009	1.3 قيد الميزانية
009	2.3 تساوي المنافع الحدية للنقود
011	4. عيوب نظرية المنفعة القياسية
012	المحاضرة الرابعة: نظرية المنفعة القياسية (تابع)
012	5. طرق أخرى لإيجاد توازن المستهلك
012	1.5 طريقة الاحلال والاستبدال
013	2.5 طريقة مضاعف لاغرونج
015	المحاضرة الخامسة: نظرية المنفعة الترتيبية
015	ثانياً/ تحليل منحنيات السواء
015	1. منحنى السواء
016	2. خصائص منحنيات السواء
019	المحاضرة السادسة: نظرية المنفعة الترتيبية (تابع)
019	3. خط الميزانية
020	4. توازن المستهلك

الصفحة	الموضوع
024	المحاضرة السابعة: نظرية المنفعة الترتيبية (تابع)
024	5. أثر تغير الدخل
024	1.5 أثر تغير الدخل على خط الميزانية
024	2.5 أثر تغير الدخل على توازن المستهلك
026	3.5 منحى الاستهلاك - الدخل
027	4.5 منحى أنجل
028	المحاضرة الثامنة: نظرية المنفعة الترتيبية (تابع)
028	6. أثر تغير السعر
028	1.6 أثر تغير السعر على خط الميزانية
028	2.6 أثر تغير السعر على توازن المستهلك
029	3.6 منحى الاستهلاك - السعر
030	4.6 منحى الطلب الفردي
031	المحاضرة التاسعة: نظرية المنفعة الترتيبية (تابع)
031	7. تحليل أثر السعر إلى أثر الاحلال وأثر الدخل
031	1.7 طريقة سلوتسكي
032	2.7 طريقة هيكس
036	المحاضرة العاشرة: نظرية المنفعة الترتيبية (تابع)
036	3.7 مثال تطبيقي على طريقتي سلوتسكي وهيكس
039	8. تحليل منحنيات السواء وتحليل المنفعة الكلاسيكي
040	المحاضرة الحادي عشرة: نظرية الطلب
040	1. الطلب
040	2. منحى الطلب الفردي ومنحى الطلب السوقى
042	3. محددات الطلب
044	المحاضرة الثاني عشر: نظرية الطلب (تابع)
044	3. اشتقاق دالة الطلب
044	1.3 اشتقاق دالة الطلب بيانيا

الصفحة	الموضوع
045	2.3 اشتقاق دالة الطلب رياضيا
047	المحاضرة الثالث عشر: نظرية الطلب (تابع)
047	4. مرونة الطلب
047	1.4 مرونة الطلب السعرية
050	المحاضرة الرابع عشر: نظرية الطلب (تابع)
050	1.1.4 العوامل المحددة لمرونة الطلب السعرية
051	2.1.4 علاقة الايراد الكلي بمرونة الطلب السعرية
053	3.1.4 علاقة الايراد الحدي بمرونة الطلب السعرية
054	المحاضرة الخامس عشر: نظرية الطلب (تابع)
054	2.4 مرونة الطلب الدخلية
055	3.4 مرونة الطلب التقاطعية
058	السداسي الثاني
058	المحاضرة الأولى: نظرية الانتاج
058	أولا/ الطريقة التقليدية
058	1. دالة الإنتاج
059	2. دوال الإنتاجية في المدى القصير
059	1.2 الإنتاجية الكلية
059	2.2 الإنتاجية الحدية
059	3.2 الإنتاجية المتوسطة
062	المحاضرة الثانية: نظرية الإنتاج (تابع)
065	المحاضرة الثالثة: نظرية الانتاج (تابع)
065	3. دالة الإنتاجية في المدى الطويل
065	1.3 توازن المنتج
068	المحاضرة الرابعة: نظرية الانتاج (تابع)
068	1.3 تأثير تغير عوامل الإنتاج (غلة الحجم)
068	1.1.3 مفهوم غلة الحجم

الصفحة	الموضوع
068	2.1.3 تحديد طبيعة غلة الحجم
071	المحاضرة الخامسة: نظرية الانتاج (تابع)
071	ثانيا/ طريقة منحنيات الناتج المتساوي والتكاليف المتساوية
071	1. منحنيات الناتج المتساوي
072	2. خط التكاليف المتساوية
073	3. توازن المنتج
074	4. مسار التوسع
076	المحاضرة السادسة: نظرية التكاليف، الإيرادات، والأرباح
076	I. التكاليف
076	1. تكاليف الإنتاج في الأجل القصير
076	1.1 التكاليف الكلية CT
076	2.1 التكاليف الحدية Cm
076	3.1 التكاليف المتوسطة CM
079	المحاضرة السابعة: نظرية التكاليف، الإيرادات، والأرباح (تابع)
079	4.1 علاقة التكاليف بالإنتاجية
080	2. تكاليف الإنتاج في الأجل الطويل
080	1.2 التكلفة المتوسطة في الأجل الطويل CML
081	2.2 التكلفة الكلية في الأجل الطويل CTL
081	3.2 التكلفة الحدية في الأجل الطويل CmL
081	3. مرونة التكاليف
082	المحاضرة الثامنة: نظرية التكاليف، الإيرادات، والأرباح (تابع)
082	II. الإيرادات
082	1.1 الإيراد الكلي RT
082	2.1 الإيراد المتوسط RM
082	3.1 الإيراد الحدي Rm
083	2. تعظيم الإيرادات

الصفحة	الموضوع
083	III. الأرباح
083	1.1 الربح الكلي $\pi$
083	2.1 الربح المتوسط $\pi M$
083	3.1 الربح الحدي $\pi m$
084	2. تعظيم الربح
084	3. مرونة الأرباح
085	المحاضرة التاسعة: نظرية العرض
085	1. العرض
085	2. منحنى عرض المنتج ومنحنى العرض السوق
086	3. محددات العرض
088	المحاضرة العاشرة: نظرية العرض (تابع)
088	3. اشتقاق دالة العرض
088	1.3 اشتقاق دالة العرض بيانيا
089	2.3 اشتقاق دالة العرض رياضيا
089	4. مرونة العرض
091	المحاضرة الحادي عشر: التوازن في سوق المنافسة الكاملة
091	1. مفهوم السوق
091	2. التوازن
092	3. تفاعل قوى العرض والطلب لتحقيق التوازن
093	4. التغير في الطلب والعرض
095	المحاضرة الثاني عشر: التوازن في سوق المنافسة الكاملة (تابع)
095	5. التوازن في سوق المنافسة التامة
095	1.5 مفهوم المنافسة التامة
096	2.5 توازن المنتج في المدى القصير
097	3.5 توازن المنتج في المدى الطويل
099	المحاضرة الثالثة عشر: التوازن في سوق المنافسة الكاملة (تابع)

الصفحة	الموضوع
099	6. تأثير تدخل الحكومة على التوازن
100	1.6 تدخل الحكومة بتحديد سعر أعلى للسلعة
100	2.6 تدخل الحكومة بتحديد سعر أدنى للسلعة
101	3.6 تدخل الحكومة بتقديم اعانات للمنتجين
102	4.6 تدخل الحكومة بفرض ضرائب على الإنتاج
104	المحاضرة الرابعة عشر: سوق عوامل الإنتاج
104	1. الطلب على عناصر الإنتاج
104	1.1 تعريف الطلب على عناصر الإنتاج
104	2.1 استنتاج دالة الطلب على عنصر الإنتاج في الفترة القصيرة
107	3.1 استنتاج دالة الطلب على عنصر الإنتاج في الفترة الطويلة
108	4.1 استنتاج منحنى الطلب السوقي على عنصر الإنتاج
109	المحاضرة الخامسة عشر: سوق عوامل الإنتاج (تابع)
109	2. عرض عناصر الإنتاج
109	1.2 استنتاج منحنى عرض العمل الفردي
110	2.2 استنتاج منحنى عرض السوق لعنصر العمل، وتوازن سوق العمل في سوق المنافسة الكاملة
110	3.2 استنتاج منحنى عرض العمل الذي يواجه المنتج

## المحاضرة الأولى: مدخل الى علم الاقتصاد

### أولاً/ تعريف الاقتصاد

خلال العقود الماضية توسع علم الاقتصاد ليشمل تشكيلة واسعة من المواضيع. فما هي التعريفات الرئيسية لهذا الموضوع المتنامي؟ التعريفات المهمة هي أن علم الاقتصاد<sup>(1)</sup>:

- يدرس كيفية تحديد ثمن العمالة، ورأس المال، والأرض في الاقتصاد، وكيفية استخدام هذه الأسعار في توزيع الموارد.

- يستطلع سلوكيات الأسواق المالية، ويحلل كيف تعمل هذه الأسواق على توزيع رأس المال في الاقتصاد. يحلل تأثير اللوائح التنظيمية الحكومية على كفاءة السوق.

- يدرس توزيع الدخل، ويقترح طرق مساعدة المحتاجين من دون إلحاق الأذى بأداء الاقتصاد.

- ينظر في تأثير الانفاق الحكومي، والضرائب، والعجز في الميزانية على النمو الاقتصادي.

- يدرس الارتفاع والهبوط في البطالة والإنتاج اللذين تتشكل منهما الدورة التجارية، ويطور السياسات الحكومية لتحسين النمو الاقتصادي.

- يبحث في أنماط التجارة بين الأمم، ويحلل تأثير الحواجز التجارية.

- ينظر في التنمية في البلدان النامية، ويقترح طرقاً لتشجيع استخدام الموارد بكفاءة.

هذه قائمة جيدة، ومع ذلك يمكنك توسيعها إلى عدة أضعاف. لكن إذا اختصرنا كل هذه التعاريف، فإننا سنجد أنها تشترك في مغزى واحد:

علم الاقتصاد economics هو دراسة كيف يمكن للمجتمعات أن تستخدم مواردها النادرة لإنتاج سلع قيمة وتوزيعها بين مختلف الأفراد.

النظريتان الرئيسيتان اللتين يتكون منهما الاقتصاد هما<sup>(2)</sup>:

- النظرية الاقتصادية الجزئية

- النظرية الاقتصادية الكلية

تهتم النظرية الاقتصادية الجزئية أو الاقتصاد الجزئي (الوحدوي) أو نظرية السعر، بالأسواق وبالوحدات الاقتصادية التي تدخل في هذه الأسواق، وبالتحديد المنتجون والمستهلكون.

(1) - بول آ سامويلسون & ويليام د نوردهاوس، الاقتصاد، ترجمة هشام عبد الله، الدار الأهلية، الأردن: عمان، الطبعة الثانية، 2006، ص: 30.

(2) - عمر صخري، مبادئ الاقتصاد الجزئي الوحدوي، ديوان المطبوعات الجامعية، طبعة 2001، الجزائر، ص: 8.

أما النظرية الاقتصادية الكلية فتهتم بدراسة المتغيرات الاقتصادية الكلية مثل اجمالي الناتج الوطني، مخزون النقود، المستوى العام للأسعار، التوظيف والبطالة، ....

ولقد دلت الدراسات من ناحية وتطور الوقائع الاقتصادية من ناحية أخرى بأن الترابط والتداخل بين النظرية الاقتصادية الجزئية والنظرية الاقتصادية الكلية قائم حيث أن الاقتصاد الوطني ككل يتأثر بفاعليات كل وحداته العاملة ويؤثر فيها بآن واحد.

ولنبداً بطرح المشاكل الاقتصادية العامة التي تواجه أي مجتمع كان، بغض النظر عن درجة التطور الذي بلغه أو الفلسفة الاقتصادية والاجتماعية التي يعتنقها. هذه المشاكل هي:

- ماذا ننتج؟ أي ما هي السلع والخدمات التي يجب انتاجها؟
- كيف ننتج؟ أي كيف يمكن انتاج هذه السلع والخدمات؟
- لمن ننتج؟

تنشأ المشكلتان الأوليتان عن الحقيقة الاقتصادية المعروفة وهي الندرة Scarcity ذلك أن الموارد الاقتصادية محدودة بينما حاجات الأفراد للسلع والخدمات غير محدودة بل متزايدة ومتناهية مع مرور الزمن، لذلك لا بد من استخدام هذه الموارد استخداماً أمثلاً بغية الحصول على أكبر عائد منها لإشباع أكثر الحاجات. أما المشكلة الثالثة فتتعلق بتوزيع الناتج الوطني على المواطنين، والحلول الممكنة لهذه المشكلة هي:

- يوزع الإنتاج الوطني حسب إنتاجية كل فرد.
- أو يوزع بين الافراد بشكل متساوي
- أو يوزع حسب حاجات الفرد.

### ثانياً/ أهداف المجتمع الاقتصادية

هناك أربعة أهداف رئيسية تسعى كافة المجتمعات إلى تحقيقها وهي الكفاءة، والنمو، والاستقرار والعدالة.

### 1- الكفاءة Efficiency:

وتعني الاستغلال الأمثل لموارد الإنتاج وتنقسم إلى قسمين:

- الكفاءة الفنية Technical Efficiency أو الكفاءة الإنتاجية وهي تعني استغلال الموارد الانتاجية المتاحة مثل العمال والآلات ورأس المال والأرض استغلالاً كاملاً بهدف تحقيق أقصى

إنتاج ممكن وبأقل التكاليف، وهذا يعني أن الكفاءة الفنية تبين لنا عدم امكانية وجود موارد معطلة أو بطالة في المجتمع.

- الكفاءة الاقتصادية Economic Efficiency أو الكفاءة التوزيعية وهي تعني استغلال الموارد الانتاجية المتاحة استغلالاً كاملاً لتحقيق أقصى إنتاج ممكن وبأقل التكاليف مع مراعاة احتياجات المجتمع بشكل كامل.

كل كفاءة اقتصادية هي كفاءة فنية والعكس غير صحيح، أي أنه ليس كل كفاءة فنية هي بالضرورة كفاءة اقتصادية.

## 2- النمو الاقتصادي Economic Growth:

وهو زيادة الإنتاج من السلع والخدمات مع مرور الزمن ويوجد فرق بين مفهوم النمو الاقتصادي، ومفهوم الرفاهية الاقتصادية والتي تعني ارتفاع مستويات المعيشة للأفراد ويتمثل ذلك بزيادة متوسط دخل الفرد السنوي في المجتمع، وعلى ذلك فإن أهم مؤشر من مؤشرات الرفاه الاقتصادي لأي دولة هو متوسط دخل الفرد السنوي.

تحقيق النمو الاقتصادي لا يعني بالضرورة تحقيق الرفاهية الاقتصادية، لذلك لا بد أن نقارن الزيادة في الدخل أو الإنتاج مع الزيادة في عدد السكان، فإذا زاد الإنتاج بمعدل أكبر من الزيادة في عدد السكان فهذا يعني زيادة متوسط الدخل والعكس صحيح.

## 3- الاستقرار الاقتصادي Economic Stability:

وهو يعني استقرار مستويات الأسعار وذلك يكون بعدم حدوث تضخم (ارتفاع كبير ومستمر في الأسعار) وأيضاً عدم حدوث كساد (انخفاض كبير أو تدهور في الأسعار).

## 4- العدالة الاقتصادية Economic Equity:

وهي تعني العدالة في توزيع الدخل، وموضوع العدالة مرتبط بالاقتصاد المعياري لأنه يختلف من مذهب لآخر باختلاف العقيدة أو المبادئ التي يؤمن بها كل مذهب، فما يراه الرأسمالي عادلاً يراه المسلم غير عادل وهكذا.

## ثالثاً/ منهجية البحث في الاقتصاد

يختلف علم الاقتصاد مثل غيره من العلوم الاجتماعية عن العلوم الطبيعية (الفيزياء - الكيمياء ..) في أنه يدرس ويحلل السلوك البشري على مستوى الفرد والجماعة، ولذلك فعلى الرغم من تطبيق منهجية البحث العلمي المستخدمة في العلوم الطبيعية في دراسة الاقتصاد إلا أننا لا نتوقع الحصول على نتائج دقيقة

وحاسمة كما يتوقع عالم الطبيعة فالكيميائي على سبيل المثال يستطيع دراسة أثر الحرارة على مركب كيميائي بتسخينه، وتثبيت العوامل الأخرى التي يمكن أن تؤثر عليه مثل الضغط الجوي ومستوى الرطوبة وغيرها وعند تغير المركب الكيميائي بعد تسخينه بإمكان الكيميائي القول وبكثير من الثقة إن التغير في المادة الكيميائية كان ناتجاً عن الحرارة فقط ولكن الاقتصادي لا يستطيع توقع النتيجة السابقة بذلك القدر من الثقة والدقة لأسباب متعددة أهمها أن الاقتصاد يدرس السلوك الإنساني المتميز باستحالة ضبط العوامل المؤثرة فيه وبناء عليه فإن النظريات والقوانين الاقتصادية لا يمكنها أن تبلغ ما بلغته نظريات وقوانين العلوم الطبيعية من ثبات ووضوح ودقة.

ومن أجل فهم الظواهر الاقتصادية فقد طور الاقتصاديون منهج بحث علمي يناسب علم الاقتصاد باستخدام طريقتين هما طريقة الاستقراء أو الاستدلال وطريقة الاستنباط أو الاستنتاج.

### 1- المنهج الاستقرائي أو الاستدلالي (Inductive Method):

من خلال دراسة طبيعة ونوع العلاقات التي ترتبط بها الظواهر الاقتصادية بناءً على البيانات التاريخية يتم استخراج مبادئ وأحكام عامة يمكن تطبيقها بشمولية أكبر. ومن تحليل الحقائق نحاول الوصول إلى تعميمات أو مبادئ تطبيقية يصل منها الاقتصادي إلى النظريات الاقتصادية عن طريق التنظيم الواعي للوقائع المشاهدة في الحياة العملية.

فعلى سبيل المثال من خلال ملاحظة العلاقة بين كمية النقد المتداول والمستوى العام للأسعار لعدد من البلدان لوحظ وجود علاقة طردية بينهما بمعنى أن زيادة كمية النقود تؤدي في الغالب إلى ارتفاع المستوى العام للأسعار. فدراسة العلاقة بين المستوى العام للأسعار وكمية النقد المتداول تؤدي إلى استقراء ما يعرف حالياً بنظرية كمية النقود التي تشير إلى وجود علاقة طردية بين التغير في عرض النقود (كميتها) وبين التغير في المستوى العام للأسعار مع افتراض ثبات المتغيرات الأخرى ويستخدم علم الإحصاء والتحليل الاقتصادي أو ما يعرف بالاقتصاد القياسي بشكل أساس لدراسة الظواهر الاقتصادية ولتوضيح العلاقة بين المتغيرات لا سيما مدى تأثر أو تأثير متغير بغيره أو بعدد من المتغيرات.

### 2- المنهج الاستنباطي أو الاستنتاجي (Deductive Method) :

بعد وضع فروض أولية مستتبطة من واقع الحياة يتم عن طريق التجريد النظري وبأسلوب منطقي استنباط نتائج منطقية يمكن تعميمها على عدد من الظواهر الاقتصادية. ويتم ذلك بالمرور بعدة خطوات:

**تحديد المشكلة:** اختيار المشكلة التي يختص بها المبدأ بحيث يتصل بالواقع.

**اختيار الفروض:** والتي سوف يستخلص منها الباحث النتائج بحيث تكون عامة.

**استخلاص النتائج:** وبناءً عليها تتحدد العلاقة بين العناصر التي لها علاقة بالمشكلة. ويمكن التدليل على هذا المنهج بالفرضية التالية: يلاحظ بشكل عام أن الكمية المطلوبة من سلعة ما ترتفع عند انخفاض سعرها ومن خلال جمع معلومات من الحياة الواقعية من الممكن التحقق من الفرضية السابقة ومن ثم الحصول على مبدأ أو قاعدة يمكن استخدامها في التحليل الاقتصادي. وهنا يتبادر إلى الذهن تساؤل مهم عن أي المنهجين أفضل؟ إن المنهجين مكملان لبعضهما فالافتراضات الأولية التي تم التوصل إليها عن طريق الاستنباط لا بد من اختبارها من خلال البيانات التي تم الحصول عليها من الحياة الواقعية وفي الوقت نفسه من الضروري فهم الحياة الواقعية بوضوح حتى يتمكن الباحث من وضع افتراضات منطقية وذلك بالاعتماد على الاقتصاد القياسي. إن هذا المقياس وكما يشير العنوان يهتم فقط بالنظرية الاقتصادية الجزئية، وبالضبط بحل المشكلتين الأوليتين، أما المشكلة الثالثة فهي بالفعل جديرة بالاهتمام إلا أنها صعبة الحل، على عكس ما نتوقع.

## المحاضرة الثانية: نظرية المنفعة The Utility Theory

تمهيد:

إن دراسة نظرية طلب المستهلك تتطلب دراسة تصرفات الأفراد، وهناك طريقتان رئيسيتان لدراسة هذا الموضوع. الطريقة الأولى وهي المعروفة بالطريقة الكلاسيكية القائمة على أساس المنفعة Cardinal Utility Approach وهي التي تقترض إمكانية قياس المنفعة، وتعرف هذه الطريقة بالمنفعة القياسية. أما الطريقة الثانية وهي طريقة منحنيات السواء Indifference curves وتعرف بطريقة المنفعة الترتيبية Ordinal Utility Approach. وكلا الطريقتين في معظم أحوالهما هما وسيلتان مختلفتان لشرح نفس الشيء بأسلوب مختلف.

### أولاً/ تحليل المنفعة الحدية Marginal Utility Analysis

لقد ظهر استخدام تحليل المنفعة الحدية لاستنتاج منحنى طلب المستهلك في سنة 1870 وذلك عند نشر كتابات وليام ستانلي جيفنز William Stanley Jevons في إنجلترا وكارل منجر Karl Menger في النمسا وليون والراس Leon Walras في فرنسا.

#### 1. المنفعة Utility

الشيء النافع في المعنى الاقتصادي هو ذلك الشيء الذي يشبع حاجة لدى الانسان. فالمنفعة هي شعور شخصي يرتبط بطلب المستهلك، فعندما يقوم المستهلك بشراء سلعة فإنه يحصل على اشباع من استخدامه هذه السلعة.

تشير **المنفعة الكلية Total Utility** إلى الاشباع الكلي الذي يحصل عليه المستهلك من استهلاكه عدة وحدات من السلعة - أو بعبارة أخرى هي مجموع منافع الوحدات التي يستهلكها من سلعة ما في فترة زمنية معينة.

وبهذا المعنى فإن المنفعة الكلية تزداد بزيادة عدد الوحدات التي يستهلكها الفرد في فترة زمنية معينة، إلا أنها لا تستمر في الزيادة، إذ أنه عندما يصل استهلاك الفرد إلى عدد معين من وحدات السلعة في فترة معينة يكون اشباعه من هذه السلعة قد وصل إلى أقصاه، وبعد هذا الحد فإن استهلاك وحدات إضافية تنقلب إلى ضرر وتصبح منفعتها الإضافية سالبة وبذلك تبدأ المنفعة الكلية في التناقص.

**مثال 1:** يوضح الجدول التالي المنفعة الكلية لمستهلك ما بالنسبة لاستهلاك وحدات متتالية من سلعة X:

<b>x</b>	0	1	2	3	4	5	6	7	8
<b>Ut</b>	0	5	9	12	14	15	15	14	13
<b>Um</b>	-	5	4	3	2	1	0	-1	-2

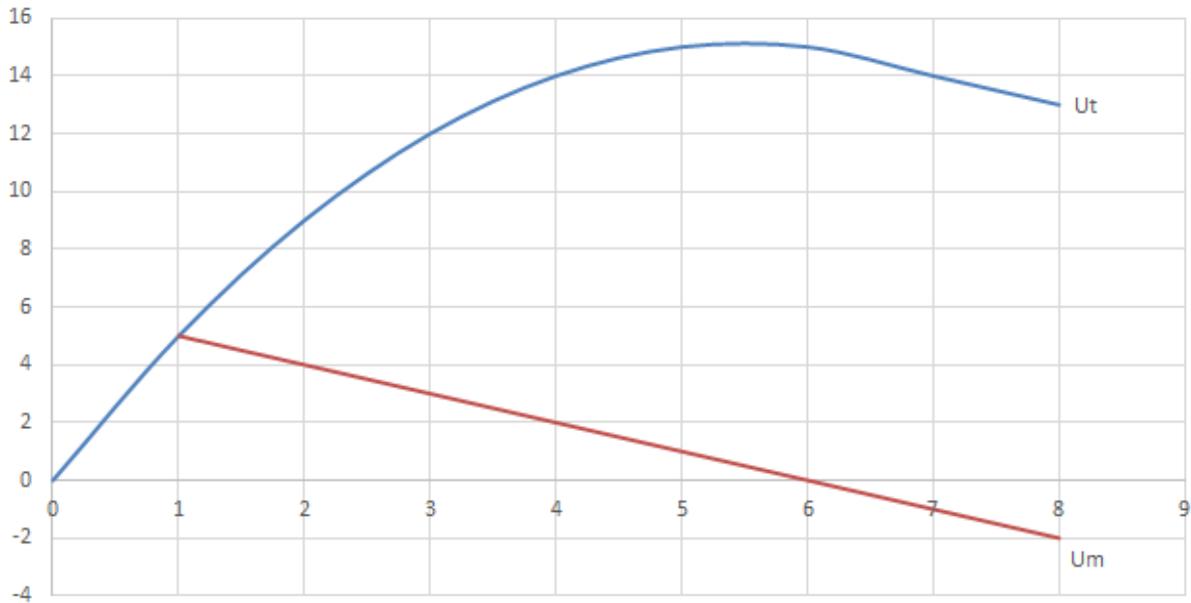
نلاحظ تزايد المنفعة الكلية بزيادة عدد الوحدات المستهلكة من هذه السلعة إلى غاية وصولها إلى أقصاها ثم تأخذ في التناقص.

أما **المنفعة الحدية Marginal Utility** فتعرف بأنها التغير في المنفعة الكلية الناتج عن تغير الكمية المستهلكة بوحدة واحدة في فترة زمنية معينة. أو بعبارة أخرى هي منفعة الوحدة الإضافية أو الأخيرة المستهلكة.

ويمكن التعبير عن ذلك بالعلاقة التالية:

$$Um = \frac{\Delta Ut}{\Delta Q} \quad \frac{\text{التغير في المنفعة الكلية}}{\text{التغير في الكمية المستهلكة}} = \text{المنفعة الحدية}$$

تتناقص المنفعة الحدية بزيادة عدد الوحدات المستهلكة، فمنفعة الوحدة الأولى أكبر من منفعة الوحدة الثانية، ومنفعة الوحدة الثانية أكبر من منفعة الوحدة الثالثة وهكذا ... فالإشباع الذي يحصل عليه الفرد من استهلاكه النقاحة الأولى يكون أكبر من الإشباع الذي يحصل عليه من استهلاك النقاحة الثانية، وكذلك الإشباع المترتب عن الوحدة الثالثة يكون أقل من الثانية ...



نلاحظ أن المنفعة الحدية تصبح معدومة ( $Um=0$ ) عندما تكون المنفعة الكلية عند أقصاها، وهذا ما يعرف بحد التشبع. وتصبح المنفعة الحدية سالبة بعد ذلك عندما تتناقص المنفعة الكلية. ويعرف قانون تناقص المنفعة الحدية بتزايد المنفعة الكلية بمعدلات متناقصة كلما تم استهلاك وحدات إضافية من سلعة ما نتيجة لكون المنفعة الحدية متناقصة.

## 2. دوال المنفعة Utility Functions

### 1.2 حالة سلعة واحدة:

دالة المنفعة الكلية هي التعبير الرياضي عن العلاقة بين المنفعة الكلية  $Ut$  والكميات المستهلكة من

سلعة ما  $x$  ويعبر عنها بالصيغة التالية:

$$Ut = f(x)$$

أما المنفعة الحدية فهي مشتقة دالة المنفعة الكلية أي:

$$Um = Ut' = f'(x) = \frac{dUt}{dx}$$

تصل المنفعة الكلية الى حدها الأقصى عندما تنعدم المنفعة الحدية (حد التشبع) وتصبح المنفعة

الحدية سالبة بعد ذلك عندما تتناقص المنفعة الكلية. ويمكن التعبير عن ذلك رياضيا (قانون تعظيم المنفعة)

كما يلي:

$$Max Ut: \begin{cases} Um = 0 \\ Um' < 0 \end{cases}$$

مثال 2:

مستهلك ما دالة منفعة تأخذ الشكل التالي:

$$Ut = 10x - x^2$$

إيجاد المنفعة الحدية لهذا المستهلك

$$Um = \frac{dUt}{dx} = 10 - 2x$$

إيجاد حد التشبع لهذا المستهلك

$$Um = 0 \Rightarrow 10 - 2x = 0 \Rightarrow x = 5$$

$$Um' = -2 < 0$$

إذن: يستهلك المستهلك 5 وحدات من السلعة  $x$  للحصول على أقصى اشباع (منفعة) والمقدر بـ:

$$Ut_{max} = 10(5) - (5)^2 = 25 \text{ وحدة منفعة}$$

### 2.2 حالة أكثر من سلعة:

في حالة عدة سلع يتم التعبير عن دالة المنفعة الكلية بدلالة الكميات المستهلكة من كل سلعة:

$$Ut(x, y) = f(x, y)$$

ويتم استخراج دوال المنفعة الحدية بحساب المشتقات الجزئية:

$$Um_x = \frac{dUt(x, y)}{dx}$$

$$Um_y = \frac{dUt(x, y)}{dy}$$

### المحاضرة الثالثة: نظرية المنفعة (تابع)

#### 3. توازن المستهلك:

إن تحليل تصرفات المستهلك في السوق تقوم على افتراض عقلانية سلوكه Rational behavior، وأن المستهلك تبعاً لذلك يسعى لتحقيق أكبر قدر ممكن من الإشباع. فميول المستهلك وتفضيلاته توضحها منحنيات المنفعة الخاصة بالسلع المختلفة التي يرغب المستهلك في الحصول عليها. ومشكلة المستهلك هي أن يقرر الكمية التي يجب أن يستهلكها من السلع المختلفة بحيث يحقق أكبر شباع ممكن، وذلك في حدود دخله المتاح للاستهلاك. وحتى يتحقق ذلك لابد من تحقق الشرطين التاليين:

#### 1.3 قيد الميزانية (الشرط الأول)

القيود المفروضة على تصرفات المستهلك لتحقيق أكبر قدر من الإشباع، هي دخله وأسعار السلع التي يرغب في استهلاكها، فالمستهلك دخله محدود وأسعار السلع تتحدد في الأسواق وعليه أن يتقبلها. إذا فرضنا دخل المستهلك المخصص للإنفاق على السلعتين  $x$  و  $y$  هو  $R$  وأن أسعار هذه السلع في السوق هي  $P_x$  و  $P_y$ ، فإن قيد الميزانية يقضي بضرورة عدم تجاوز انفاق المستهلك (أسعار السلع مضروبة في أسعارها) لدخله المخصص للاستهلاك أي:

$$R = x \cdot p_x + y \cdot p_y$$

#### 2.3 تساوي المنافع الحدية للنقود (الشرط الثاني)

يتحقق توازن المستهلك عند تساوي المنفعة التي تعود على المستهلك من آخر دينار منفق على السلع المختلفة، وهذا ما يعبر عنه بالمنفعة الحدية للنقود (ويرمز له بالرمز  $\lambda$ )، والتي تقاس بقسمة المنفعة الحدية للسلعة على سعرها. ويمكن التعبير عن الشرط الثاني للتوازن رياضياً بالصيغة التالية:

$$\lambda = \frac{Um_x}{p_x} = \frac{Um_y}{p_y}$$

#### مثال 3:

ما هي الكميات التوازنية التي يطلبها مستهلك ما من السلعتين  $x$  و  $y$  التي أسعارها  $p_x = 2$  و  $p_y = 3$  إذا كان دخله المخصص للاستهلاك يقدر بـ:  $R=60$  ودالة منفعته تأخذ الشكل التالي:

$$U_t = 10xy$$

شرطي توازن المستهلك هما:

$$\begin{cases} \lambda = \frac{Um_x}{p_x} = \frac{Um_y}{p_y} \\ R = x \cdot p_x + y \cdot p_y \end{cases}$$

$$\begin{cases} Um_x = \frac{dUt(x,y)}{dx} = 10y \\ Um_y = \frac{dUt(x,y)}{dy} = 10x \end{cases}$$

$$\begin{cases} \frac{10y}{2} = \frac{10x}{3} \\ 60 = 2x + 3y \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} y = \frac{2}{3}x \\ 60 = 2x + 3(\frac{2}{3}x) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} y = \frac{2}{3}(15) = 10 \\ x = \frac{60}{4} = 15 \end{cases}$$

$$E(x; y) = (15; 10)$$

ومنه على المستهلك أن يستهلك 15 وحدة من x و 10 وحدات من y للحصول على أقصى إشباع

$$Ut = 10xy = 10(15)(10) = 1500 \text{ وحدة منفعة} \quad \text{يقدر ب:}$$

مثال 4:

ما هي الكميات التوازنية التي يطلبها مستهلك ما من السلعتين x و y التي أسعارها  $p_x = 1$  و  $p_y = 2$  إذا كان دخله المخصص للاستهلاك يقدر ب:  $R=20$  ومنفعته الكلية موضحة في الجدول التالي:

x,y	0	1	2	3	4	5	6	7	8
Utx	0	10	19	27	34	40	45	49	52
Uty	0	22	41	58	73	86	98	108	116

الحل:

شرطي توازن المستهلك هما:

$$\begin{cases} \lambda = \frac{Um_x}{p_x} = \frac{Um_y}{p_y} \\ R = x \cdot p_x + y \cdot p_y \end{cases}$$

نستخدم الجدول المساعد التالي:

x,y	0	1	2	3	4	5	6	7	8
Utx	0	10	19	27	34	40	45	49	52
Uty	0	22	41	58	73	86	98	108	116
$Um_x$	-	10	9	8	7	6	5	4	3
$Um_y$	-	22	19	17	15	13	12	10	8
$\frac{Um_x}{p_x}$	-	10	9	8	7	6	5	4	3
$\frac{Um_y}{p_y}$	-	11	9.5	8.5	7.5	6.5	6	5	4

الشرط الأول: تساوي المنافع الحدية للنقود محقق في ثلاثة حالات:

$$\lambda = 6 \Rightarrow (x, y) = (5; 6)$$

$$\lambda = 5 \Rightarrow (x, y) = (6; 7)$$

$$\lambda = 4 \Rightarrow (x, y) = (7; 8)$$

الشرط الثاني: قيد الميزانية

$$R = x \cdot p_x + y \cdot p_y \Rightarrow 20 = x + 2y$$

$$\lambda = 6 \Rightarrow (x, y) = (5; 6) \Rightarrow 5 + 2(6) = 17 < R$$

$$\lambda = 5 \Rightarrow (x, y) = (6; 7) \Rightarrow 6 + 2(7) = 20 = R$$

$$\lambda = 4 \Rightarrow (x, y) = (7; 8) \Rightarrow 7 + 2(8) = 23 > R$$

$$E(x; y) = (6; 7)$$

ومنه على المستهلك أن يستهلك 6 وحدات من x و 7 وحدات من y للحصول على أقصى إشباع

$$U_t = 40 + 98 = 138 \text{ وحدة منفعة} \quad \text{يقدر ب:}$$

#### 4. عيوب نظرية المنفعة القياسية:

التحليل السابق لتوازن المستهلك قائم على افتراض أن المستهلك يتصرف تصرفات عقلانية رشيدة وعلى أساس أن المنفعة قابلة للقياس. وقد وجه لهذا التحليل الكلاسيكي عدة انتقادات:

- حقيقة الأمر ليس هناك وحدة قياس يمكن بها قياس المنفعة، فما هو المقصود بأن المنفعة الحدية تساوي 5 وحدات من الاشباع؟ ما هي وحدة الاشباع هذه؟ وكيف تقاس هذه الوحدة.
- أن تصرفات المستهلك اليومية لا تقوم على تلك الحسابات قبل القيام بكل عملية شراء، فالمستهلك يقوم بشرائها دون أن يقوم بالمقارنة بين المنفعة المتحصل عليها من الوحدة الأخيرة، وهذا هو الواقع.

وحقيقة الأمر أن التحليل الكلاسيكي للمنفعة الحدية على الرغم مما وجه له من انتقاد انما يعطي فكرة عما يجب أن تكون عليه تصرفات المستهلك إذا فرضنا انها تصرفات عقلانية رشيدة.

المحاضرة الرابعة: نظرية المنفعة (تابع)

5. طرق أخرى لإيجاد توازن المستهلك

1.5 طريقة الاحلال والاستبدال

تصلح هذه الطريقة لإيجاد توازن المستهلك في حالة وجود سلعتين فقط، وذلك بإعادة صياغة قيد

الميزانية  $R = x \cdot p_x + y \cdot p_y$  باستخراج  $y$  بدلالة  $x$  كما يلي:

$$R = x \cdot p_x + y \cdot p_y \Rightarrow y = \frac{R - x \cdot p_x}{p_y}$$

ثم تعويض صيغة  $y$  في دالة المنفعة كما يلي:

$$Ut = f(x, y) \Rightarrow Ut = f\left(x, \frac{R - x \cdot p_x}{p_y}\right)$$

فنحصل على دالة المنفعة الكلية بدلالة سلعة واحدة فقط (السلعة  $x$ )، ومن هنا يمكن تطبيق قانون

تعظيم المنفعة الذي ينص على أن المنفعة الكلية تصل إلى حدها الأقصى عند انعدام المنفعة الحدية (حد

التشبع) وتصبح المنفعة الحدية سالبة بعد ذلك عندما تتناقص المنفعة الكلية، أي:

$$\text{Max } Ut: \begin{cases} Um = 0 \\ Um' < 0 \end{cases}$$

مثال 5:

ما هي الكميات التوازنية التي يطلبها مستهلك ما من السلعتين  $x$  و  $y$  التي أسعارها  $p_x = 2$

و  $p_y = 3$  إذا كان دخله المخصص للاستهلاك يقدر بـ:  $R=60$  ودالة منفعته تأخذ الشكل التالي:

$$Ut = 10xy$$

الحل:

$$R = x \cdot p_x + y \cdot p_y \Rightarrow 60 = 2x + 3y \Rightarrow y = 20 - \frac{2}{3}x$$

$$Ut = 10xy \Rightarrow Ut = 10x \left(20 - \frac{2}{3}x\right) \Rightarrow Ut = 200x - \frac{20}{3}x^2$$

$$Um = 200 - \frac{40}{3}x$$

$$Um = 0 \Rightarrow 200 - \frac{40}{3}x = 0 \Rightarrow x = \frac{200 \cdot 3}{40} = 15$$

$$x = 15 \Rightarrow y = 20 - \frac{2}{3}(15) = 10$$

$$E(x; y) = (15; 10)$$

ومنه على المستهلك أن يستهلك 15 وحدة من  $x$  و 10 وحدات من  $y$  للحصول على أقصى إشباع

$$Ut = 10xy = 10(15)(10) = 1500 \text{ وحدة منفعة}$$

يقدر بـ:

## 2.5 طريقة مضاعف لاغرونج

تقوم هذه الطريقة على صياغة نموذج التوازن التالي:

$$\begin{cases} \text{Max } Ut(x; y) \\ s/c \\ R = x \cdot p_x + y \cdot p_y \end{cases}$$

أي تعظيم المنفعة الكلية  $Max Ut(x; y)$  تحت قيد (S/C: sous contrainte) الميزانية. ولحل هذا النموذج يتم صياغة دالة الهدف (مضاعف لاغرونج) كما يلي:

$$L = Ut(x; y) + \lambda(R - x \cdot p_x - y \cdot p_y)$$

شروط المرتبة الأولى: المشتقات الجزئية بالنسبة لجميع المتغيرات مساوية للصفر

$$\begin{cases} L'_x = \frac{\delta L}{\delta x} = 0 \\ L'_y = \frac{\delta L}{\delta y} = 0 \\ L'_\lambda = \frac{\delta L}{\delta \lambda} = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} L'_x = \frac{\delta Ut}{\delta x} - \lambda p_x = 0 \\ L'_y = \frac{\delta Ut}{\delta y} - \lambda p_y = 0 \\ R - x \cdot p_x - y \cdot p_y = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \lambda = \frac{Um_x}{p_x} \\ \lambda = \frac{Um_y}{p_y} \\ R = x \cdot p_x + y \cdot p_y \end{cases}$$

لإيجاد توازن المستهلك نحل جملة المعادلات السابقة والتي تعطينا نفس شرطي التوازن السابقين.

شروط المرتبة الثانية: محدد المصفوفة الهيسية موجب

$$H = \begin{vmatrix} L'_{xx} & L'_{xy} & L'_{x\lambda} \\ L'_{yx} & L'_{yy} & L'_{y\lambda} \\ L'_{\lambda x} & L'_{\lambda y} & L'_{\lambda\lambda} \end{vmatrix} > 0$$

مثال 6:

ما هي الكميات التوازنية التي يطلبها مستهلك ما من السلعتين  $x$  و  $y$  التي أسعارها  $p_x = 2$

و  $p_y = 3$  إذا كان دخله المخصص للاستهلاك يقدر بـ:  $R=60$  ودالة منفعته تأخذ الشكل التالي:

$$Ut = 10xy$$

الحل:

$$\begin{cases} \text{Max } Ut(x; y) = 10xy \\ s/c \\ 60 = 2x + 3y \end{cases}$$

$$L = 10xy + \lambda(60 - 2x - 3y)$$

$$\begin{cases} L'_x = 0 \\ L'_y = 0 \\ L'_\lambda = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 10y - 2\lambda = 0 \\ 10x - 3\lambda = 0 \\ 60 - 2x - 3y = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \lambda = 5y \\ \lambda = \frac{10}{3}x \\ 60 = 2x + 3y \end{cases}$$

$$\lambda = 5y = \frac{10}{3}x \Rightarrow y = \frac{2}{3}x$$

$$60 = 2x + 3\left(\frac{2}{3}x\right) \Rightarrow 60 = 4x \Rightarrow x = 15 \Rightarrow y = \frac{2}{3}(15) = 10$$

$$H = \begin{vmatrix} L'_{xx} & L'_{xy} & L'_{x\lambda} \\ L'_{yx} & L'_{yy} & L'_{y\lambda} \\ L'_{\lambda x} & L'_{\lambda y} & L'_{\lambda\lambda} \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 0 & 10 & -2 \\ 10 & 0 & -3 \\ -2 & -3 & 0 \end{vmatrix}$$

$$H = 0 \begin{vmatrix} 0 & -3 \\ -3 & 0 \end{vmatrix} - 10 \begin{vmatrix} 10 & -3 \\ -2 & 0 \end{vmatrix} - 2 \begin{vmatrix} 10 & 0 \\ -2 & -3 \end{vmatrix}$$

$$H = 0[(0 \times 0) - (-3) \times (-3)] - 10[(10 \times 0) - (-3) \times (-2)] - 2[(10 \times (-3) - 0 \times (-2))]$$

$$H = 0 + 60 + 60 = 120 > 0$$

بما أن محدد المصفوفة الهيسية موجب فإننا نقبل نتيجة الشرط الأول كنقطة توازن أي:

$$E(x; y) = (15; 10)$$

ومنه على المستهلك أن يستهلك 15 وحدة من  $x$  و 10 وحدات من  $y$  للحصول على أقصى إشباع

$$U_t = 10xy = 10(15)(10) = 1500 \text{ وحدة منفعة} \quad \text{يقدر ب:}$$

وهي نفس النتيجة التي حصلنا عليها باستعمال طريقة شرط التوازن وطريقة الإحلال والاستبدال.

المحاضرة الخامسة: نظرية المنفعة الترتيبية (تابع)

ثانياً/ تحليل منحنيات السواء Indifference Curves Analysis

استعرضنا في المحاضرات السابقة التحليل الكلاسيكي للمنفعة الحدية وأوضحنا انه تم توجيه انتقاد لها من حيث قيامها على أساس التحليل القياسي Cardinal analysis وهذا ما دفع بعض الاقتصاديين مثل Hicks و Pareto إلى التوصل إلى تحليل قائم على أساس التحليل الترتيبي الذي عرف بتحليل منحنيات السواء.

1. منحنى السواء

منحنى السواء هو التمثيل البياني للتوليفات المختلفة من سلعتين X و y التي تعطي للمستهلك اشباعاً متساوياً، بحيث يكون للمستهلك سيات لديه أن يحصل على أي مجموعة، إذ أن كل مجموعة تعطي نفس الإشباع الذي تعطيه المجموعة الأخرى.

فإذا كان اشباع المستهلك ممثل بدالة المنفعة الكلية  $Ut(x;y)$  وكان له مستوى اشباع  $Ut_0$  تكون معادلة منحنى السواء الممثلة لهذا المستوى من الاشباع من الشكل التالي:

$$UT(x; y) = Ut_0 \Rightarrow y = f(x)$$

مثال 7:

مستهلك دالة منفعة تأخذ الشكل التالي:

$$Ut(x; y) = xy$$

إذا كان مستوى الاشباع التوازني لهذا المستهلك  $Ut=100$  أوجد:

- معادلة منحنى السواء
- جدول السواء
- التمثيل البياني

الحل:

معادلة منحنى السواء

$$Ut(x; y) = xy$$

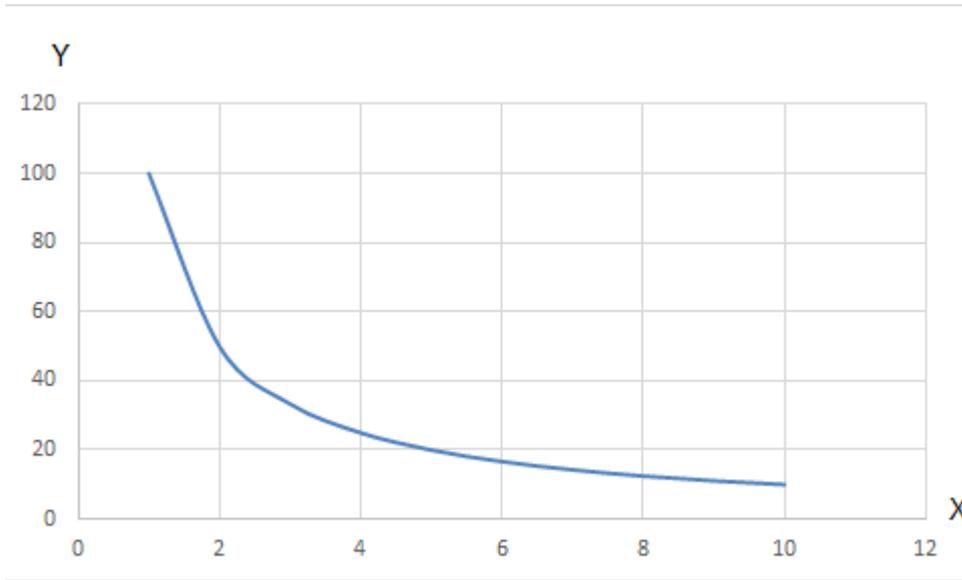
$$Ut_0 = 100$$

$$UT(x; y) = Ut_0 \Rightarrow xy = 100 \Rightarrow y = \frac{100}{x}$$

جدول السواء

x	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
y	100	50	33.33	25	20	16.67	14.28	12.5	11.11	10

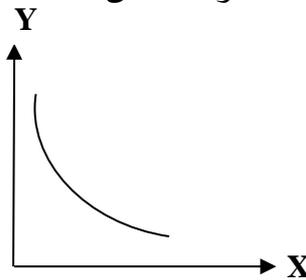
## منحنى السواء



### 2. خصائص منحنيات السواء

أ. منحنيات السواء لها انحدار سالب:

ينحدر منحنى السواء من الأعلى إلى الأسفل ومن اليسار إلى اليمين، وهذه الخاصية ضرورية للمحافظة على نفس الاشباع. فعند إضافة وحدات من السادة الأولى يتم التخلي عن وحدات من السلعة الثانية لتحقيق نفس الاشباع.



يقاس انحدار منحنى السواء بالمعدل الحدي لإحلال Taux Marginal de Substitution السلعة

X محل السلعة y، ويختصر بـ  $TMS_{x \rightarrow y}$  ويعرف بأنه عدد الوحدات التي يتم التخلي عنها من السلعة y مقابل وحدة إضافية من السلعة X لكي يحافظ المستهلك على نفس مستوى الاشباع، أي البقاء على نفس منحنى السواء.

ويعبر عنه رياضيا بالصيغة التالية:

$$TMS_{x \rightarrow y} = \left| \frac{\Delta y}{\Delta x} \right| = \left| \frac{\partial y}{\partial x} \right|$$

يكون المعدل الاحلال سالب فيؤخذ بالقيمة المطلقة حتى يتم التعبير عنه بقيمة موجبة.

مثال 8:

يمكننا إيجاد المعدل الحدي للإحلال في المثال السابق:

- بين نقطتين من خلال الجدول (الحالة المتقطعة)

$$TMS_{x\rightarrow y} = \left| \frac{\Delta y}{\Delta x} \right| = \left| \frac{20 - 25}{5 - 4} \right| = 5$$

لزيادة استهلاك وحدة واحدة من السلعة X (الانتقال من الوحدة 4 الى 5) يتم التخلي عن 5 وحدات من السلعة Y للمحافظة على نفس الاشباع 100 وحدة منفعة.

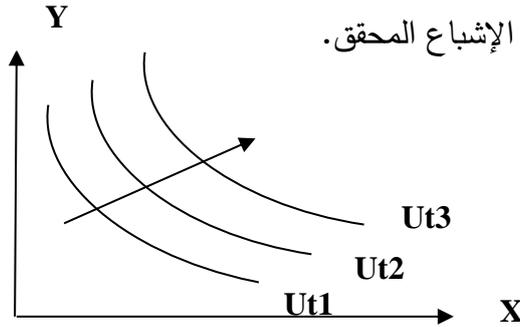
- عند نقطة من خلال معادلة منحنى السواء (الحالة المستمرة)

$$y = \frac{100}{x} \Rightarrow TMS_{x\rightarrow y} = \left| \frac{\partial y}{\partial x} \right| = \left| \frac{-100}{x^2} \right| = \frac{100}{x^2} = \frac{100}{5^2} = 4$$

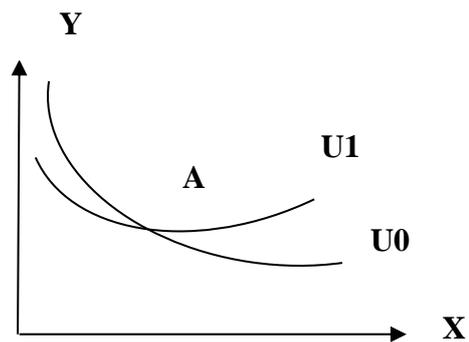
وتتميز منحنيات السواء بأنها محدبة اتجاه نقطة الأصل، ويعني ذلك أنه كلما زادت عدد الوحدات التي لدينا من السلعة X كلما قل عدد الوحدات من السلعة Y اللازمة لتحل محلها وحدة واحدة من السلعة Y مع المحافظة على نفس الاشباع، وهذه الخاصية ينتج عنها أن المعدل الحدي للإحلال يكون متناقص.

ب. منحنيات السواء لا تتقاطع فيما بينها ولا مع المحورين:

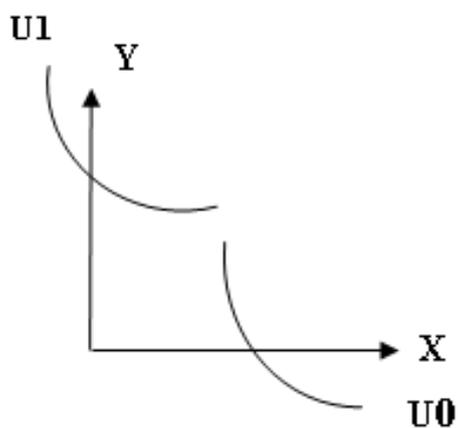
لا يوجد لكل مستهلك منحنى سواء واحد، بل يوجد لكل مستهلك مجموعة من منحنيات السواء التي تمثل درجات مختلفة من الاشباع، تعرف في مجموعها بخريطة السواء، وكلما انتقل المستهلك إلى منحنى سواء أعلى كلما زادت درجة الإشباع المحقق.



ولا يمكن لمنحنيات السواء المذكورة أن تتقاطع، إذ أن كل منحنى يمثل مستوى معين من الاشباع، ولو افترضنا تقاطع منحنيين من منحنيات السواء لمستهلك لكان معنى ذلك أن هناك توليفة معينة (نقطة تقاطعها) تعطي درجتين مختلفتين من الاشباع، وهذا غير منطقي.



كما أن منحنيات السواء لا تتقاطع مع محور الفواصل أو الترتيب وذلك لأن نقطة التقاطع تعني بأن المستهلك يستهلك سلعة واحدة فقط.



## المحاضرة السادسة: نظرية المنفعة الترتيبية (تابع)

### 3. خط الميزانية

إن منحنى السواء الخاص بالمستهلك والمبني على تفضيلاته الخاصة، يفترض انه مستقل عن دخله، ولكن في الواقع فإن المشتريات الفعلية تتوقف على مستوى دخل الفرد وعلى طريقة توزيع المستهلك لدخله الموجه للاستهلاك بناء على الأسعار السائدة في السوق، حيث أن هذا القيد يمكن أن نعبر عنه هندسيا بخط الميزانية.

وخط الميزانية يشير إلى التوليفات المختلفة من السلعتين  $x$  و  $y$  التي يمكن شراءها بنفس القدر من النقود على أساس الأسعار السائدة.

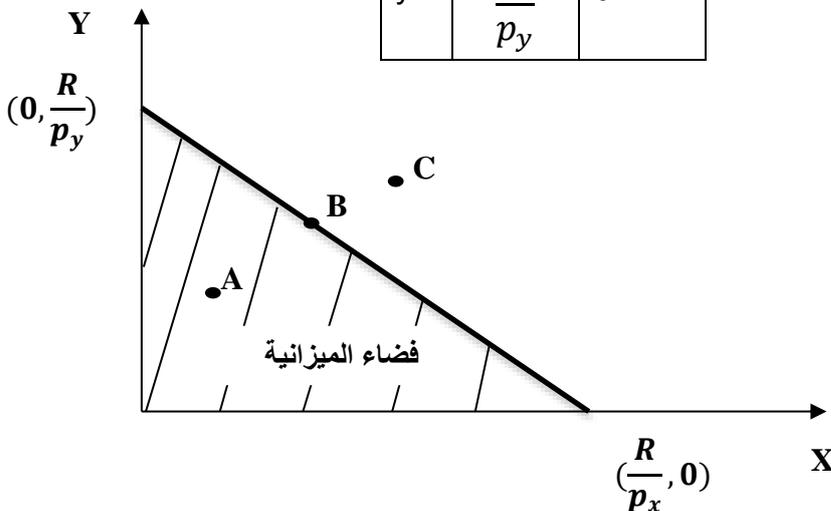
ويمكن استنتاج خط الميزانية رياضيا من معادلة قيد الميزانية المتحصل عليها في نظرية المنفعة بإعادة صياغته من الشكل  $y = f(x)$  كما يلي:

$$R = x \cdot p_x + y \cdot p_y \Rightarrow y = \frac{R}{p_y} - \frac{p_x}{p_y} x$$

ويلاحظ أن معادلة خط الميزانية هي معادلة من الدرجة الأولى وهذا يعبر عن العلاقة الخطية بينهما، كما أن ميلها سالب ( $\frac{\partial y}{\partial x} = -\frac{p_x}{p_y}$ ) وهذا دليل على انحدار منحنى خط الميزانية من الأعلى إلى الأسفل حيث يؤدي زيادة استهلاك احدى السلعتين يقتضي تخفيض الاستهلاك من الأخرى عند نفس المستوى من الدخل الموجه للإنفاق على هذه السلعتين.

لتمثيل خط الميزانية يكفي توافر نقطتين (لأنه معادلة خطية) ولتكن:

x	0	$\frac{R}{p_x}$
y	$\frac{R}{p_y}$	0



من خلال التمثيل البياني نلاحظ ما يلي:

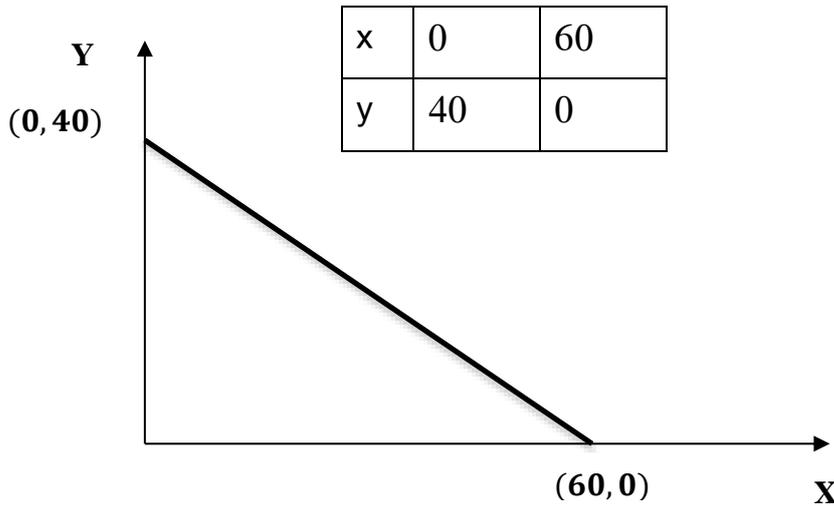
- \* عند النقطة A المستهلك سينفق جزء من دخله فقط وذلك لأنها تقع أسفل خط الميزانية، تسمى جميع النقاط التي تقع أسفل خط الميزانية بفضاء الميزانية، (الانفاق أقل من الدخل).
- \* عند النقطة B المستهلك سينفق كامل دخله وذلك لأنها تقع على خط الميزانية، (الانفاق مساوي للدخل).
- \* لا يمكن المستهلك الحصول على النقطة C لأن الانفاق فيها يفوق الدخل المتاح للإنفاق عليها (تقع فوق خط الميزانية).

### مثال 9:

أوجد معادلة خط الميزانية لمستهلك ما دخله المخصص للإنفاق على السلعتين x و y هو 120 و n.

إذا علمت أن أسعار السلعتين على الترتيب هي 2 و 3 و n.

$$y = \frac{R}{p_y} - \frac{p_x}{p_y}x \Rightarrow y = \frac{120}{3} - \frac{2}{3}x \Rightarrow y = 40 - \frac{2}{3}x$$

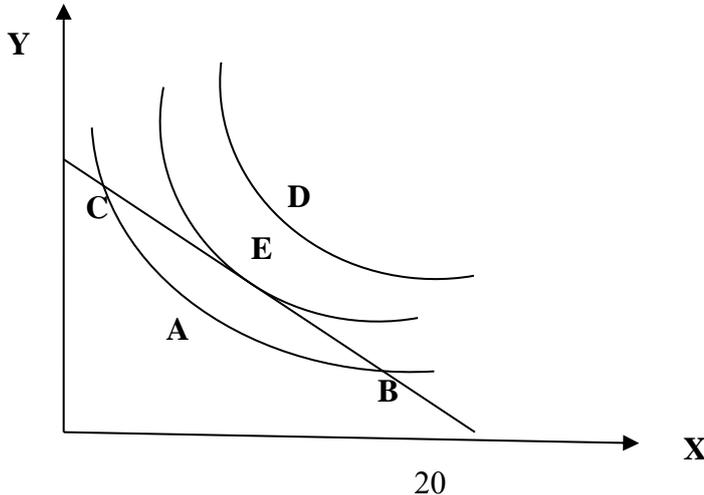


### 4. توازن المستهلك

### 1.4 بيانيا

إن دمج خريطة سواء المستهلك وخط ميزانيته في معلم واحد من شأنه أن يحدد لنا نقطة توازن

المستهلك، وذلك كما يلي:



من خلال التمثيل البياني نلاحظ ما يلي:

\* النقطة A تقع ضمن فضاء الميزانية (دخل المستهلك فيها أكبر من انفاقه) ولكن تحقق له منفعة كلية أقل مقارنة بالنقطتين E و D، ومنه فهي ليست بنقطة توازن.

\* النقطتين B و C ينفق عندهما المستهلك دخله بالكامل (الانفاق = الدخل) ولكن تحقق له منفعة كلية أقل مقارنة بالنقطتين E و D، ومنه فهي ليست بنقطة توازن.

\* النقطة D تحقق للمستهلك منفعة كلية أكبر مقارنة بالنقاط A-B-C-E ولكنها تفوق الدخل المتاح للمستهلك (الانفاق أكبر من الدخل) ومنه فهي ليست بنقطة توازن.

\* النقطة E ينفق عندها المستهلك دخله بالكامل (الانفاق = الدخل) وتحقق في نفس الوقت للمستهلك منفعة كلية أكبر مقارنة بالنقاط A-B-C ومنه فهي تمثل نقطة التوازن.

عند النقطة E نلاحظ حدوث تماس بين منحنى السواء وخط الميزانية، هذا ما يقودنا إلى استخلاص النتيجة التالية:

نقطة توازن المستهلك بيانها هي عبارة عن نقطة تماس أعلى منحنى سواء مع خط الميزانية، وأي نقطة أخرى إما أنه لا يمكن الحصول عليها في حدود الدخل المتاح بالأسعار المذكورة (لا تحقق قيد الميزانية)، أو أنها تعطي اشباع أقل (لا تحقق قيد تعظيم الاشباع).

#### 2.4 رياضيا

عند نقطة تماس (وليس تقاطع) منحنى السواء مع خط الميزانية يتساوى ميل منحنى السواء  $(\frac{\partial y}{\partial x})$  مع ميل خط الميزانية  $(-\frac{p_x}{p_y})$ . وهو ما يعبر عن بالصيغة الرياضية التالية

$$\frac{\partial y}{\partial x} = -\frac{p_x}{p_y}$$

#### مثال 10:

أوجد توازن المستهلك بطريقة شرطي التوازن لمستهلك ما دالة منفعتة  $U(x; y) = xy$  إذا علمت أن دخله المخصص للإنفاق على السلعتين x و y هو 120 و. وأن أسعار السلعتين على الترتيب هي 2 و.3 و. ثم تأكد من صحة ذلك عبر التمثيل البياني لهذا التوازن.

الحل:

إيجاد توازن المستهلك

$$U_t(x; y) = xy \Rightarrow U_{mx} = y, U_{my} = x$$

$$\frac{U_{mx}}{p_x} = \frac{U_{my}}{p_y} \Rightarrow \frac{y}{2} = \frac{x}{3} \Rightarrow y = \frac{2}{3}x$$

$$R = x \cdot p_x + y \cdot p_y \Rightarrow 120 = 2x + 3y \Rightarrow 120 = 4x \Rightarrow x = 30$$

$$x = 30 \Rightarrow y = \frac{2}{3}(30) \Rightarrow y = 20$$

$$E(x; y) = (30; 20)$$

$$U_t(30; 20) = (30)(20) = 600$$

التمثيل البياني لتوازن المستهلك

معادلة منحنى السواء

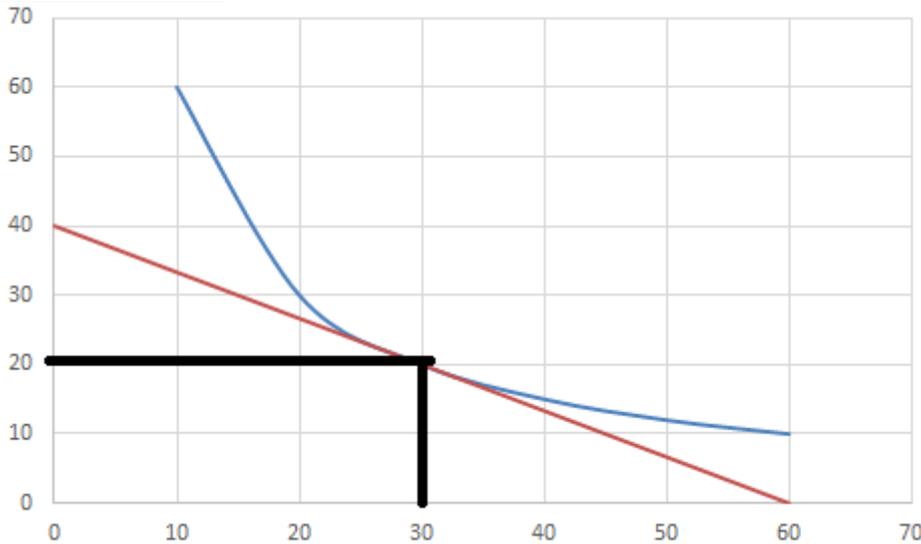
$$U_t(x; y) = U_{t_0} \Rightarrow x \cdot y = 600 \Rightarrow y = \frac{600}{x}$$

X	10	20	30	40	50	60
y	60	30	20	15	12	10

معادلة خط الميزانية

$$120 = 2x + 3y \Rightarrow y = 40 - \frac{2}{3}x$$

x	0	60
y	40	0



نلاحظ حدوث تماس بين منحنى السواء وخط الميزانية عند النقطة التي احداثياتها  $x=30$  و  $y=20$ .

وللتأكد أكثر نقوم بإيجاد التوازن رياضياً:

ميل منحنى السواء

$$y = \frac{600}{x} \Rightarrow \frac{\partial y}{\partial x} = \frac{-600}{x^2}$$

ميل خط الميزانية

$$y = 40 - \frac{2}{3}x \Rightarrow \frac{\partial y}{\partial x} = -\frac{2}{3}$$

عند التوازن يتساوى ميل منحنى السواء مع ميل خط الميزانية:

$$\frac{\partial y}{\partial x} = -\frac{p_x}{p_y} \Rightarrow \frac{-600}{x^2} = -\frac{2}{3} \Rightarrow x = \sqrt{\frac{600 \cdot 3}{2}} = 30$$

$$y = \frac{600}{x} = \frac{600}{30} = 20$$

$$E(x; y) = (30; 20)$$

**المحاضرة السابعة: نظرية المنفعة الترتيبية (تابع)**

**5. أثر تغير الدخل**

**1.5 أثر تغير الدخل على خط الميزانية**

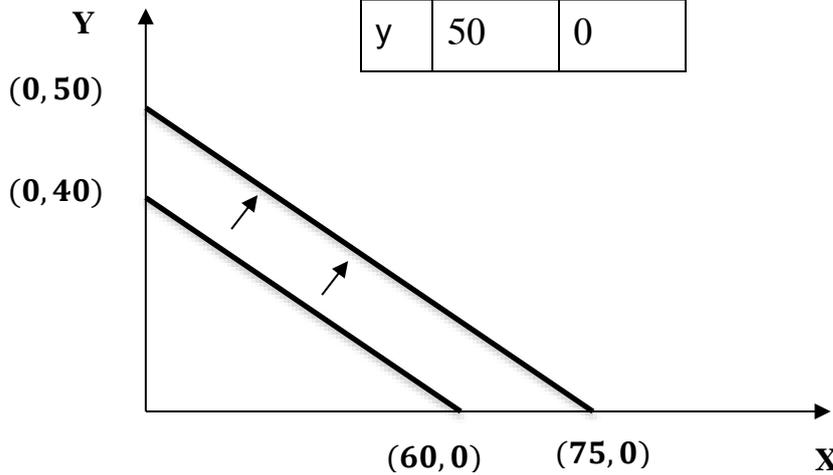
ما هو تأثير تغير الدخل المخصص للإنفاق على السلعتين X و Y على وضع خط الميزانية مع بقاء العوامل الأخرى ثابتة؟

**مثال 11:**

أوجد معادلة خط الميزانية في المثال السابق إذا ارتفع دخل المستهلك المخصص للإنفاق على السلعتين إلى 150 و.ن

$$y = \frac{R}{p_y} - \frac{p_x}{p_y}x \Rightarrow y = \frac{150}{3} - \frac{2}{3}x \Rightarrow y = 50 - \frac{2}{3}x$$

x	0	75
y	50	0



إذا تغير دخل المستهلك، فإن خط الميزانية سينتقل بشكل موازي لنفسه (نفس الميل) نحو الأعلى في حالة ارتفاع الدخل أو نحو الأسفل في حالة انخفاض الدخل (العلاقة طردية)

**2.5 أثر تغير الدخل على توازن المستهلك**

ما هو تأثير تغير الدخل المخصص للإنفاق على السلعتين X و Y على توازن المستهلك مع بقاء العوامل الأخرى ثابتة؟

**مثال 12:**

أوجد توازن المستهلك إذا ارتفع دخل المستهلك المخصص للإنفاق على السلعتين إلى 150 و.ن مع بقاء العوامل الأخرى ثابتة. (قدم التمثيل البياني على نفس المعلم السابق)

الحل:

إيجاد توازن المستهلك

$$Ut(x; y) = xy \Rightarrow Um_x = y, Um_y = x$$

$$\frac{Um_x}{p_x} = \frac{Um_y}{p_y} \Rightarrow \frac{y}{2} = \frac{x}{3} \Rightarrow y = \frac{2}{3}x$$

$$R = x \cdot p_x + y \cdot p_y \Rightarrow 150 = 2x + 3y \Rightarrow 150 = 4x \Rightarrow x = 37.5$$

$$x = 37.5 \Rightarrow y = \frac{2}{3}(37.5) \Rightarrow y = 25$$

$$E(x; y) = (37.5; 25)$$

$$Ut(30; 20) = (37.5)(25) = 937.5$$

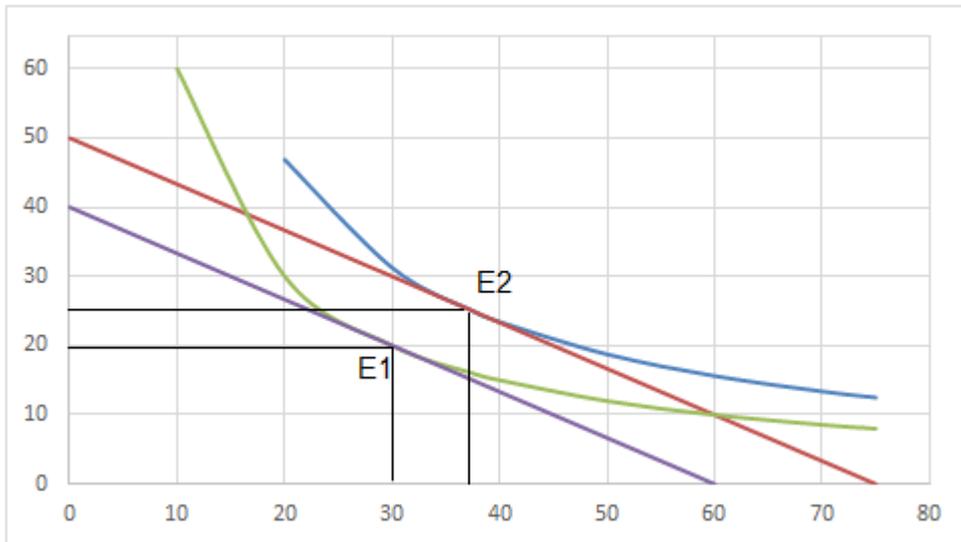
التمثيل البياني لتوازن المستهلك

معادلة منحنى السواء

$$Ut(x; y) = Ut_0 \Rightarrow x \cdot y = 937.5 \Rightarrow y = \frac{937.5}{x}$$

x	10	20	30	37,5	40	50	60	70	75
y	93,75	46,88	31,25	25	23,44	18,75	15,63	13,39	12,5

معادلة خط الميزانية (نفسها في المثال 11)

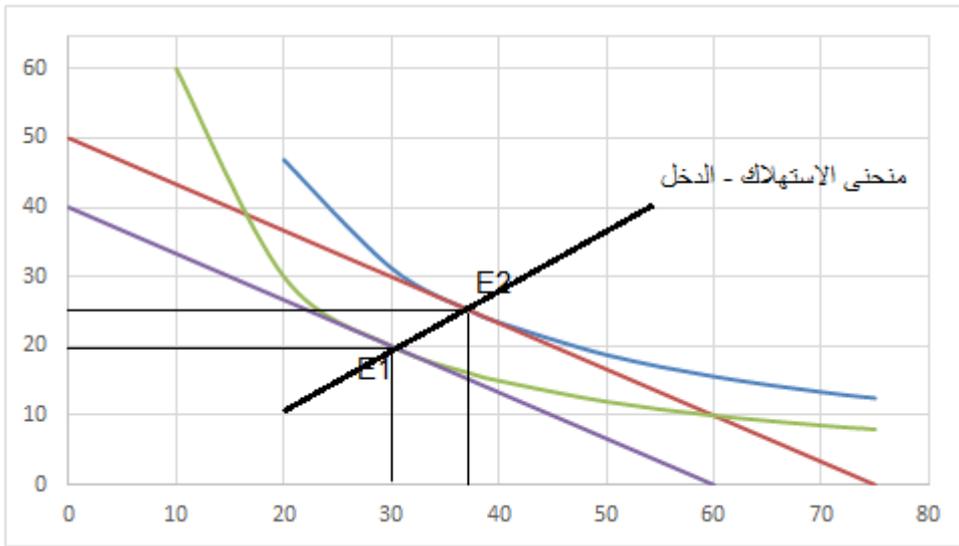


أدى ارتفاع الدخل إلى انتقال خط الميزانية الجديد نحو الأعلى بشكل موازي لخط الميزانية الأول، إضافة إلى ارتفاع منحنى السواء الجديد هو الآخر نحو الأعلى بشكل موازي لمنحنى السواء الأول، وعليه فإن نقطة التوازن الجديدة هي الأخرى قد ارتفعت نحو الأعلى وذلك بالانتقال من E1 إلى E2.

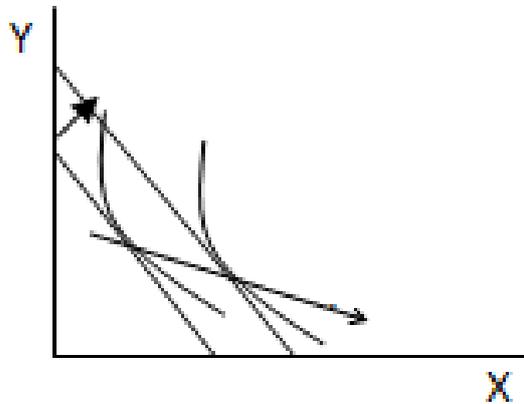
### 3.5 منحنى الاستهلاك - الدخل

العلاقة السابقة بين خط الميزانية وخريطة السواء تمكنا من معرفة الكمية التي يمكن شرائها من كل من السلعتين وفقا للأسعار السائدة ومستوى دخل المستهلك، فإذا تغير هذا الأخير مع بقاء العوامل الأخرى ثابتة فيترتب عن ذلك انتقال خط الميزانية وبالتالي نقطة توازن جديدة نتيجة تماس خط الميزانية الجديد مع منحنى سواء آخر، وهكذا يتكرر الأمر مع كل تغير في الدخل.

عند الربط بين نقاط التوازن التي نحصل عليها بتغيير الدخل مع ثبات العوامل الأخرى نحصل على منحنى الاستهلاك-الدخل، فمنحنى الاستهلاك الدخل هو المحل الهندسي لنقاط التوازن الناتجة عن تغير الدخل مع ثبات العوامل الأخرى.



إذا كان منحنى الاستهلاك - الدخل متصاعدا كما هو موضح في الشكل السابق، فهذا يعني وجود علاقة طردية بين الدخل و الكميات المستهلكة من X و Y ومنه السلعتان X و Y سلعتان عاديتان، أما إذا كان المنحنى متناقص كما هو موضح في الشكل الموالي:

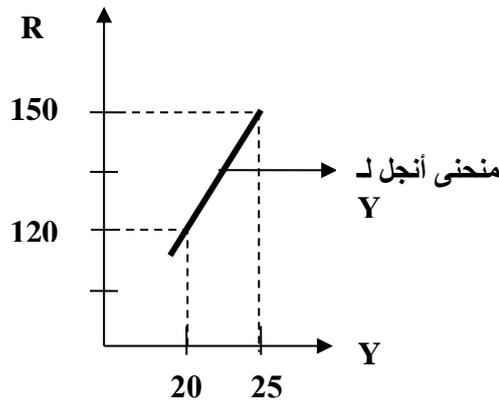
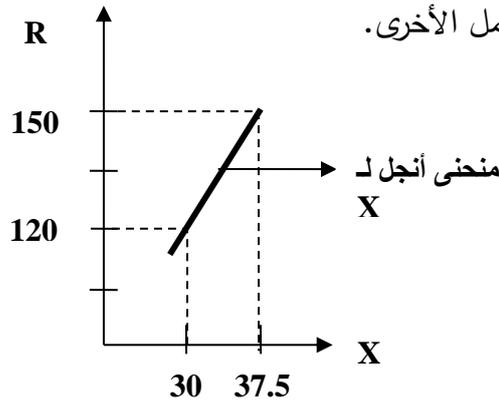


فهذا يعني من جهة وجود علاقة عكسية بين الدخل والكميات المستهلكة من  $Y$ ، ومن جهة أخرى وجود علاقة طردية بين الدخل والكميات المستهلكة من  $X$ . إذن نقول في هذه الحالة، بأن  $X$  سلعة عادية أما  $Y$  فهي سلعة رديئة.

#### 4.5 منحنى أنجل

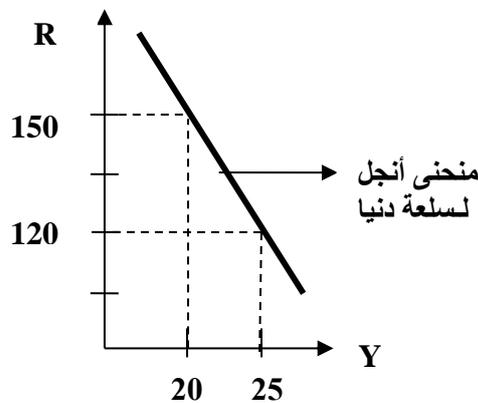
يسمح رسم منحنى الاستهلاك-الدخل باشتقاق منحنى أنجل الذي يمثل العلاقة بين الدخل والكمية

المطلوبة من السلعة مع ثبات العوامل الأخرى.



والعلاقة التي يأخذها منحنى أنجل هي تلك العلاقة الطردية بين التغير في الدخل والتغير في

الاستهلاك في حالة السلع العادية، وقد تكون العلاقة عكسية في حالة ما إذا كانت السلعة رديئة.



المحاضرة الثامنة: نظرية المنفعة الترتيبية (تابع)

6. أثر تغير السعر

1.6 أثر تغير السعر على خط الميزانية

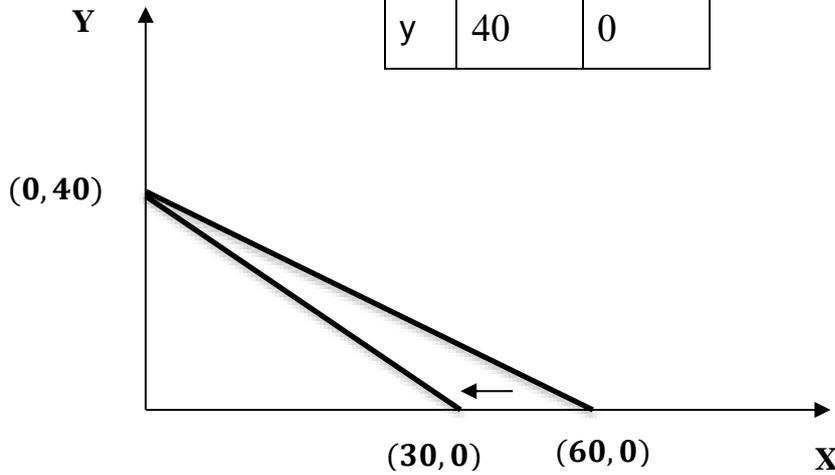
ما هو تأثير تغير سعر احدى السلعتين على وضع خط الميزانية مع بقاء العوامل الأخرى ثابتة؟

مثال 13:

أوجد معادلة خط الميزانية في المثال السابق إذا ارتفع سعر السلعة X إلى 4 و.ن؟

$$y = \frac{R}{p_y} - \frac{p_x}{p_y}x \Rightarrow y = \frac{120}{3} - \frac{4}{3}x \Rightarrow y = 40 - \frac{4}{3}x$$

x	0	30
y	40	0



إذا تغير سعر سلعة ما، فإن خط الميزانية سينحرف (يتغير الميل في هذه الحالة) عند السلعة التي تغير سعرها نحو اليسار في حالة ارتفاع السعر أو نحو اليمين في حالة انخفاض السعر (علاقة عكسية).

2.6 أثر تغير السعر على توازن المستهلك

ما هو تأثير تغير سعر احدى السلعتين على توازن المستهلك مع بقاء العوامل الأخرى ثابتة؟

مثال 14:

أوجد توازن المستهلك إذا ارتفع سعر السلعة X إلى 4 و.ن مع بقاء العوامل الأخرى ثابتة. (قدم

التمثيل البياني على نفس المعلم السابق)

إيجاد توازن المستهلك

$$U(x; y) = xy \Rightarrow U_{mx} = y, U_{my} = x$$

$$\frac{U_{mx}}{p_x} = \frac{U_{my}}{p_y} \Rightarrow \frac{y}{4} = \frac{x}{3} \Rightarrow y = \frac{4}{3}x$$

$$R = x \cdot p_x + y \cdot p_y \Rightarrow 120 = 4x + 3y \Rightarrow 120 = 8x \Rightarrow x = 15$$

$$x = 20 \Rightarrow y = \frac{4}{3}(15) \Rightarrow y = 15$$

$$E(x; y) = (15; 20)$$

$$Ut(30; 20) = (15)(20) = 300$$

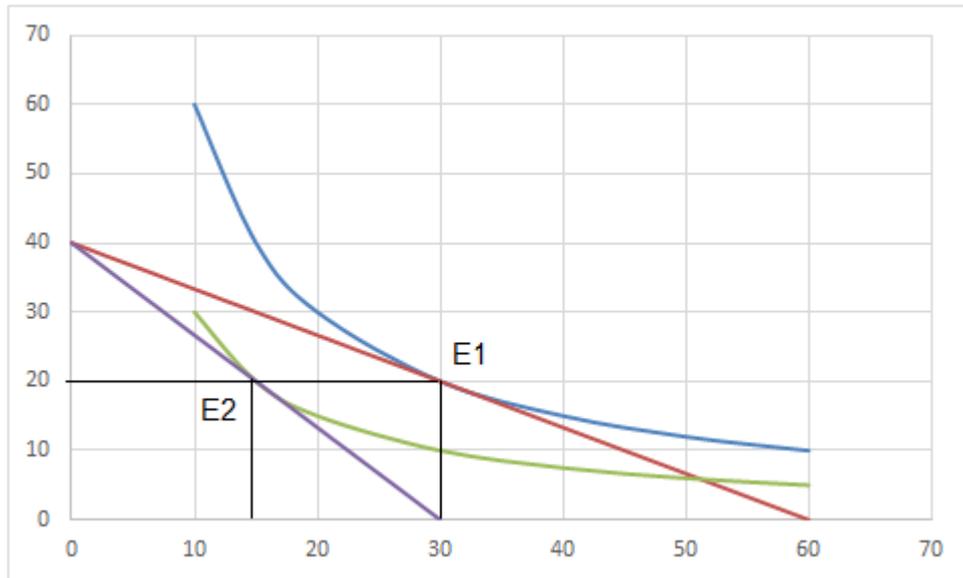
التمثيل البياني لتوازن المستهلك

معادلة منحنى السواء

$$Ut(x; y) = Ut_0 \Rightarrow x \cdot y = 300 \Rightarrow y = \frac{300}{x}$$

X	10	20	30	40	50	60
y	30	15	10	7.5	6	5

معادلة خط الميزانية (نفسها في المثال 13)

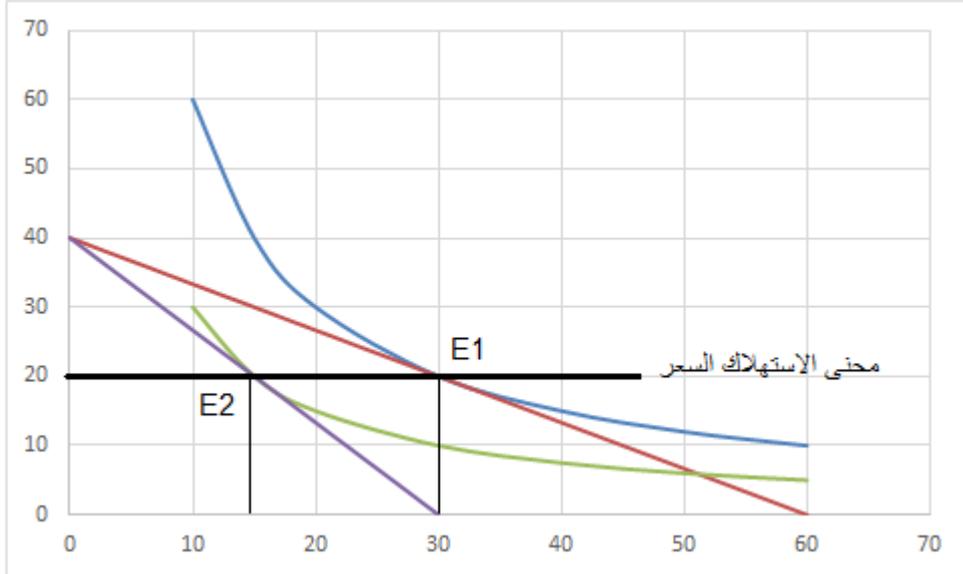


أدى ارتفاع سعر السلعة X مع بقاء العوامل الأخرى ثابتة، إلى انحراف خط الميزانية الجديد نحو اليسار عند السلعة X، إضافة إلى انخفاض منحنى السواء الجديد نحو الأسفل (أي مستوى اشباع أقل)، وعليه فإن نقطة التوازن الجديدة هي الأخرى قد انتقلت نحو اليسار وذلك بالانتقال من E1 إلى E2.

### 3.6 منحنى الاستهلاك - السعر

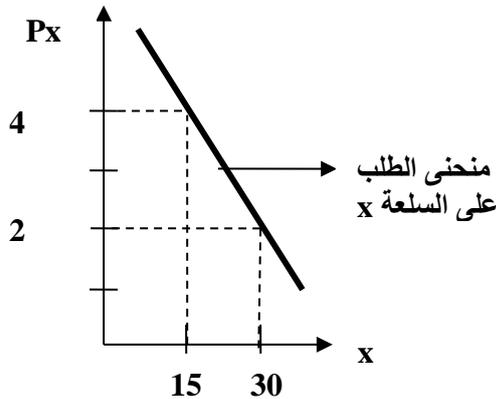
بتطبيق نفس الفكرة السابقة في منحنى الاستهلاك - الدخل لكن هذه المرة بتغيير سعر إحدى السلعتين (ولتكن السلعة X) مع بقاء العوامل الأخرى ثابتة العلاقة السابقة، فيترتب عن ذلك انحراف خط الميزانية بعكس اتجاه تغيير السعر، وبالتالي نقطة توازن جديدة نتيجة تماس خط الميزانية الجديد مع منحنى سواء آخر، وهكذا يتكرر الأمر مع كل تغيير في السعر.

عند الربط بين نقاط التوازن التي نحصل عليها بتغيير سعر السلعة X مع ثبات العوامل الأخرى نحصل على منحنى الاستهلاك-السعر، فمنحنى الاستهلاك-السعر هو المحل الهندسي لنقاط التوازن الناتجة عن تغيير سعر السلعة مع ثبات العوامل الأخرى.



#### 4.6 منحنى الطلب الفردي

يسمح رسم منحنى الاستهلاك-السعر باشتقاق منحنى الطلب الفردي على السلعة التي تغير سعرها، ومنحنى الطلب الفردي للسلعة X يعبر عن العلاقة العكسية بين سعر السلعة X والكمية المطلوبة منها مع ثبات العوامل الأخرى.



نلاحظ أن منحنى الطلب ذو انحدار (ميل) سالب، وهذا راجع للعلاقة العكسية بين الكمية المطلوبة من سلعة ما وسعرها عند ثبات العوامل الأخرى، أو ما يعرف بقانون الطلب.

## المحاضرة التاسعة: نظرية المنفعة الترتيبية (تابع)

### 7. تحليل أثر السعر إلى أثر الاحلال وأثر الدخل

#### 1.7 طريقة سلوتسكي

عندما ينخفض سعر سلعة ما فإن الزيادة في الكمية المطلوبة من هذه السلعة نتيجة لانخفاض السعر إنما هي في حقيقة الأمر، نتيجة لعاملين:

**العامل الأول:** هو أن انخفاض سعر السلعة ترتب عليه زيادة في الدخل الحقيقي للمستهلك أو القوة الشرائية، ويسمى هذا العامل بأثر الدخل.

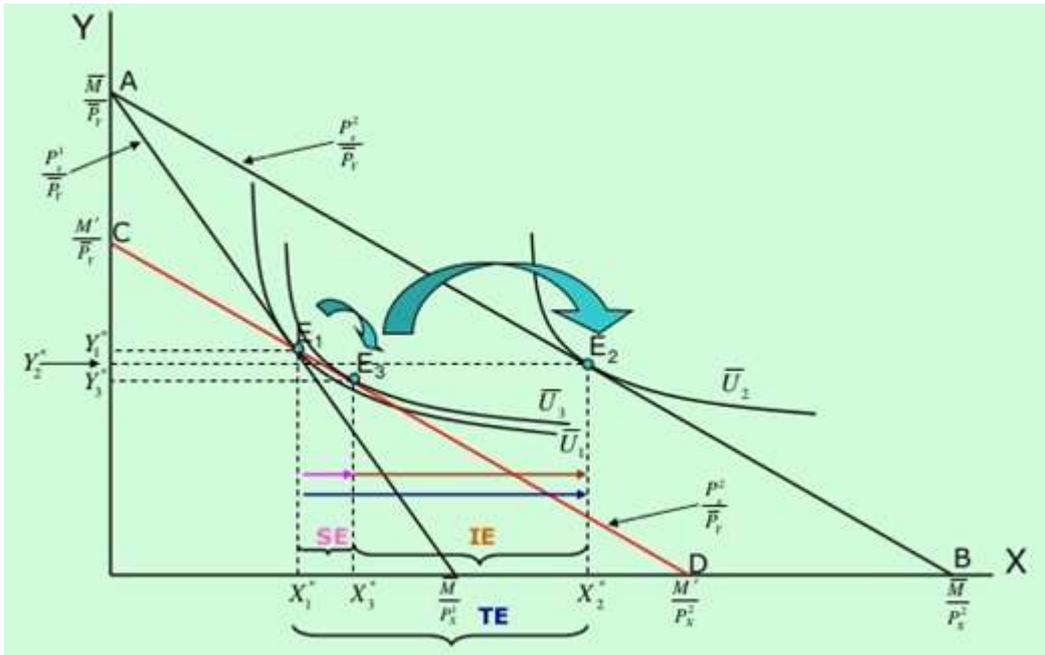
**العامل الثاني:** هو أن انخفاض سعر السلعة جذب المستهلك إلى إحلال هذه السلعة محل السلعة الأخرى، ويسمى هذا العامل بأثر الاحلال.

يساعدنا تحليل منحنيات السواء في توضيح كل من أثر الدخل وأثر الاحلال كل على حدة. ولإيضاح ذلك نفترض أن مستهلكا ما كان يشتري 300 وحدة من السلعة  $x$  عند سعر 10 دينار للوحدة وأن السعر انخفض إلى 9 دينار للوحدة. ويمكننا تحليل أثر التغير في السعر إلى عاملين:

- أن المستهلك لا يتغير حاله لو أن دخله نقص بمقدار 300 وحدة \* 1 دينار أي 300 دينار، ذلك أنه يستطيع أن يشتري نفس الكميات من السلعتين  $x$  و  $y$ . وهو سيوزع 300 دينار الزائدة في دخله الحقيقي بين استهلاك كل من السلعتين  $x$  و  $y$  وفقا لمنحنى (استهلاك- الدخل). وتسمى الزيادة في شراء السلعة  $x$  الناتجة عن زيادة الدخل الحقيقي (أو القوة الشرائية) للمستهلك بأثر الدخل.

- بالإضافة إلى الأثر الأول فإن السلعة  $x$  أصبحت أرخص بالنسبة للسلعة  $y$ . وهذا يدعو المستهلك إلى إحلال السلعة  $x$  محل السلعة  $y$  حتى ولو أن 300 دينار (الزيادة في الدخل الحقيقي) أخذت منه. والزيادة في شراء السلعة  $x$  نتيجة لانخفاض النسبي في السعر، بعد استبعاد التغير الذي يحدث نتيجة للزيادة في الدخل الحقيقي، تعرف بأثر الاحلال.

ويمكن إيضاح أثر العاملين - أثر الدخل وأثر الاحلال - بالرسم البياني الآتي:

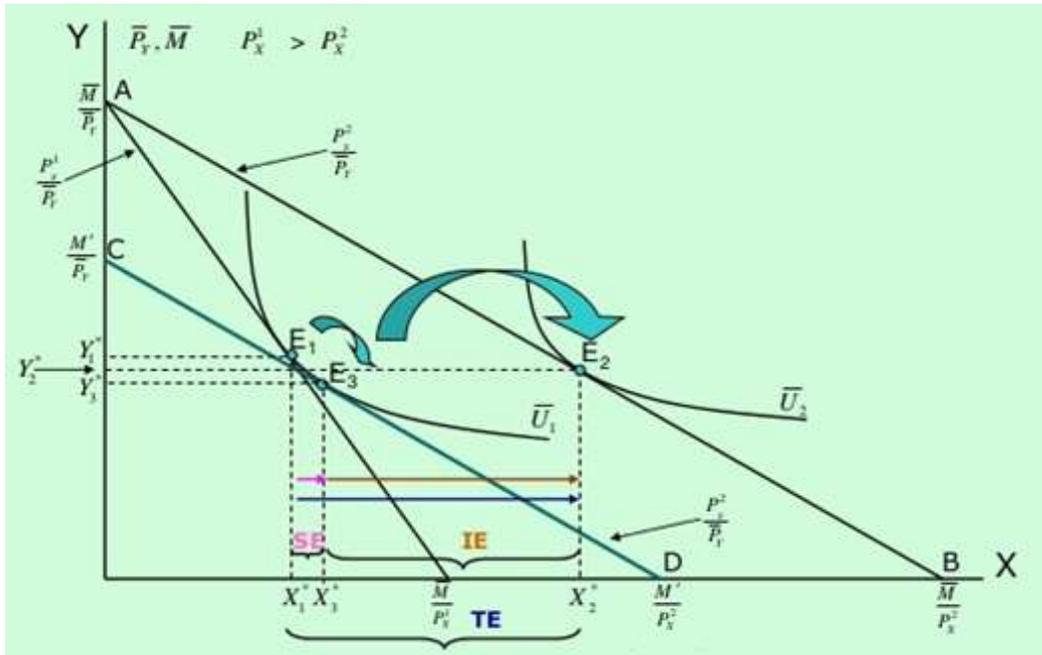


فالمستهلك أصلاً كان عند نقطة التوازن  $E_1$  على خط الميزانية  $AA'$  وبعد انخفاض سعر السلعة  $X$  انتقل المستهلك إلى نقطة التوازن  $E_2$  على خط السعر  $AB$ . فلو أن دخله نقص بالمقدار  $(BD \cdot P_X)$  وأصبح خط الميزانية  $CD$  فإن المستهلك لا يزال يستطيع شراء المجموعة من السلعة  $X$  و  $Y$  التي تمثلها نقطة التوازن  $E_1$ . ولكن المستهلك نظراً لانخفاض سعر السلعة  $X$  بالنسبة لسعر السلعة  $Y$ ، سيقوم بحلال السلعة  $X$  محل السلعة  $Y$  ويشتري المجموعة التي تمثلها نقطة التوازن  $E_3$ . فالانتقال من  $E_1$  إلى  $E_3$  ( $X_3 - X_1$ ) هو أثر الاحلال، والانتقال من  $E_3$  إلى  $E_2$  ( $X_2 - X_3$ ) هو أثر الدخل.

العرض السابق لتوضيح أثر الدخل وأثر الاحلال هو العرض الذي اتبعه الروسي سلوتسكي Eugene Slutsky، حيث يظهر منه أن أثر الاحلال يؤدي بالمستهلك إلى أن ينتقل إلى منحنى سواء أعلى من المنحنى السابق كما سبق أن أوضحنا.

## 2.7 طريقة هيكس

يميل بعض الاقتصاديين وعلى رأسهم الاقتصادي الأمريكي John R. Hicks إلى إظهار أثر الاحلال بأن المستهلك لا ينتقل من منحنى سواء إلى منحنى سواء آخر وإنما يتحرك على نفس منحنى سواء وذلك ليزيد من كمية استهلاكه للسلعة التي انخفض سعرها. ويمكن إيضاح ذلك بالرسم البياني الآتي:



يوضح هذا الشكل أن المستهلك يستهلك السلعتين  $x$  و  $y$  وأنه كان أصلاً عن نقطة التوازن  $E_1$  على منحنى السواء الأول  $U_1$  حيث يمس خط الميزانية  $AA$  المنحنى المذكور عند النقطة  $E_1$ . ونتيجة لانخفاض سعر السلعة  $x$  مع بقاء سعر السلعة  $y$  دون تغيير، فإن خط السعر الجديد يصبح  $AB$  وهو يمس منحنى السواء الثاني  $U_2$  عند النقطة  $E_2$ . وبناء على ذلك فإن المستهلك ينتقل من نقطة التوازن  $E_1$  إلى نقطة التوازن  $E_2$ . ويصبح يستهلك الكمية  $X_2$  بدلاً من  $X_1$ .

إلا أننا كما سبق وأن أوضحنا، نستطيع أن نقسم أثر انخفاض سعر السلعة  $x$  إلى أثرين: أثر الدخل وهو الأثر الناتج عن زيادة القوة الشرائية (أو الدخل الحقيقي) للمستهلك نتيجة انخفاض سعر السلعة  $x$ . والأثر الثاني هو الذي ترتب على أن السلعة  $x$  أصبحت أرخص من السلعة  $y$  مما يشجع المستهلك على إحلال السلعة  $x$  محل السلعة  $y$ .

ويوضح أثر الدخل برسم خط سعر جديد  $CD$  موازي لخط الميزانية الثاني  $AB$  بحيث يمثل الزيادة في الدخل الحقيقي (القوة الشرائية) التي ترتبت على انخفاض سعر السلعة  $x$ . ويمس خط الميزانية الجديد  $CD$  منحنى السواء الأول في النقطة  $E_3$ . وبذلك يكون الانتقال من نقطة التوازن  $E_1$  إلى نقطة التوازن  $E_3$  يمثل أثر الاحلال، والانتقال من نقطة التوازن  $E_3$  إلى  $E_2$  يمثل أثر الدخل.

ونستطيع أن نرسم منحنى استهلاك الدخل بأن نصل بين نقطتي التوازن  $E_2$  و  $E_3$ ، وبالمثل منحنى الاستهلاك السعر بأن نصل بين نقطتي التوازن  $E_1$  و  $E_2$ . وبذلك يكون أثر الاحلال هو زيادة الكمية المستهلكة من السلعة  $x$  من  $X_1$  إلى  $X_3$ ، وأثر الاحلال هو زيادة الكمية المستهلكة من  $X_3$  إلى  $X_2$ .

### 3.7 مثال تطبيقي حول أثر الاحلال وأثر الدخل بطريقتي هيكس وسلوتسكي

نتكن لديك المعطيات التالية:

$$UT = XY \text{ دالة المنفعة:}$$

$$R = 100 \text{ um الدخل:}$$

$$p_x = 2 \text{ um}; p_y = 1 \text{ um} \text{ الأسعار:}$$

المطلوب:

1/ أوجد نقطة التوازن A.

2/ أوجد نقطة التوازن B إذا انخفض سعر السلعة X إلى 1 وحدة نقدية ( $p_x = 1 \text{ um}$ ).

3/ أوجد أثر السعر، أثر الاحلال، وأثر الدخل بطريقتي هيكس وسلوتسكي.

4/ قدم التمثيل البياني للحالات السابقة وفقا لكل طريقة.

الحل:

1/ نقطة التوازن

$$\frac{UM_x}{p_x} = \frac{UM_y}{p_y} \Rightarrow \frac{Y}{2} = \frac{X}{1} \Rightarrow x = \frac{1}{2}y$$

$$R = x \cdot p_x + y \cdot p_y \Rightarrow 100 = 2x + y$$

$$100 = 2\left(\frac{1}{2}y\right) + y \Rightarrow y = \frac{100}{2} = 50 \Rightarrow x = 25$$

$$A(25; 50) \Rightarrow UT = XY = (25)(50) = 1250 \text{ uu}$$

التمثيل البياني:

$$XY = 1250 \Rightarrow y = \frac{1250}{x}$$

x	20	30	40	50	60	70	70	80	90	100
y	62,5	41,6	31,2	25	20,8	17,8	17,6	15,6	13,9	12,5

$$100 = 2x + y \Rightarrow y = 100 - 2x$$

X	0	50
Y	100	0

2/ نقطة التوازن إذا انخفض سعر السلعة X إلى ( $p_x = 1 \text{ um}$ )

$$\frac{UM_x}{p_x} = \frac{UM_y}{p_y} \Rightarrow \frac{Y}{1} = \frac{X}{1} \Rightarrow x = y$$

$$100 = x + y \Rightarrow 100 = y + y \Rightarrow y = \frac{100}{2} = 50$$

$$x = y = 50 \Rightarrow x = 50$$

$$B(50 ; 50) \Rightarrow UT = XY = (50)(50) = 2500 \text{ uu}$$

التمثيل البياني:

$$XY = 2500 \Rightarrow y = \frac{2500}{x}$$

x	20	30	40	50	60	70	70,71	80	90	100
y	125	83,3	62,5	50	41,6	35,7	35,36	31,2	27,7	25

$$100 = x + y \Rightarrow y = 100 - x$$

X	0	100
Y	100	0

المحاضرة العاشرة: نظرية المنفعة الترتيبية (تابع)

3/ إيجاد أثر الاحلال وأثر الدخل

طريقة هيكس

لإيجاد أثر الاحلال وأثر الدخل بطريقة هيكس نقوم بتحديد نقطة التوازن الوهمية والتي تتحدد بالمساواة بين ميل منحنى السواء الأصلي (على أساس أن المستهلك يتحرك على نفس منحنى السواء وذلك بزيادة طلبه على السلعة X التي انخفض سعرها لتحل محل السلعة Y التي بقي سعرها ثابت وذلك للمحافظة على نفس المستوى من الاشباع) وبين ميل خط الميزانية الجديد (بعد تغير سعر السلعة X)

$$\text{منحنى السواء الأصلي } y = \frac{1250}{x} \quad \text{ميله: } \frac{\partial y}{\partial x} = \frac{-1250}{x^2}$$

$$\text{ميل خط الميزانية الجديد (بعد تغير السعر): } \frac{\partial y}{\partial x} = \frac{-Px}{Py} = \frac{-1}{1} = -1$$

$$\text{شرط التوازن: ميل منحنى السواء} \frac{\partial y}{\partial x} = \text{ميل خط الميزانية} \frac{-Px}{Py}$$

$$\frac{\partial y}{\partial x} = \frac{-Px}{Py} \Rightarrow \frac{-1250}{x^2} = -1 \Rightarrow x = \sqrt{1250} = 35.35$$

$$y = \frac{1250}{x} = \frac{1250}{35.35} = 35.35$$

$$C(35.35 ; 35.35) \Rightarrow UT = XY = (35.35)(35.35) = 1250 \text{ uu}$$

التمثيل البياني:

$$XY = 1250 \Rightarrow y = \frac{1250}{x} \text{ (نفس منحنى السواء الأصلي)}$$

قيد الميزانية المقابل لنقطة التوازن الوهمية: يتطلب تحديد الدخل اللازم للمحافظة على نفس المستوى من الاشباع بالكميات التوازنية الجديدة وبالأسعار الجديدة.

$$R = x \cdot p_x + y \cdot p_y \Rightarrow R = (1) \cdot (35.35) + (1) \cdot (35.35) = 70.7$$

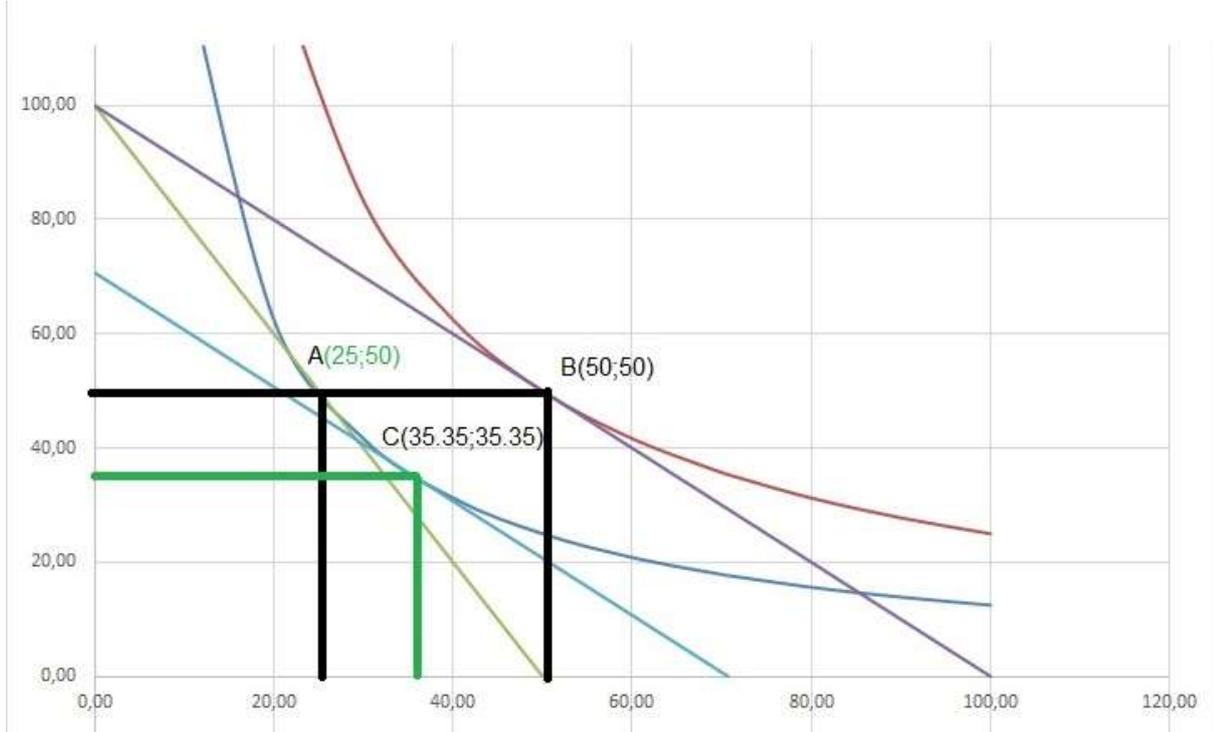
$$70.7 = x + y \Rightarrow y = 70.7 - x$$

X	0	70.7
Y	70.7	0

$$ES = X_C - X_A = 35.35 - 25 = 10.35 \quad \text{أثر الاحلال ES:}$$

$$ER = X_B - X_C = 50 - 35.35 = 14.65 \quad \text{أثر الدخل ER:}$$

$$EP = ES + ER = 10.35 + 14.65 = 25 \quad \text{اثر السعر EP: (الأثر الكلي)}$$



### طريقة سلوتسكي Slutsky

لإيجاد أثر الاحلال وأثر الدخل **بطريقة سلوتسكي** نقوم بتحديد نقطة التوازن الوهمية والتي تتحدد بقيد الميزانية يكون فيه دخل المستهلك المناسب للحصول على نفس الكميات التوازنية الاصلية أقل عند انخفاض سعر السلعة x أي:

$$R = x \cdot p_x + y \cdot p_y \Rightarrow R = (1) \cdot (25) + (1) \cdot (50) = 75$$

أي أنه بمستوى الدخل 75 يمكن للمستهلك الحصول على كميات التوازن الأصلية، لكن هذه الكميات هي لا تمثل أقصى ما يمكن للمستهلك تحقيقه من اشباع في ظل هذه الظروف الجديدة:

$$R = x \cdot p_x + y \cdot p_y \Rightarrow 75 = x + y$$

توازن المستهلك:

$$\frac{UM_x}{p_x} = \frac{UM_y}{p_y} \Rightarrow \frac{Y}{1} = \frac{X}{1} \Rightarrow \Rightarrow y = x$$

$$R = x \cdot p_x + y \cdot p_y$$

$$75 = x + y \Rightarrow 100 = x + x \Rightarrow x = \frac{75}{2} = 37.5 \Rightarrow y = 37.5$$

$$A(37.5 ; 37.5) \Rightarrow UT = XY = (37.5)(37.5) = 1406.25 \text{ uu}$$

التمثيل البياني:

بالنسبة للتوازن الأصلي والتوازن بعد تغير السعر هو نفسه في الطريقة السابقة أما التوازن الوهمي:

$$XY = 1406.25 \Rightarrow y = \frac{1406.25}{x}$$

x	20	30	40	50	60	70	80	90	100
y	70,3	46,8	35,1	28,1	23,4	20,0	17,5	15,6	14,06

$$75 = x + y \Rightarrow y = 75 - x$$

X	0	75
Y	75	0

$$ES = X_C - X_A = 37.5 - 25 = 12.5$$

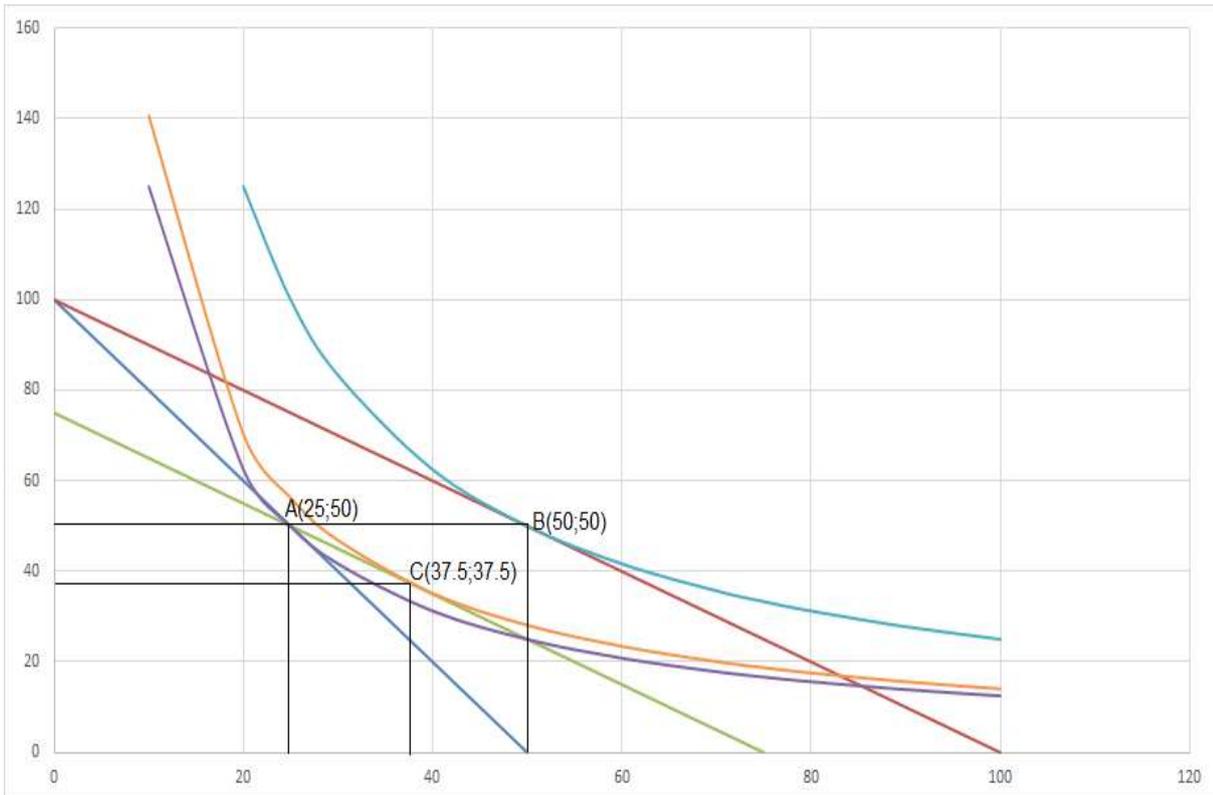
أثر الاحلال ES:

$$ER = X_B - X_C = 50 - 37.5 = 12.5$$

أثر الدخل ER:

$$EP = ES + ER = 12.5 + 12.5 = 25$$

اثر السعر EP: (الأثر الكلي)



## 8. تحليل منحنيات السواء وتحليل المنفعة الكلاسيكي

في التحليل الكلاسيكي للمنفعة وجدنا أن المستهلك يقوم بالإنفاق على سلعة ما بحيث تتعادل الأهمية الحدية لهذه السلعة - محسوبة بوحدات من النقود - مع سعرها النقدي، ويكون هذا الوضع بالنسبة لكل السلع. ومعنى ذلك أن المستهلك يقوم بإنفاق دخله المحدود على السلع التي يرغب في شرائها بحيث تتناسب المنافع الحدية لهذه السلع مع أسعارها. وينتهي التحليل الكلاسيكي إلى أن المستهلك يحقق أكبر اشباع ممكن عندما ينفق دخله بطريقة تجعل:

$$\lambda = \frac{Um_x}{p_x} = \frac{Um_y}{p_y} \Rightarrow \frac{Um_x}{Um_y} = \frac{p_x}{p_y}$$

ومن التحليل السابق لمنحنيات السواء عرفنا المعدل الحدي لاحتلال السلعة X محل Y بأنه عدد الوحدات من السلعة Y اللازمة لتحل محل وحدة واحدة من السلعة X بشرط بقاء درجة الاشباع على ما هي عليه، حيث توصلنا إلى أن المعدل الحدي لاحتلال السلعة X محل Y عند التوازن يكون مساويا لنسبة أسعار السلعتين X إلى Y أي:

$$TMS_{x \rightarrow y} = \left| \frac{\partial y}{\partial x} \right| = \left| \frac{p_x}{p_y} \right|$$

وبذلك يمكننا استنتاج المعادلة التالية التي تجمع بين التحليل الكلاسيكي للمنفعة وتحليل منحنيات

السواء:

$$TMS_{x \rightarrow y} = \left| \frac{\partial y}{\partial x} \right| = \frac{Um_x}{Um_y} = \frac{p_x}{p_y}$$

## المحاضرة الحادي عشر: نظرية الطلب

### 1. الطلب

الطلب هو الكميات المختلفة من سلعة ما التي يرغب ويستطيع المستهلكون الافراد شراءها من السوق عند كل سعر محدد خلال فترة زمنية محددة.

يتم التعبير عن الطلب بالصيغة الرياضية التالية:

$$x = f(p_x)$$

حيث:  $x$  الكمية المطلوبة من سلعة ما، و  $p_x$  سعرها في السوق.

فالشرطين الأساسيين لوجود الطلب هما الرغبة في الشراء والقدرة على الشراء، فالرغبة وحدها لا تكفي (لان رغبات الفرد لا نهائية)، ولا يتحقق الطلب بوجود القدرة على الشراء (الدخل) إذا لم تتوفر الرغبة في الشراء.

يتضح من التعريف أنه توجد علاقة بين السعر والكمية المطلوبة، فالطلب يتأثر بالسعر وبالفترة التي يتم الطلب خلالها. والعلاقة بين الطلب والسعر هنا هي علاقة عكسية (بعكس العلاقة بين العرض والسعر)، حيث أن ارتفاع سعر السلعة مع ثبات العوامل الأخرى يؤدي إلى انخفاض الكمية المطلوبة منها، وانخفاض السعر يزيد من الطلب عليها، فكلما انخفض سعر سلعة ما في السوق كلما زادت الكميات المطلوبة منها، و كلما ارتفع سعر السلعة في السوق كلما انخفضت الكمية المطلوبة منها، وهذا ما يعرف بقانون الطلب (أي  $\frac{\partial x}{\partial p_x} < 0$ ).

### 2. منحنى الطلب الفردي ومنحنى الطلب السوقي

منحنى طلب المستهلك هو عبارة عن التمثيل البياني للعلاقة العكسية بين سعر السلعة والكمية المطلوبة منها.

#### مثال 1:

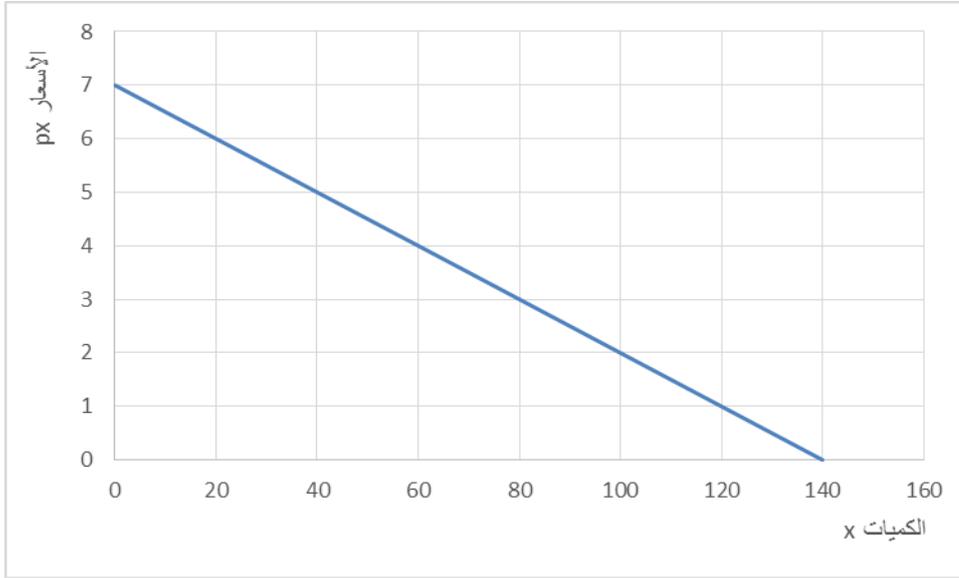
يوضح الجدول التالي الكميات المطلوبة من مستهلك ما من سلعة  $x$  عند مستويات مختلفة من الأسعار:

$p_x$	0	1	2	3	4	5	6	7
$x$	140	120	100	80	60	40	20	0

يوضح هذا الجدول تأثير سعر السلعة على الكمية المطلوبة منها، وذلك في فترة زمنية محددة. حيث يتضح أن هذا التأثير عكسي، أي أن ارتفاع السعر يؤدي الى انخفاض الكمية المطلوبة، كما يؤدي

انخفاض السعر الى الكمية المطلوبة. وهنا يجب أن نشير إلى وجود عوامل أخرى تؤثر على الكمية المطلوبة افتراضنا ثباتها.

التمثيل البياني لجدول الطلب السابق يأخذ الشكل التالي:



أما منحنى طلب السوق فهو عبارة عن تجميع لمنحنيات طلب جميع المستهلكين لنفس السلعة عند مستويات مختلفة من الأسعار خلال فترة زمنية محددة.

مثال 2:

يوضح الجدول التالي الكميات المطلوبة من ثلاثة مستهلكين للسلعة X عند مستويات مختلفة من

الأسعار:

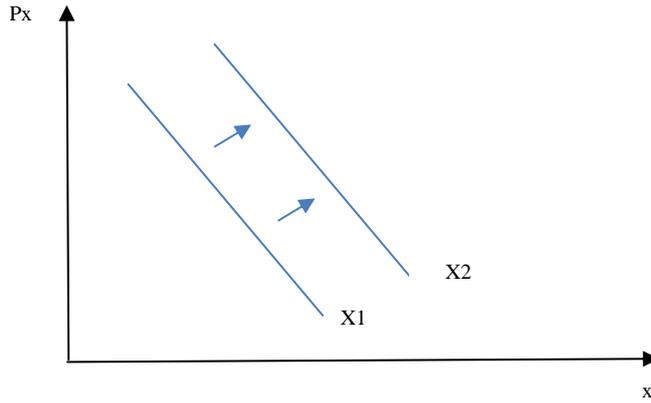
px	0	1	2	3	4	5	6	7
X1	140	120	100	80	60	40	20	0
X2	200	190	180	170	160	150	140	130
X3	70	60	50	40	30	20	10	0
DX	<b>410</b>	<b>370</b>	<b>330</b>	<b>290</b>	<b>250</b>	<b>210</b>	<b>170</b>	<b>130</b>

يوضح هذا الجدول أننا حصلنا على طلب السوق بتجميع الكميات التي يشتريها كل المستهلكين

عند المستويات المختلفة للسعر خلال فترة زمنية محددة.

### 3. محددات الطلب

عندما تتغير الكميات المطلوبة من سلعة ما بسبب تغير السعر وبقاء بقية العوامل المؤثرة في الطلب ثابتة نقول عن ذلك تغير في الكمية المطلوبة. ويعني ذلك بياننا الانتقال من نقطة إلى أخرى على نفس منحنى الطلب. أما التغير في الطلب، فيعني انتقال منحنى الطلب بأكمله إلى اليمين أو إلى اليسار بفعل تأثير عوامل أخرى غير سعر السلعة الذي يبقى ثابتا.



تسمى مجموعة العوامل التي تؤثر في الطلب بمحددات الطلب، ومن أهمها:

- **دخل المستهلك:** يؤدي تزايد دخول المستهلكين بشكل عام إلى زيادة قدراتهم على شراء كميات أكبر من السلع عند المستوى ذاته من الأسعار (والعكس بالعكس)، وهذه العلاقة الطردية تنطبق على السلع العادية (كالأدوات الكهربائية والملابس مثلا ...) في حالة ثبات العوامل الأخرى، وبالتالي انتقال منحنى الطلب إلى اليمين. أما بالنسبة للسلع التي يطلق عليها السلع الرديئة أو الدنيا فالطلب لا يزداد عليها عند زيادة الدخل بل ينخفض، وبالتالي انتقال منحنى الطلب إلى اليسار.

- **أسعار السلع الأخرى:** تؤثر أسعار السلع الأخرى البديلة والمكملة لسلعة ما في الطلب على السلعة، فعلاقة الكمية المطلوبة من سلعة ما  $x$  وأسعار السلع البديلة لها  $y$  هي علاقة طردية، كون أن ارتفاع سعر السلعة البديلة  $y$  يؤدي إلى تخفيض الكمية المطلوبة منها (قانون الطلب) وإحلالها بالسلعة البديلة لها  $x$  التي تؤدي نفس الغرض وبقي سعرها ثابتا، وبالتالي انتقال منحنى الطلب إلى اليمين (والعكس بالعكس). أما علاقة الكمية المطلوبة من سلعة ما  $x$  وأسعار السلع المكملة لها  $z$  هي علاقة عكسية، كون أن انخفاض سعر السلعة المكملة  $z$  يؤدي إلى زيادة الكمية المطلوبة منها (قانون الطلب)، وبما أن  $x$  و  $z$  تكملان بعضهما البعض أو ترتبطان ببعضهما البعض لإشباع نفس الحاجة ذاتها لدى المستهلك، فإن هذا يؤدي إلى زيادة الطلب على السلعة المكملة لها  $x$  التي بقي سعرها ثابتا وبالتالي انتقال منحنى الطلب إلى اليمين.

- **أذواق المستهلكين وعاداتهم:** إن زيادة تفضيل المستهلكين للسلعة سيؤدي إلى زيادة الطلب عليها عند السعر السائد ذاته، ويمكن التأثير على أذواق المستهلكين وميولهم وعاداتهم الاستهلاكية من خلال الدعاية والاعلان عبر وسائل الاعلام المختلفة. فيؤدي تغير ميول المستهلكين لصالح السلعة إلى زيادة الطلب عليها عند نفس الأسعار وبالتالي انتقال منحنى الطلب إلى اليمين (والعكس بالعكس).
- **عدد المستهلكين:** يؤدي تزايد عدد مستهلكي (بسبب زيادة النمو السكاني أو بسبب الهجرة) السلعة المدروسة إلى زيادة الطلب عليها وبالتالي انتقال منحنى الطلب إلى اليمين (والعكس بالعكس).
- **توقعات المستهلكين:** تؤثر توقعات المستهلكين في الطلب على السلع المختلفة، فإذا توقع المستهلكون ارتفاع سعر سلعة ما في المستقبل نتيجة لعدة ظروف (مناخ، نقص الاستيراد، الحروب، ...) سيزداد طلبهم على هذه السلعة، وبالتالي انتقال منحنى الطلب إلى اليمين (والعكس بالعكس).
- **الضرائب والرسوم:** تقوم الحكومات بفرض ضرائب غير مباشرة على استهلاك بعض أنواع السلع الكمالية مما يؤدي إلى ارتفاع أسعارها وبالتالي تراجع الطلب عليها.

## المحاضرة الثاني عشر: نظرية الطلب (تابع)

### 3. اشتقاق دالة الطلب

#### 1.3 اشتقاق دالة الطلب بيانيا

سبق وأن تناولنا اشتقاق منحنى الطلب بيانيا عند دراستنا لأثر تغير سعر سلعة ما على توازن المستهلك حيث يتم استنتاج منحنى الاستهلاك - السعر والذي على أساسه يتم اشتقاق منحنى الطلب على السلعة التي تغير سعرها ومن خلال منحنى الطلب على السلعة يمكن الحصول على التمثيل الرياضي لدالة الطلب بالأساليب الرياضية المعتمدة في ذلك.

نقوم باشتقاق دالة الطلب على السلعة X في المثال التالي:

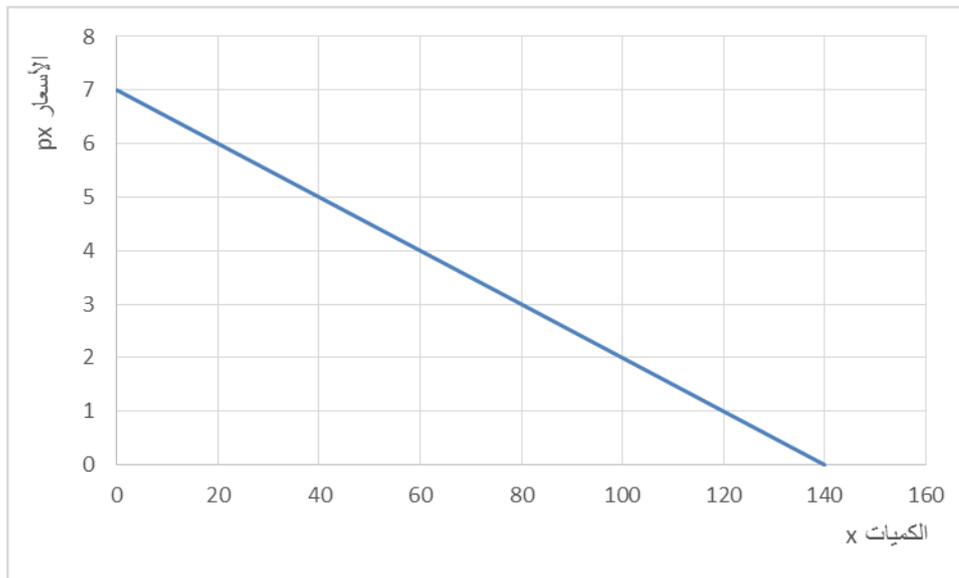
#### مثال 3:

يوضح الجدول التالي الكميات المطلوبة من مستهلك ما من سلعة X عند مستويات مختلفة من

الأسعار:

px	0	1	2	3	4	5	6	7
x	140	120	100	80	60	40	20	0

التمثيل البياني لجدول الطلب السابق يأخذ الشكل التالي:



نلاحظ في هذا المثال وجود علاقة خطية بين الكمية المطلوبة من السلعة X وسعرها، وبالتالي يمكن تمثيلها بمعادلة من الدرجة الأولى تكون فيها الكمية المطلوبة X (المتغير التابع) دالة في سعرها px (المتغير المستقل):

$$x = a \cdot p_x + b$$

حيث:

$b$  تمثل الطلب المستقل على السلعة  $x$  عندما تكون هذه السلعة مجانية، وبيانها هي نقطة تقاطع منحنى الطلب مع محور الكميات أي:

$$b: p_x = 0 \Rightarrow x = 140 \Rightarrow b = 140$$

$a$  تمثل مقدار التغير في الكمية المطلوبة من السلعة  $x$  عند تغير سعرها بوحدة واحدة (ميل منحنى الطلب) أي:

$$a = \frac{\Delta x}{\Delta p_x} = \frac{60-80}{4-3} = -20$$

ومنه تصبح دالة الطلب الممثلة للسلعة  $x$  في هذه الحالة من الشكل:

$$x = -20p_x + 140$$

### 2.3 اشتقاق دالة الطلب رياضيا

لإيجاد دالة الطلب الفردي نستعمل نفس طرق إيجاد نقطة التوازن التي تم تناولها سابقا في نظرية المنفعة (أي طريقة شرطي التوازن، طريقة الإحلال والاستبدال وطريقة مضاعف لاغرونج) بدلالة المتغيرات  $x, y, p_x, p_y, R$  أي دون القيام بأي تعويض عددي.

مثال 4:

دالة منفعة مستهلك ما من الشكل التالي:

$$Ut(x; y) = \frac{1}{2}x^2y^2$$

المطلوب:

إيجاد دالتي الطلب على السلعتين  $x$  و  $y$  بمختلف طرق التوازن

الحل:

طريقة شرطي توازن المستهلك:

$$\begin{cases} \frac{Um_x}{p_x} = \frac{Um_y}{p_y} \\ R = x \cdot p_x + y \cdot p_y \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \frac{xy^2}{p_x} = \frac{x^2y}{p_y} \\ R = x \cdot p_x + y \cdot p_y \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} y \cdot p_y = x \cdot p_x \\ R = x \cdot p_x + y \cdot p_y \end{cases}$$

$$R = x \cdot p_x + x \cdot p_x \Rightarrow R = 2 \cdot x \cdot p_x \Rightarrow x = \frac{R}{2p_x}$$

$$R = y \cdot p_y + y \cdot p_y \Rightarrow R = 2 \cdot y \cdot p_y \Rightarrow y = \frac{R}{2p_y}$$

طريقة مضاعف لاغرونج:

$$\begin{cases} \text{Max } Ut(x; y) = \frac{1}{2}x^2y^2 \\ s/c \\ R = x \cdot p_x + y \cdot p_y \end{cases}$$

$$L = \frac{1}{2}x^2y^2 + \lambda(R - x \cdot p_x - y \cdot p_y)$$

$$\begin{cases} L'_x = 0 \\ L'_y = 0 \\ L'_\lambda = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} xy^2 - p_x\lambda = 0 \\ x^2y - p_y\lambda = 0 \\ R = x \cdot p_x + y \cdot p_y \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \lambda = \frac{xy^2}{p_x} \\ \lambda = \frac{x^2y}{p_y} \\ R = x \cdot p_x + y \cdot p_y \end{cases}$$

$$\lambda = \frac{xy^2}{p_x} = \frac{x^2y}{p_y} \Rightarrow y \cdot p_y = x \cdot p_x$$

$$R = x \cdot p_x + x \cdot p_x \Rightarrow R = 2 \cdot x \cdot p_x \Rightarrow x = \frac{R}{2p_x}$$

$$R = y \cdot p_y + y \cdot p_y \Rightarrow R = 2 \cdot y \cdot p_y \Rightarrow y = \frac{R}{2p_y}$$

ومنه دالة الطلب على السلعة x من الشكل  $x = \frac{R}{2p_x}$  والسلعة y من الشكل  $y = \frac{R}{2p_y}$ .

## المحاضرة الثالث عشر: نظرية الطلب (تابع)

### 4. مرونة الطلب

إن مفهوم المرونة بالأساس هو مفهوم فيزيائي تم تطبيقه على العلاقات القائمة بين المتغيرات الاقتصادية ويستخدم على نطاق واسع في الكثير من الدراسات الاقتصادية، وخاصة في دراسة علاقة الطلب بمحددات الطلب وعلاقة العرض بمحددات العرض. وتساعدنا فكرة المرونة في الإجابة على الكثير من الأسئلة. لماذا يقوم تجار بعض السلع (مثل الملابس) بإجراء تخفيضات موسمية على سلعهم ولا يقوم بذلك تجار سلع أخرى (مثل القهوة والشاي)؟ ولماذا لا تتخفف الكمية المطلوبة من سلعة ما إذا ارتفع سعرها (مثل الملح)؟

تعني المرونة بشكل عام مدى استجابة المتغير التابع للتغيرات الحاصلة في المتغير المستقل. وتعني مرونة الطلب مدى استجابة الكمية المطلوبة من سلعة ما للتغيرات الحاصلة في أحد محددات الطلب. ونظرا لوجود عدة محددات للطلب فإنه يوجد عدة أنواع لمرونة الطلب. منها: مرونة الطلب السعرية، مرونة الطلب الدخلية ومرونة الطلب المتقاطعة.

### 1.4 مرونة الطلب السعرية:

هي مقياس لدرجة استجابة الكمية المطلوبة للتغير في السعر عند ثبات العوامل الأخرى المؤثرة في الطلب، ويعبر عنها رياضيا بحاصل قسمة التغير النسبي في الكمية المطلوبة إلى التغير النسبي في السعر أي:

$$E_{p_x}^d = \frac{\frac{\Delta x}{x}}{\frac{\Delta p_x}{p_x}} = \frac{\Delta x}{x} \cdot \frac{p_x}{\Delta p_x} = \frac{\Delta x}{\Delta p_x} \cdot \frac{p_x}{x} = \frac{\partial x}{\partial p_x} \cdot \frac{p_x}{x}$$

تعبّر قيمة المرونة عن النسبة المئوية للتغير في الكمية المطلوبة عند تغير السعر بنسبة 1% مع ثبات العوامل الأخرى. ونظرا للعلاقة العكسية بين الكميات المستهلكة من سلعة ما وسعرها تكون المرونة السعرية سالبة.

ويمكن تفسير قيمة معامل المرونة ونوع السلعة من خلال الجدول التالي:

التمثيل البياني	التفسير	قيمة المرونة $E_{p_x}^d$
	<p><b>الطلب متكافئ المرونة:</b> التغير النسبي في السعر يؤدي إلى نفس التغير النسبي في الطلب. (سلعة عادية)</p>	$E_{p_x}^d = -1$
	<p><b>الطلب مرن نسبيا:</b> التغير نسبي في السعر يؤدي إلى تغير نسبي أكبر في الطلب. (سلعة غير ضرورية)</p>	$E_{p_x}^d < -1$
	<p><b>الطلب غير مرن نسبيا:</b> التغير النسبي في السعر يؤدي إلى تغير نسبي أصغر في الطلب. (سلعة ضرورية)</p>	$E_{p_x}^d > -1$
	<p><b>الطلب عديم المرونة:</b> التغير النسبي في سعر السلعة X لا يؤثر على الكميات المطلوبة من هذه السلعة. (ضرورية جدا)</p>	$E_{p_x}^d = 0$
	<p><b>الطلب تام المرونة:</b> تغير نسبي صغير جدا في السعر يؤدي إلى تغير نسبي كبير جدا في الطلب. (كمالية)</p>	$E_{p_x}^d = -\infty$

مثال 5: أحسب مرونة الطلب السعرية عند الانتقال من نقطة إلى أخرى بالاعتماد على جدول الطلب التالي

النقطة	A	B	C	D	E
$P_x$	0	1	2	3	4
$X$	20	18	15	7.5	4

$$A \rightarrow B: E_{p_x}^d = \frac{\Delta x}{\Delta p_x} \cdot \frac{p_x}{x} = \frac{18-20}{1-0} \cdot \frac{0}{20} = 0 \quad \text{الحل:}$$

طلب عديم المرونة: عند تغير سعر السلعة بنسبة 1% تتغير الكمية المطلوبة بنسبة 0% في الاتجاه المعاكس، ومنه السلعة ضرورية جدا.

$$B \rightarrow C: E_{p_x}^d = \frac{\Delta x}{\Delta p_x} \cdot \frac{p_x}{x} = \frac{15-18}{2-1} \cdot \frac{1}{18} = -0.16$$

طلب غير مرن: عند تغير سعر السلعة بنسبة 1% تتغير الكمية المطلوبة بنسبة 0.16% في الاتجاه المعاكس، ومنه السلعة ضرورية.

$$C \rightarrow D: E_{p_x}^d = \frac{\Delta x}{\Delta p_x} \cdot \frac{p_x}{x} = \frac{7.5-15}{3-2} \cdot \frac{2}{15} = -1$$

طلب متكافئ المرونة: عند تغير سعر السلعة بنسبة 1% تتغير الكمية المطلوبة بنسبة 1% في الاتجاه المعاكس، ومنه السلعة عادية.

$$D \rightarrow E: E_{p_x}^d = \frac{\Delta x}{\Delta p_x} \cdot \frac{p_x}{x} = \frac{4-7.5}{4-3} \cdot \frac{3}{7.5} = -1.4$$

طلب مرن: عند تغير سعر السلعة بنسبة 1% تتغير الكمية المطلوبة بنسبة 1.4% في الاتجاه المعاكس، ومنه السلعة غير ضرورية.

نلاحظ أنه كلما زاد سعر السلعة كلما ارتفعت قيمة معامل المرونة وانخفضت درجة الحاجة إليها من كونها سلعة ضرورية جدا إلى سلعة غير ضرورية.

**مثال 6:** أحسب مرونة الطلب السعرية لسلعة ما دالة الطلب عليها من الشكل  $x = 140 - 20p_x$  عند الأسعار  $p_x = 1, p_x = 3.5, p_x = 5$  وفسرها؟

$$p_x = 1 \Rightarrow E_{p_x}^d = \frac{\partial x}{\partial p_x} \cdot \frac{p_x}{x} = -20 \cdot \frac{1}{140-20(1)} = -0.16$$

طلب غير مرن: عند تغير سعر السلعة بنسبة 1% تتغير الكمية المطلوبة بنسبة 0.16% في الاتجاه المعاكس، ومنه السلعة ضرورية.

$$p_x = 3.5 \Rightarrow E_{p_x}^d = \frac{\partial x}{\partial p_x} \cdot \frac{p_x}{x} = -20 \cdot \frac{3.5}{140-20(3.5)} = -1$$

طلب متكافئ المرونة: عند تغير سعر السلعة بنسبة 1% تتغير الكمية المطلوبة بنسبة 1% في الاتجاه المعاكس، ومنه السلعة عادية.

$$p_x = 5 \Rightarrow E_{p_x}^d = \frac{\partial x}{\partial p_x} \cdot \frac{p_x}{x} = -20 \cdot \frac{5}{140-20(5)} = -2.5$$

طلب مرن: عند تغير سعر السلعة بنسبة 1% تتغير الكمية المطلوبة بنسبة 2.5% في الاتجاه المعاكس، ومنه السلعة غير ضرورية.

## المحاضرة الرابع عشر: نظرية الطلب (تابع)

### 1.1.4 العوامل المحددة لمرونة الطلب السعرية

لاحظنا في المثال السابق أن مرونة الطلب السعرية تأخذ قيما مختلفة، والسؤال المطروح: لماذا تختلف درجة استجابة الكمية المطلوبة للتغير في السعر من سلعة لأخرى؟

هناك مجموعة من العوامل التي تؤثر في مرونة الطلب السعرية وتجعلها تختلف من سلعة لأخرى تسمى بمحددات مرونة الطلب ومن أهمها:

- مدى توفر سلع بديلة للسلعة: كلما توفر للسلعة عدد من البدائل القريبة كلما كان الطلب عليها أكثر مرونة، فمثلا يؤدي ارتفاع أسعار اللحوم الحمراء إلى انخفاض الكمية المطلوبة منها بفعل تحول المستهلكين إلى استهلاك اللحوم البيضاء ما دامت الخيرة متوفرة واسعارها لم تتغير. وعدم توفر البدائل القريبة للسلعة يجعل الطلب عليها غير مرن للسعر، فمثلا الطلب على بنزين السيارات أقل مرونة للتغير في السعر. وتتوقف درجة المرونة أيضا على مدى قدرة السلعة البديلة على الحول محلها، فالملح مثلا سلعة ليس لها بديل وبالتالي الطلب عليها غير مرن.

- مدى ضرورة السلعة: يكون الطلب على السلع الضرورية (تلك التي تشبع حاجة أساسية لدى المستهلك) غير مرن، فكلما كانت السلعة ضرورية بالنسبة للمستهلك كلما كان الطلب عليها أقل مرونة، فالمستهلك سوف يطلب السلع الضرورية حتى لو ارتفع سعرها. وتتوقف المرونة هنا على مدى الحاجة للسلعة. فالمستهلك لن يغير كثيرا من الكمية التي يطلبها من الخبز والأرز والدواء عند ارتفاع أسعارهم، وذلك بعكس السلع الكمالية (الهواتف الذكية مثلا) التي يكون الطلب عليها كبير المرونة نظرا لإمكانية التخلي عنها عند ارتفاع سعرها، وزيادة الطلب عليها عند انخفاض أسعارها، وهذا ما يفسر الحملات الاعلانية وتخفيضات الأسعار التي يقوم بها بائعو هذه السلع لتسويقها.

- درجة تكامل السلعة مع سلع أخرى في الاستهلاك: إذا كانت السلعة مكاملة لسلعة أخرى في الاستخدام أو الاستهلاك، فإن الطلب عليها يكون في العادة غير مرن، فعلى سبيل المثال البنزين سلعة مكاملة لاستخدام السيارة في التنقل، لذلك فإن الكمية المطلوبة من البنزين لا تتأثر إلى حد ما بالارتفاع في أسعارها نظرا لارتباط استخدامها بالسيارة.

- حصة السلعة من دخل المستهلك وحجم الدخل: يتميز الطلب على السلع التي يكون نصيبها من الدخل مرتفعا بالمرونة، فكلما كان نصيب السلعة من دخل المستهلك مرتفعا كلما كان الطلب عليها أكثر مرونة. فأى تغير في سعر السلعة سيكون له تأثير كبير على الكمية المطلوبة منها (مثل أجهزة

الحاسوب والتلفزيون والسيارة). وذلك بعكس السلع التي يكون نصيبها من الدخل منخفضا، حيث يكون الطلب عليها غير مرن. فتغير أسعار هذه السلع لن يكون له تأثير كبير على الكمية المطلوبة منها كون المستهلك لا يعير تلك التغيرات اهتمام كبير. إضافة إلى ذلك فإن لحجم الدخل تأثير على مرونة الطلب، فطلب أصحاب الدخل المحدود على سلعة ما يكون أكثر مرونة من طلب الأغنياء أصحاب الدخل المرتفع على نفس السلعة.

#### 2.1.4 علاقة الإيراد الكلي بمرونة الطلب السعرية

يحتاج بعض المنتجين أو البائعين خلال فترة معينة إلى زيادة إيراداتهم الكلية، فهل يقومون بتخفيض أسعار منتجاتهم أم يقوموا بزيادتها؟ وإلى أي مدى يخفضون أو يزيدون الأسعار؟ نتوقف الإجابة على هذا السؤال على مرونة الطلب السعرية من جهة وعلى مستوى السعر الأصلي للسلعة من جهة أخرى. يتمثل الإيراد الكلي للمنتج أو البائع في حاصل ضرب الكمية المنتجة أو المبيعة في السعر أي:

$$RT = x \cdot p_x$$

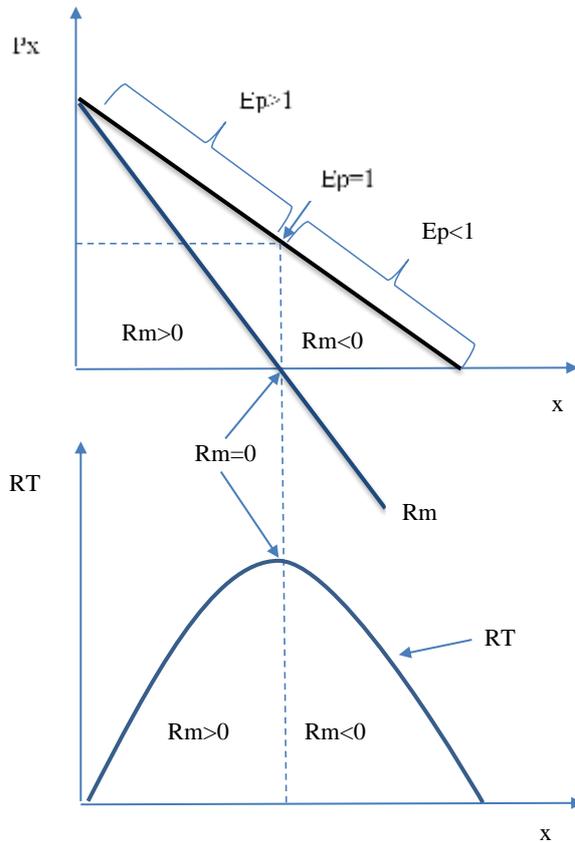
فإذا كان منحنى الطلب على السلعة متكافئ المرونة، فإن التغير النسبي في السعر يساوي التغير النسبي في الكمية لكن في اتجاه عكسي، بحيث أن أثر أحدهما يلغي إثر الآخر تماما، وعلى ذلك فإن الإيراد الكلي لا يتغير عندما يتغير السعر.

وإذا كان منحنى الطلب غير مرن (أي أقل من 1) فإن التغير النسبي في الكمية يكون أقل من التغير النسبي في السعر، ففي هذه الحالة الإيراد الكلي ينخفض بانخفاض السعر ويرتفع بارتفاعه. أما إذا كان منحنى الطلب مرنا (أي أكبر من 1) فإن التغير النسبي في الكمية يكون أكبر من التغير النسبي في السعر، ففي هذه الحالة الإيراد الكلي ينخفض بارتفاع السعر ويرتفع بالإيراد الكلي بانخفاض السعر.

ويمكن تلخيص العلاقة بين التغير في سعر السلعة وبين المرونة والإيراد الكلي في الجدول الآتي:

مرونة الطلب السعرية	طلب غير مرن $E_p > -1$	طلب متكافئ المرونة $E_p = -1$	طلب مرن $E_p > 1$
ارتفاع السعر	ارتفاع الإيراد الكلي	الإيراد الكلي لا يتغير	انخفاض الإيراد الكلي
انخفاض السعر	انخفاض الإيراد الكلي	الإيراد الكلي لا يتغير	ارتفاع الإيراد الكلي

ويمكننا تمثيل العلاقة الموضحة في الجدول بالرسم البياني التالي:



وللتوضيح نأخذ المثال التالي:

### مثال 7:

يمثل الجدول التالي العلاقة بين مرونة الطلب السعرية وبين الإيراد الكلي والإيراد الحدي المحقق نتيجة الطلب على السلعة X عند مستويات مختلفة للسعر:

<b>Px</b>	7	6	5	4	3	2	1	0
<b>X</b>	100	200	300	400	500	600	700	800
<b>RT</b>	700	1200	1500	1600	1500	1200	700	0
<b>Rm</b>	-	500	300	100	-100	-300	-500	-700
<b>Ep</b>	-7	-3	-1.66	-1	-0.6	-0.33	-0.14	

وعليه فإن قيام البائع بتخفيض سعر السلعة يؤدي إلى زيادة الإيراد الكلي إذا كان الطلب عليها مرناً، وإلى انخفاض الإيراد الكلي إذا كان الطلب عليها غير مرناً. والعكس صحيح، حيث أن قيام البائع برفع سعر السلعة يؤدي إلى زيادة الإيراد الكلي إذا كان الطلب عليها غير مرناً، وإلى انخفاض الإيراد الكلي إذا كان الطلب عليها مرناً. ويصل الإيراد الكلي إلى أقصى قيمة له ويكون ثابتاً عندما يكون الطلب على السلعة متكافئ المرونة.

### 3.1.4 علاقة الايراد الحدي بمرونة الطلب السعرية

الايراد الحدي هو مقدار التغير في الايراد الكلي نتيجة زيادة حجم المبيعات بوحدة واحدة. فإذا كان الايراد الكلي متزايد فهذا يعني أن الايراد الحدي موجب وإذا كان الايراد الكلي متناقصا فهذا يعني أن الايراد الحدي سالب. وإذا كان الايراد الكلي ثابتا فإن الايراد الحدي صفر. (أنظر المثال السابق). ويمكن توضيح العلاقة بين الايراد الحدي والمرونة بصيغة رياضية كما يلي:

$$RT = x \cdot p_x$$

$$Rm = \frac{\partial RT}{\partial x} = x \cdot \frac{\partial p_x}{\partial x} + p_x \cdot \frac{\partial x}{\partial x}$$

$$Rm = x \cdot \frac{\partial p_x}{\partial x} + p_x$$

نضرب ونقسم  $x \cdot \frac{\partial p_x}{\partial x}$  في السعر  $p_x$

$$Rm = x \cdot \frac{\partial p_x}{\partial x} \cdot \frac{p_x}{p_x} + p_x$$

$$Rm = p_x \cdot \frac{\partial p_x}{\partial x} \cdot \frac{x}{p_x} + p_x$$

$$Rm = p_x \cdot \frac{1}{\frac{\partial p_x}{\partial x} \cdot \frac{x}{p_x}} + p_x$$

$$Rm = p_x \cdot \frac{1}{E_p^d} + p_x$$

$$Rm = p_x \left[ 1 + \frac{1}{E_p^d} \right]$$

فمثلا:

إذا كانت مرونة الطلب السعرية  $E_p^d = -2$  فإن الطلب مرن والايراد الحدي يكون موجب:

$$Rm = p_x \left[ 1 + \frac{1}{-2} \right] = 0.5p_x \Rightarrow Rm > 0$$

وإذا كانت مرونة الطلب السعرية  $E_p^d = -1$  فإن الطلب متكافئ المرونة والايراد الحدي يكون صفر:

$$Rm = p_x \left[ 1 + \frac{1}{-1} \right] = 0p_x \Rightarrow Rm = 0$$

وإذا كانت مرونة الطلب السعرية  $E_p^d = -0.5$  فإن الطلب غير مرن والايراد الحدي يكون سالب:

$$Rm = p_x \left[ 1 + \frac{1}{-0.5} \right] = -1p_x \Rightarrow Rm < 0$$

المحاضرة الخامسة عشر: نظرية الطلب (تابع)

2.4 مرونة الطلب الدخلية

هي مقياس لدرجة استجابة الكمية المطلوبة للتغير في دخل المستهلك عند ثبات العوامل الأخرى المؤثرة في الطلب، ويعبر عنها رياضياً بحاصل قسمة التغير النسبي في الكمية المطلوبة إلى التغير النسبي في الدخل أي:

$$E_R^d = \frac{\frac{\Delta x}{x}}{\frac{\Delta R}{R}} = \frac{\Delta x}{x} \cdot \frac{R}{\Delta R} = \frac{\Delta x}{\Delta R} \cdot \frac{R}{x} = \frac{\partial x}{\partial R} \cdot \frac{R}{x}$$

تعبر قيمة المرونة عن النسبة المئوية للتغير في الكمية المطلوبة عند تغير الدخل بنسبة 1% مع ثبات العوامل الأخرى.

تسمح مرونة الطلب الدخلية بتحديد مدى أهمية السلعة بالنسبة للمستهلك، حيث يمكن تفسير قيمة معامل المرونة ومدى أهمية السلعة من خلال الجدول التالي:

التمثيل البياني	التفسير	قيمة المرونة $E_R^d$
	التغير النسبي في الدخل يؤدي إلى تغير نسبي أكبر في الكمية المطلوبة في نفس الاتجاه. (سلعة كمالية)	$E_R^d > 1$
	التغير النسبي في الدخل يؤدي إلى تغير نسبي أقل في الكمية المطلوبة في نفس الاتجاه. (سلعة أساسية)	$1 > E_R^d > 0$
	التغير النسبي في الدخل يؤدي إلى تغير نسبي للكمية المطلوبة في الاتجاه المعاكس. (سلعة رديئة أو دنيا)	$E_R^d < 0$

مثال 8:

أحسب مرونة الطلب الدخلية عند ارتفاع دخل المستهلك من 20000 و.ن إلى 25000 و.ن إذا علمت ان الكمية المطلوبة من السلعة x انتقلت من 50 إلى 20 وحدة نتيجة لذلك.

الحل:

$$E_R^d = \frac{\frac{\Delta x}{x}}{\frac{\Delta R}{R}} = \frac{\Delta x}{\Delta R} \cdot \frac{R}{x} = \frac{20-50}{25000-20000} \cdot \frac{20000}{50} = -2.4$$

عند تغير دخل المستهلك بنسبة 1% تتغير الكمية المطلوبة بنسبة 2.4% في الاتجاه المعاكس، ومنه السلعة رديئة (دنيا).

3.4 مرونة الطلب التقاطعية

هي مقياس لدرجة استجابة الكمية المطلوبة للتغير في سعر سلعة أخرى عند ثبات العوامل الأخرى المؤثرة في الطلب، ويعبر عنها رياضيا بحاصل قسمة التغير النسبي في الكمية المطلوبة إلى التغير النسبي في سعر السلعة الأخرى أي:

$$E_{x/p_y}^d = \frac{\frac{\Delta x}{x}}{\frac{\Delta p_y}{p_y}} = \frac{\Delta x}{x} \cdot \frac{p_y}{\Delta p_y} = \frac{\Delta x}{\Delta p} \cdot \frac{p}{x} = \frac{\partial x}{\partial p_y} \cdot \frac{p_y}{x}$$

تعبر قيمة المرونة عن النسبة المئوية للتغير في الكمية المطلوبة عند تغير سعر سلعة أخرى بنسبة 1% مع ثبات العوامل الأخرى.

تسمح مرونة الطلب التقاطعية بتحديد طبيعة العلاقة بين السلع، حيث يمكن تفسير قيمة معامل المرونة وطبيعة هذه العلاقة كما يلي:

التفسير	قيمة المرونة $E_R^d$
تغير سعر السلعة y لا يؤثر على التغير في الكمية المطلوبة من السلعة x ومنه x و y سلعتان مستقلتان.	$E_{x/p_y}^d = 0$
تغير سعر السلعة y يؤثر على التغير في الكمية المطلوبة من السلعة x بشكل إيجابي ومنه x و y سلعتان بديلتان.	$E_{x/p_y}^d > 0$
تغير سعر السلعة y يؤثر على التغير في الكمية المطلوبة من السلعة x بشكل سلبي ومنه x و y سلعتان بديلتان.	$E_{x/p_y}^d < 0$

مثال 9:

أحسب مرونة الطلب التقاطعية بين السلعتين x و y إذا كانت لديك المعلومات التالية:

	1		2	
	p	q	p	q
x	10	20	10	40
y	15	18	12	25

الحل:

$$E_{x/p_y}^d = \frac{\frac{\Delta x}{x}}{\frac{\Delta p_y}{p_y}} = \frac{\Delta x}{\Delta p} \cdot \frac{p}{x} = \frac{40 - 20}{12 - 15} \cdot \frac{15}{20} = -5$$

عند تغيير سعر السلعة y بنسبة 1% تتغير الكمية المطلوبة من السلعة x بنسبة 5% في الاتجاه المعاكس، ومنه السلعتان x و y مكملتان.

مثال 10:

دالة الطلب على السلعة x من الشكل:

$$x = 2R - 10p_x + 20p_y - 15p_z$$

أحسب:

- الكمية المطلوبة من السلعة x إذا علمت أن  $p_x = 1, p_y = 1, p_z = 1, R = 100$
- مرونة الطلب السعرية للسلعة x وفسرها
- مرونة الطلب التقاطعية للسلعة x مع السلعة y، ومع السلعة z مع تفسيرها
- مرونة الطلب الدخلية وفسرها

الحل:

الكمية المطلوبة من السلعة x

$$p_x = 1, p_y = 1, p_z = 1, R = 100 \Rightarrow x = 2(100) - 10(1) + 20(1) - 15(1)$$

$$x = 195$$

مرونة الطلب السعرية للسلعة x

$$p_x = 1 \Rightarrow E_{p_x}^d = \frac{\partial x}{\partial p_x} \cdot \frac{p_x}{x} = -10 \cdot \frac{1}{195} = -0.05$$

طلب غير مرن: عند تغيير سعر السلعة بنسبة 1% تتغير الكمية المطلوبة بنسبة 0.05% في

الاتجاه المعاكس، ومنه السلعة ضرورية.

### مرونة الطلب التقاطعية

$$E_{x/p_y}^d = \frac{\partial x}{\partial p_y} \cdot \frac{p_y}{x} = 20 \cdot \frac{1}{195} = 0.1$$

عند تغير سعر السلعة y بنسبة 1% تتغير الكمية المطلوبة من السلعة x بنسبة 0.1% في نفس الاتجاه، ومنه السلعتان x و y بديلتان.

$$E_{x/p_z}^d = \frac{\partial x}{\partial p_z} \cdot \frac{p_z}{x} = -15 \cdot \frac{1}{195} = -0.07$$

عند تغير سعر السلعة z بنسبة 1% تتغير الكمية المطلوبة من السلعة x بنسبة 0.07% في الاتجاه المعاكس، ومنه السلعتان x و z مكملتان.

### مرونة الطلب الدخلية

$$E_R^d = \frac{\partial x}{\partial R} \cdot \frac{R}{x} = 2 \cdot \frac{100}{195} = 1.02$$

عند تغير دخل المستهلك بنسبة 1% تتغير الكمية المطلوبة بنسبة 1.02% في نفس الاتجاه، ومنه السلعة x سلعة كمالية.

## المحاضرة الأولى: نظرية الإنتاج

### تمهيد

تشبه نظرية الإنتاج نظرية المنفعة في عدة نواحي، ففي نظرية الإنتاج تعتبر الوحدة الاقتصادية موضع التحليل هي المنشأة بدلا من المستهلك الفرد. وكما أن المستهلك يسعى إلى تحقيق أكبر قدر من الاشباع عن طريق الكيفية التي يوزع بها دخله فإن المنشأة في نظرية الإنتاج تسعى إلى تحقيق أكبر قدر من الإنتاج بقدر معين من التكاليف وذلك عن طريق الكيفية التي يمكن بها لهذه المنشأة تجميع عوامل الإنتاج.

يتم تحليل نظرية الإنتاج وفقا لطريقتين: الطريقة التقليدية والتي تقابل التحليل الكلاسيكي للمنفعة، والطريقة الثانية تعرف بتحليل الناتج المتساوي والتكاليف المتساوية وتقابلها طريقة منحنيات السواء.

### أولا/ الطريقة التقليدية

#### 1. دالة الإنتاج

يشير تعبير دالة الإنتاج إلى العلاقة الكمية بين مدخلات المؤسسة من عوامل الإنتاج ومخرجاتها من سلعة ما خلال فترة زمنية معينة، إذ يتوقف حجم الإنتاج على حجم الموارد المستخدمة في العملية الإنتاجية. ويعبر عنها رياضيا بالصيغة التالية:

$$x = f(L, K)$$

حيث:

X: حجم الإنتاج

L: عنصر العمل (وغالبا ما يعبر عنه بعدد العمال أو ساعات العمل)

K: عنصر رأس المال (وهو مجموع وسائل الإنتاج من آلات، مباني، ...)

كما يتوقف الإنتاج على الطريقة الهندسية التكنولوجية المتبعة، فعند مستوى معين من التكاليف، كلما كانت التكنولوجيا أكثر كفاءة كلما كان الإنتاج كبير. (نفترض في تحليلنا أن الكفاءة التكنولوجية عند أعلى مستوى ممكن)

ملاحظة:

لدراسة دوال الإنتاج يجب التمييز بين فترتين: الفترة القصيرة والفترة الطويلة. تتميز الفترة القصيرة بتغيير عنصر واحد وثبات العناصر الأخرى، أما الفترة الطويلة فتتميز بتغيير كل عناصر الإنتاج مع بعض.

## 2. دوال الإنتاجية في المدى القصير

### 1.2 الإنتاجية الكلية:

تكون دالة الإنتاج في الفترة القصيرة تابعة لعامل انتاجي متغير واحد فقط، أي أن حجم الإنتاج  $x$  يتوقف على الحجم المستخدم من العنصر الإنتاجي (العمل أو رأس المال).

\* الإنتاجية الكلية للعمل ( $x$  أو  $PTL$ ):

هي حجم الانتاج المحصل عليها من الإنتاج باستعمال كميات متغيرة من عنصر العمل (عدد العمال، أو عدد ساعات العمل) مع ثبات العوامل الأخرى، ويعبر عنها رياضيا بالصيغة التالية:

$$PTL = x = f(L)$$

\* الإنتاجية الكلية لرأس المال ( $x$  أو  $PTK$ ):

هي حجم الانتاج المحصل عليها من الإنتاج باستعمال كميات متغيرة من عنصر رأس المال مع ثبات العوامل الأخرى، ويعبر عنها رياضيا بالصيغة التالية:

$$PTK = x = f(K)$$

### 2.2 الإنتاجية الحدية:

هي التغير في الإنتاجية الكلية الناتج عن تغير عنصر الانتاج بوحدة واحدة، أو هي إنتاجية الوحدة الأخيرة المستعملة من عنصر الإنتاج.

\* الإنتاجية الحدية للعمل ( $PmL$ )

هي التغير في الإنتاجية الكلية الناتج عن تغير عنصر العمل بوحدة واحدة، أو هي إنتاجية الوحدة الأخيرة المستعملة من عنصر العمل، ويعبر عنها رياضيا بالصيغة التالية:

$$PmL = \frac{\Delta x}{\Delta L} = \frac{\partial f(L)}{\partial L}$$

\* الإنتاجية الحدية لرأس المال ( $PmK$ )

هي التغير في الإنتاجية الكلية الناتج عن تغير عنصر رأس المال بوحدة واحدة، أو هي إنتاجية الوحدة الأخيرة المستعملة من عنصر رأس المال، ويعبر عنها رياضيا بالصيغة التالية:

$$PmK = \frac{\Delta x}{\Delta K} = \frac{\partial f(K)}{\partial K}$$

### 3.2 الإنتاجية المتوسطة:

هي المساهمة النسبية لكل وحدة من عنصر الانتاج في الإنتاجية الكلية، أي إنتاجية الوحدة الواحدة من عنصر الانتاج.

\* الإنتاجية المتوسطة للعمل (PML)

هي المساهمة النسبية لكل وحدة من عنصر العمل في الإنتاجية الكلية، أي إنتاجية الوحدة الواحدة من عنصر العمل. ويعبر عنها رياضياً بالصيغة التالية:

$$PML = \frac{x}{L} = \frac{f(L)}{L}$$

\* الإنتاجية المتوسطة لرأس المال (PMK)

هي المساهمة النسبية لكل وحدة من عنصر رأس المال في الإنتاجية الكلية، أي إنتاجية الوحدة الواحدة من عنصر رأس المال. ويعبر عنها رياضياً بالصيغة التالية:

$$PMK = \frac{x}{K} = \frac{f(K)}{K}$$

مثال 1:

الجدول التالي يوضح تغير حجم الإنتاج تبعاً لتغير عنصر العمل (عدد العمال) مع مستوى ثابت لعنصر رأس المال K=5:

L	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
X	0	5	15	30	40	48	54	52	52	48	45

المطلوب:

- حساب الإنتاجية الحدية والمتوسطة.
- التمثيل البياني لمنحنيات الإنتاجية الكلية، والمتوسطة، والحدية.
- التعليق على التمثيل البياني.

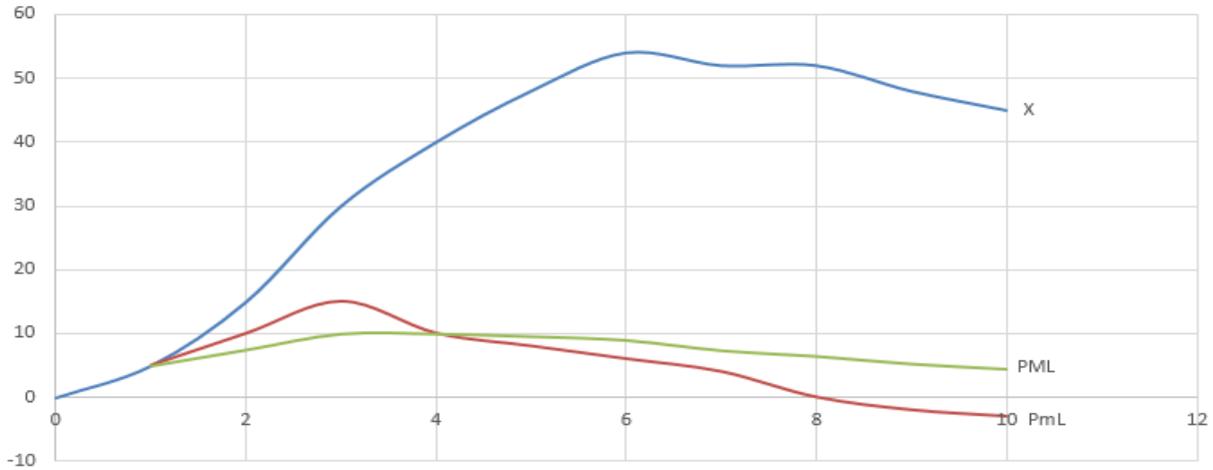
الحل:

1. حساب الإنتاجية الحدية والمتوسطة:

L	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
X	0	5	15	30	40	48	54	52	52	48	45
PmL	-	5	10	15	10	8	6	4	0	-2	-3
PML	-	5	7.5	10	10	9.6	9	7.4	6.5	5.3	4.5

## 2. التمثيل البياني لمنحنيات الإنتاج الكلية، المتوسطة، والحدية:

منحنيات الإنتاجية



## 3. التعليق على التمثيل البياني:

نلاحظ من خلال التمثيل البياني ما يلي:

- عند إضافة وحدات متتالية من عنصر العمل إلى مقدار ثابت من عنصر رأس المال، فإن الإنتاجية الكلية تزداد في البداية بمعدل متزايد ثم تستمر في التزايد بمعدل متناقص حتى تصل إلى حدها الأقصى ثم تبدأ بعد ذلك في التناقص.
- تصل الإنتاجية الكلية إلى أقصى قيمة لها عند تنعدم الإنتاجية الحدية.
- تصل الإنتاجية المتوسطة إلى أقصى قيمة لها عند تساويها (تقاطعها) مع الإنتاجية الحدية.

## المحاضرة الثانية: نظرية الانتاج

ومن خلال هذه العلاقات بين الإنتاجية الكلية، المتوسطة والحدية يمكننا تحديد ثلاثة مناطق (أو مراحل) للإنتاج:

**المنطقة الأولى:** محصورة بين 0 ونقطة تساوي الإنتاجية المتوسطة مع الإنتاجية الحدية  $PML = PmL$  كلما تم استخدام وحدات إضافية من عنصر العمل كانت الإنتاجية الكلية متزايدة بمعدل متزايد، وبتزايد الإنتاجية المتوسطة أي زيادة كفاءة وإنتاجية العامل، وبأن الإنتاجية المتوسطة أكبر من الإنتاجية الحدية، وتسمى هذه المرحلة بمرحلة تزايد الغلة.

**المنطقة الأولى:** محصورة بين نقطة تساوي  $PML = PmL$  ونقطة انعدام الإنتاجية الحدية  $PmL$  كلما تم استخدام وحدات إضافية من عنصر العمل كانت الإنتاجية الكلية متزايدة بمعدل متناقص، وبالتالي تناقص الإنتاجية المتوسطة، وتصل الإنتاجية الكلية الى أقصى قيمة لها عند انعدام الإنتاجية الحدية. وهذا ما يعرف بقانون تناقص الغلة، أي أن هذه المرحلة تتميز بتناقص الغلة.

**المنطقة الثالثة:** محصورة بين نقطة انعدام الإنتاجية الحدية  $PmL$  و  $\infty$

كلما تم استخدام وحدات إضافية من عنصر العمل كانت الإنتاجية الكلية متناقصة، مما يؤدي إلى استمرار تناقص الإنتاجية المتوسطة وهذا لكون الإنتاجية الحدية سالبة، أي أن هذه المرحلة تتميز بغلة سالبة.

تعتبر المنطقة الثانية أحسن منطقة (مرحلة) لأن الإنتاج الكلي فيها يستمر في التزايد نتيجة استخدام وحدات إضافية من العمل، إلى غاية تحقيق هدف تعظيم الإنتاجية في نهاية هذه المرحلة، وتعرف هذه المنطقة بالمنطقة الاقتصادية.

### مثال 2:

دالة الإنتاج لمنتج ما من الشكل التالي:

$$x = f(L, K) = -L^3 K^2 + 10L^2 K + 20L$$

بفرض أن المنتج على يستخدم آلة إنتاجية واحدة  $k=1$  على المدى القصير:

- أوجد دوال الإنتاجية الكلية، المتوسطة، والحدية للعمل خلال الفترة القصيرة.
- استخرج رياضيا حدود المنطقة الاقتصادية.
- قدم التمثيل البياني لمنحنيات الإنتاجية.

الحل:

1. إيجاد دوال الإنتاجية الكلية، المتوسطة، والحدية للعمل خلال الفترة القصيرة:

\* الإنتاجية الكلية للعمل (X أو PTL):

$$K = 1$$

$$PTL = -L^3(1)^2 + 10L^2(1) + 20L$$

$$PTL = -L^3 + 10L^2 + 20L$$

\* الإنتاجية الحدية للعمل (PmL)

$$PmL = \frac{\partial f(L)}{\partial L} = -3L^2 + 20L + 20$$

\* الإنتاجية المتوسطة للعمل (PML)

$$PML = \frac{f(L)}{L} = \frac{-L^3 + 10L^2 + 20L}{L} = -L^2 + 10L + 20$$

2. حدود المنطقة الاقتصادية

المنطقة الاقتصادية محصورة بين  $PML = PmL$  و  $PmL = 0$

$$PML = PmL \Rightarrow -L^2 + 10L + 20 = -3L^2 + 20L + 20 \Rightarrow 2L^2 - 10L = 0$$

$$2L^2 - 10L = 0 \Rightarrow \begin{cases} L = 0 \text{ مرفوض} \\ L = 5 \text{ مقبول} \end{cases}$$

$$PmL = 0 \Rightarrow -3L^2 + 20L + 20 = 0 \Rightarrow \Delta = (20)^2 - 4(-3)(20) = 640$$

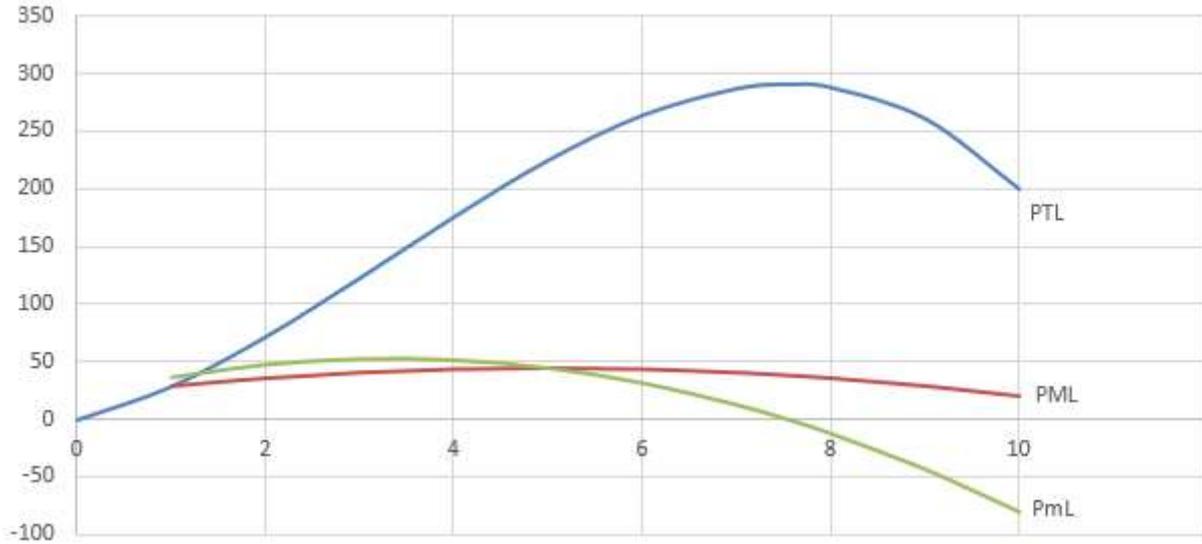
$$\begin{cases} L = \frac{-20 + \sqrt{640}}{2(-3)} = -0.8 \text{ مرفوض} \\ L = \frac{-20 - \sqrt{640}}{2(-3)} \approx 7.55 \text{ مقبول} \end{cases}$$

ومنه المنطقة الاقتصادية محدودة بتوظيف 5 وحدات من العمل كحد أدنى و 7.55 وحدة كحد

أقصى أي  $L \in [5; 7.55]$  حتى يحصل على إنتاج محصور ما بين 225 و 290.7 وحدة من المنتج x.

3. التمثيل البياني لمنحنيات الإنتاجية:

L	0	1	2	3	4	5	6	7	7,55	8	9	10
PTL	0	29	72	123	176	225	264	287	290,7	288	261	200
PML		29	36	41	44	45	44	41	38,5	36	29	20
PmL		37	48	53	52	45	32	13	0	-12	-43	-80



### التعليق على التمثيل البياني:

نلاحظ من خلال التمثيل البياني ما يلي:

- عند إضافة وحدات متتالية من عنصر العمل إلى مقدار ثابت من عنصر رأس المال، فإن الإنتاجية الكلية تتردد في البداية بمعدل متزايد ثم تستمر في التزايد بمعدل متناقص حتى تصل إلى حدها الأقصى ثم تبدأ بعد ذلك في التناقص.
- تصل الإنتاجية الكلية إلى أقصى قيمة لها عند تنعدم الإنتاجية الحدية.
- تصل الإنتاجية المتوسطة إلى أقصى قيمة لها عند تساويها (تقاطعها) مع الإنتاجية الحدية.

### المحاضرة الثالثة: نظرية الإنتاج (تابع)

#### 3. دالة الإنتاجية في المدى الطويل

يمكن للمنتج في الفترة الطويلة أن يقوم بإجراء تغييرات على جميع عوامل الإنتاج بعد أن كان ذلك غير ممكن في الفترة القصيرة، وبالتالي السماح بتطوير الطاقات الإنتاجية التي تنعكس على تغير الإنتاج. تواجه المؤسسة المشكلة التالية: كيف يمكن تجميع عوامل الإنتاج لإنتاج أكبر كمية من السلعة  $x$  بمستوى محدد من التكاليف.

#### 1.3 توازن المنتج

وهذه المشكلة هي شبيهة بالمشكلة التي تواجه المستهلك (أكبر اشباع في حدود الميزانية) وبالمثل فإن المنشأة ستحقق أكبر قدر من الإنتاج وذلك بتوزيع التكاليف المخصصة للعملية الإنتاجية بحيث تكون الإنتاجية الحدية للنقود عن العنصر الإنتاجي الأول (العمل) مساوية للإنتاجية الحدية للنقود عن العنصر الإنتاجي الثاني (رأس المال)

فإذا رمزنا لسعر الوحدة من عنصر العمل  $L$  بالرمز  $p_L$  وسعر الوحدة من عنصر رأس المال  $K$  بالرمز  $p_K$  فإن الشرط اللازم لتحقيق أكبر انتاج ممكن بتكلفة محددة يكون كالآتي:

$$\frac{PmL}{pL} = \frac{PmK}{pK} = \frac{\text{الإنتاجية الحدية لعنصر رأس المال}}{\text{سعر عنصر رأس المال}} = \frac{\text{الإنتاجية الحدية لعنصر العمل}}{\text{سعر عنصر العمل}}$$

ويتحدد الشرط الثاني بالتكلفة (الميزانية) المخصصة للإنتاج بالصيغة التالية:

$$C = L \cdot p_L + K \cdot p_K$$

ومنه لتعظيم الإنتاج من سلعة ما بميزانية (أو تكلفة) محددة لابد من تحقق الشرطين:

$$\begin{cases} \frac{PmL}{pL} = \frac{PmK}{pK} \\ C = L \cdot p_L + K \cdot p_K \end{cases}$$

كما يمكن استخدام طريقة لاغرونج لإيجاد توازن هذا المنتج كما يلي:

$$\begin{cases} \text{Max } x = f(L, K) \\ s/c \\ C = L \cdot p_L + K \cdot p_K \end{cases}$$

أي تعظيم الإنتاجية الكلية  $Max f(L, K)$  تحت قيد (S/C: sous contrainte) الميزانية المخصصة للعملية الإنتاجية. ولحل هذا النموذج يتم صياغة دالة الهدف (مضاعف لاغرونج) كما يلي:

$$l = f(L, K) + \lambda(C - L \cdot p_L - K \cdot p_K)$$

شروط المرتبة الأولى: المشتقات الجزئية بالنسبة لجميع المتغيرات مساوية للصفر

$$\begin{cases} l'_L = \frac{\delta l}{\delta L} = 0 \\ l'_K = \frac{\delta l}{\delta K} = 0 \\ l'_\lambda = \frac{\delta l}{\delta \lambda} = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} l'_L = \frac{\delta X}{\delta L} - \lambda p_L = 0 \\ l'_K = \frac{\delta X}{\delta K} - \lambda p_K = 0 \\ C - L \cdot p_L - K \cdot p_K = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \lambda = \frac{PmL}{p_L} \\ \lambda = \frac{PmK}{p_K} \\ C = L \cdot p_L + K \cdot p_K \end{cases}$$

لإيجاد توازن المنتج نحل جملة المعادلات السابقة والتي تعطينا نفس شرطي التوازن السابقين.

شروط المرتبة الثانية: محدد المصفوفة الهيسية موجب

$$H = \begin{vmatrix} l'_{LL} & l'_{LK} & l'_{L\lambda} \\ l'_{KL} & l'_{KK} & l'_{K\lambda} \\ l'_{\lambda L} & l'_{\lambda K} & l'_{\lambda\lambda} \end{vmatrix} > 0$$

مثال 3:

دالة الإنتاج لمنتج ما من الشكل التالي:

$$x = f(L, K) = L \cdot K$$

حيث L يمثل عنصر العمل (ساعات عمل) و K عنصر رأس المال (معدات وآلات)، X حجم الإنتاج (وحدة منتجة). تقدر الميزانية المخصصة للعملية الإنتاجية بـ 1000 وحدة نقدية وأسعار عوامل الإنتاج هي 10 و.ن لعنصر العمل و 40 و.ن لعنصر رأس المال.

المطلوب:

ما هو حجم الإنتاج الأمثل لهذا المنتج (أو بصيغة أخرى ما هي الكميات المثلى من عوامل الإنتاج التي تمكن المنتج من تعظيم انتاجه من هذه السلعة) بطريقتي:

- شرطي التوازن
- مضاعف لاغرونج
- طريقة الاحلال والاستبدال

الحل:

1. حجم الإنتاج الأمثل لهذا المنتج بطريقة شرطي التوازن

$$x = f(L, K) = L \cdot K$$

$$\begin{cases} \frac{PmL}{p_L} = \frac{PmK}{p_K} \\ C = L \cdot p_L + K \cdot p_K \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \frac{K}{10} = \frac{L}{40} \\ 1000 = 10L + 40K \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} L = 4K \\ 1000 = 80K \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} L = 50 \\ K = 12.5 \end{cases} \Rightarrow x = (50)(12.5) = 625$$

ومنه بميزانية قدرها 1000 وحدة نقدية، على المنتج استخدام 50 وحدة من عنصر العمل و12.5 وحدة من عنصر رأس المال لحصول على أقصى إنتاج 625 وحدة.

2. حجم الإنتاج الأمثل لهذا المنتج بطريقة مضاعف لاغرونج

$$\begin{cases} \text{Max } x = L \cdot K \\ s/c \\ 1000 = 10L + 40K \\ l = (L \cdot K) + \lambda(1000 - 10L - 40K) \end{cases}$$

شروط المرتبة الأولى: المشتقات الجزئية بالنسبة لجميع المتغيرات مساوية للصفر

$$\begin{cases} l'_L = K - 10\lambda = 0 \\ l'_K = L - 40\lambda = 0 \\ l'_\lambda = 1000 - 10L - 40K = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \lambda = \frac{K}{10} \\ \lambda = \frac{L}{40} \\ 1000 = 10L + 40K \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \frac{K}{10} = \frac{L}{40} \\ 1000 = 10L + 40K \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} L = 4K \\ 1000 = 80K \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} L = 50 \\ K = 12.5 \end{cases}$$

$$\Rightarrow x = (50)(12.5) = 625$$

شروط المرتبة الثانية: محدد المصفوفة الهيسية موجب

$$H = \begin{vmatrix} l'_{LL} & l'_{LK} & l'_{L\lambda} \\ l'_{KL} & l'_{KK} & l'_{K\lambda} \\ l'_{\lambda L} & l'_{\lambda K} & l'_{\lambda\lambda} \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 0 & 1 & -10 \\ 1 & 0 & -40 \\ -10 & -40 & 0 \end{vmatrix}$$

$$H = 0 \begin{vmatrix} 0 & -40 \\ -40 & 0 \end{vmatrix} - 1 \begin{vmatrix} 1 & -40 \\ -10 & 0 \end{vmatrix} - 10 \begin{vmatrix} 1 & 0 \\ -10 & -40 \end{vmatrix}$$

$$H = 0 - (0 - (400)) - 10((-40) - (0)) = 800 > 0$$

ومنه بميزانية قدرها 1000 وحدة نقدية، على المنتج استخدام 50 وحدة من عنصر العمل و12.5 وحدة من عنصر رأس المال لحصول على أقصى إنتاج 625 وحدة.

3. حجم الإنتاج الأمثل لهذا المنتج بطريقة الاحلال والاستبدال

$$x = L \cdot K$$

$$1000 = 10L + 40K \Rightarrow K = 25 - 0.25L$$

$$x = L(25 - 0.25L) \Rightarrow x = 25L - 0.25L^2$$

$$PmL = 0 \Rightarrow 25 - 0.5L = 0 \Rightarrow L = 50$$

$$K = 25 - 0.25(50) = 12.5$$

$$x = (50)(12.5) = 625$$

ومنه بميزانية قدرها 1000 وحدة نقدية، على المنتج استخدام 50 وحدة من عنصر العمل و12.5 وحدة من عنصر رأس المال لحصول على أقصى إنتاج 625 وحدة.

## المحاضرة الرابعة: نظرية الإنتاج (تابع)

### 1.3 تأثير تغير عوامل الإنتاج (غلة الحجم)

أشرنا سابقا إلى أنه في الفترة الطويلة كل عوامل الإنتاج ترتفع مع بعض وهذا ما يؤدي إلى زيادة حجم الإنتاج المتحصل عليه من طرف المنتج. ومن هنا يمكننا طرح التساؤل التالي: ما هي النسبة التي سيزيد بها حجم الإنتاج إذا ارتفعت عوامل الإنتاج  $L$  و  $K$  بنسبة معينة؟ للإجابة عن هذا السؤال نقوم بقياس غلة الحجم.

#### 1.1.3 مفهوم غلة الحجم

**غلة الحجم** هي نسبة التغير في الإنتاجية الكلية الناتجة عن تغير أحد عناصر الإنتاج المستخدمة في العملية الإنتاجية.

نميز بين 03 حالات:

- **غلة الحجم متزايدة:** تكون نسبة الزيادة في حجم الإنتاجية أكبر من نسبة الزيادة في عوامل الإنتاج، أي إذا ارتفعت عوامل الإنتاج  $L$  و  $K$  بنسبة 10% مثلا، فإن حجم الإنتاج سيرتفع بنسبة أكبر (مثلا 20%).
- **غلة الحجم ثابتة:** تكون نسبة الزيادة في حجم الإنتاجية مساوية لنسبة الزيادة في عوامل الإنتاج، أي إذا ارتفعت عوامل الإنتاج  $L$  و  $K$  بنسبة 10% مثلا، فإن حجم الإنتاج سيرتفع بنفس النسبة (10%).
- **غلة الحجم متناقصة:** تكون نسبة الزيادة في حجم الإنتاجية أقل من نسبة الزيادة في عوامل الإنتاج، أي إذا ارتفعت عوامل الإنتاج  $L$  و  $K$  بنسبة 10% مثلا، فإن حجم الإنتاج سيرتفع بنسبة أقل (مثلا 5%).

#### 2.1.3 تحديد طبيعة غلة الحجم

يتم تحديد طبيعة غلة الحجم إذا ارتفعت عوامل الإنتاج  $L$  و  $K$  بنسبة  $t\%$  في دالة الإنتاج التي تأخذ الشكل  $X = F(L, K)$  باستبدال المتغيرات بـ  $tL$  و  $tK$  للحصول على دالة إنتاج جديدة من الشكل:

$$X^* = F(tL, tK)$$

لتحديد طبيعة غلة الحجم نقسم الدالة الجديدة على القديمة  $(X^*/X)$  فنحصل على  $t^s$  و  $s$  درجة

تجانس الدالة، فإذا كان:

$$s = 1 \text{ نقول عن غلة الحجم أنها ثابتة}$$

$$s > 1 \text{ نقول عن غلة الحجم أنها متزايدة}$$

$$s < 1 \text{ نقول عن غلة الحجم أنها متناقصة}$$

مثال 4:

- حدد طبيعة غلة الحجم إذا كانت دالة الإنتاج لمنتج ما من الشكل التالي:  $x = L^2 + K^2$
- ما هي نسبة التغير في الإنتاج إذا زادت عناصر الإنتاج بنسبة 10%

الحل:

طبيعة غلة الحجم

$$x = L^2 + K^2 \Rightarrow x^* = (tL)^2 + (tK)^2 = t^2L^2 + t^2K^2 = t^2(L^2 + K^2)$$

$$\frac{x^*}{x} = \frac{t^2(L^2 + K^2)}{L^2 + K^2} = t^2$$

ومنه:  $s = 2$  إذن غلة الحجم متزايدة لأن  $s > 1$

نسبة التغير في الإنتاج عند زيادة عناصر الإنتاج بنسبة 10%

$$t^2 = (1.1)^2 = 1.21$$

عند الرفع في عناصر الإنتاج بنسبة 10% يرتفع الإنتاج بنسبة 21%.

أو بطريقة أخرى:

$$x = L^2 + K^2 \Rightarrow x^* = (1.1L)^2 + (1.1K)^2 \Rightarrow x^* = 1.21L^2 + 1.21K^2$$

$$x^* = 1.21(L^2 + K^2) \Rightarrow x^* = 1.21x$$

حالة خاصة: تحديد طبيعة غلة الحجم عن دوال كوب دوغلاس

دوال كوب دوغلاس هي الدوال التي تأخذ الشكل:  $x = AL^\alpha K^\beta$  حيث:

$x$ : حجم الإنتاج  $L$  و  $K$ : عوامل الإنتاج

$A$ : عدد ثابت

$\alpha$ : مرونة الإنتاج بالنسبة لعنصر العمل

$\beta$ : مرونة الإنتاج بالنسبة لعنصر رأس المال

البرهان الرياضي:

$$E_{x/L} = \frac{\partial x}{\partial L} \cdot \frac{L}{x} = \alpha AL^{\alpha-1} K^\beta \frac{L}{AL^\alpha K^\beta} = \alpha \frac{AL^\alpha K^\beta}{AL^\alpha K^\beta} = \alpha$$

ومنه  $\alpha$  هي مرونة الإنتاج بالنسبة لعنصر العمل.

$$E_{x/K} = \frac{\partial x}{\partial K} \cdot \frac{K}{x} = \beta AL^\alpha K^{\beta-1} \frac{K}{AL^\alpha K^\beta} = \beta \frac{AL^\alpha K^\beta}{AL^\alpha K^\beta} = \beta$$

ومنه  $\beta$  هي مرونة الإنتاج بالنسبة لعنصر رأس المال.

لتحديد طبيعة غلة الحجم نستعمل نفس الطريقة السابقة، حيث نفترض ارتفاع عوامل الإنتاج L و K ونسبة t% في دالة الإنتاج التي تأخذ الشكل  $x = AL^\alpha K^\beta$  باستبدال المتغيرات بـ tL و tK للحصول على دالة إنتاج جديدة من الشكل:  $X^* = F(tL, tK)$  فنحصل على ما يلي:

$$x^* = f(tL, tK) = A(tL)^\alpha (tK)^\beta = t^{\alpha+\beta} AL^\alpha K^\beta = t^{\alpha+\beta} X \Rightarrow s = \alpha + \beta$$

ومنه في حالة دوال كوب دوغلاس تتحدد غلة الحجم مباشرة بمجموع مرونة العمل  $\alpha$  ومرونة رأس المال  $\beta$  فإذا كانت:

$$\alpha + \beta = 1 \text{ نقول عن غلة الحجم أنها ثابتة}$$

$$\alpha + \beta > 1 \text{ نقول عن غلة الحجم أنها متزايدة}$$

$$\alpha + \beta < 1 \text{ نقول عن غلة الحجم أنها متناقصة}$$

مثال 5:

- حدد طبيعة غلة الحجم إذا كانت دالة الإنتاج لمنتج ما من الشكل التالي:  $x = L^3 K^2$
- ما هي نسبة التغير في الإنتاج إذا زادت عناصر الإنتاج بنسبة 10%

الحل:

طبيعة غلة الحجم

$$x = L^3 K^2 \Rightarrow x^* = (tL)^3 (tK)^2 \Rightarrow x^* = L^3 K^2 t^5$$

$$\frac{x^*}{x} = \frac{L^3 K^2 t^5}{L^3 K^2} = t^5$$

ومنه:  $s = 5$  إذن غلة الحجم متزايدة لأن  $s > 1$

أو مباشرة  $\alpha + \beta = 3 + 2 = 5 > 1$  ومنه غلة الحجم متزايدة

نسبة التغير في الإنتاج عند زيادة عناصر الإنتاج بنسبة 10%

$$t^5 = (1.1)^5 = 1.61051$$

عند الرفع في عناصر الإنتاج بنسبة 10% يرتفع الإنتاج بنسبة 61.051%.

أو بطريقة أخرى:

$$x = L^3 K^2 \Rightarrow x^* = (1.1L)^3 (1.1K)^2 \Rightarrow x^* = L^3 K^2 1.1^5$$

$$x^* = 1.61051 L^3 K^2 \Rightarrow x^* = 1.61051 X$$

## المحاضرة الخامسة: نظرية الانتاج (تابع)

### ثانيا/ طريقة منحنيات الناتج المتساوي والتكاليف المتساوية

يستخدم تحليل الناتج المتساوي والتكاليف المتساوية كبديل للطريقة السابقة وذلك لإيضاح العلاقة بين الكميات المستخدمة من عوامل الإنتاج وأسعارها على نحو موازي لما تم تناوله في نظرية منحنيات السواء.

#### 1. منحنيات الناتج المتساوي:

منحنى الناتج المتساوي هو التمثيل البياني للتوليفات المختلفة من عنصري الإنتاج L و K التي يستطيع بواسطتها المنتج تحقيق نفس الإنتاجية الكلية (أي انتاج نفس الكمية من سلعة ما).

فإذا كان حجم الإنتاج ممثل بدالة الانتاج  $x=f(K,L)$  وكان مستوى الإنتاج المحدد  $X_0$  فتكون معادلة

منحنى الناتج المتساوي الممثلة لهذا المستوى من الانتاج من الشكل التالي:

$$f(K, L) = X_0 \Rightarrow K = f(L)$$

#### مثال 6:

دالة الإنتاجية الكلية لمنتج ما من الشكل التالي:

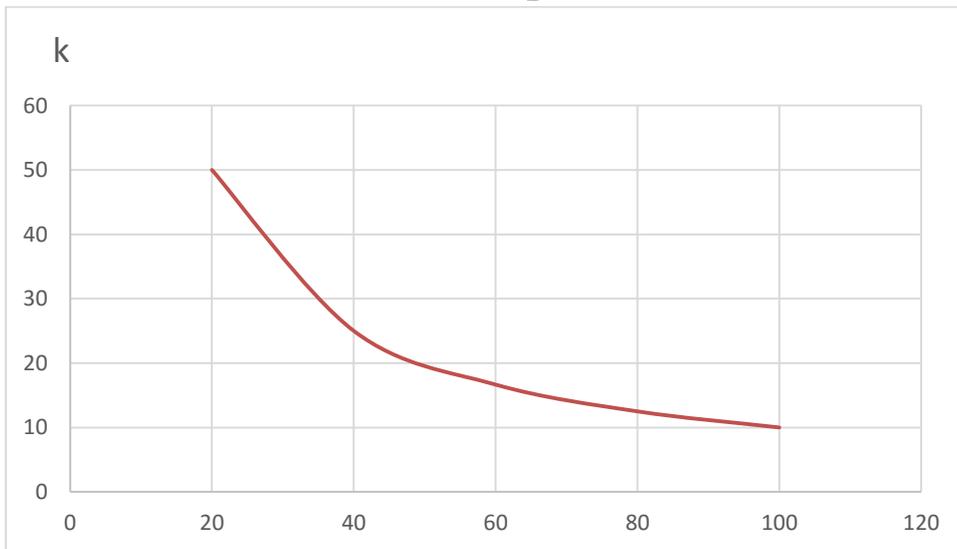
$$x = f(K, L) = L \cdot K$$

إذا كان مستوى الإنتاج المرغوب لهذا المنتج هو  $x=1000$  فأوجد معادلة منحنى الناتج المتساوي.

الحل:

$$x = f(K, L) = L \cdot K$$

$$X_0 = 100 \Rightarrow L \cdot K = 1000 \Rightarrow K = \frac{1000}{L}$$



معدل الاحلال الحدي التقني (الفني)  $TMST_{L/K}$  بين عنصري الإنتاج العمل ورأس المال  $K$  يعبر عن كمية رأس المال الذي يمكن أن تتنازل عنها المؤسسة وتعويضها بوحدة واحدة من عنصر العمل للمحافظة على نفس مستوى الإنتاجية (البقاء على نفس منحنى الناتج المتساوي).

ويمكن التعبير عنه في الحالة المنقطعة (البيانات الجدولية: بين نقطتين) بالصيغة التالية:

$$TMST_{L/K} = \left| \frac{\Delta K}{\Delta L} \right|$$

أما في الحالة المستمرة (عند نقطة) بالعلاقة التالية:

$$TMST_{L/K} = -\frac{\partial K}{\partial L} = \frac{PmL}{Pmk}$$

مثال 7:

$$K = \frac{1000}{L} \Rightarrow TMST_{L/K} = \left| \frac{\partial K}{\partial L} \right| = \frac{1000}{L^2}$$

يضاف إلى الخصائص السابقة أنه كلما انتقل نحو الأعلى، كلما زادت الكميات المستعملة من  $L$  و  $K$  ومنه ترتفع الإنتاجية، كما أن منحنيات الناتج المتساوي لنفس المنتج لا تتقاطع فيما بينها وإنما تكون متوازية، ولا تتقاطع منحنيات الناتج المتساوي مع محور الفواصل أو الترتيب.

## 2. خط التكاليف المتساوية

يوضح خط (منحنى) التكاليف المتساوية التوليفات المختلفة من عنصري الإنتاج العمل ورأس المال التي يمكن للمؤسسة أن تشتريها بالأسعار السائدة بنفس القدر من التكاليف (الميزانية).

فإذا كانت الميزانية المخصصة للإنتاج (التكاليف)  $C$  تستخدم لشراء عنصري الإنتاج العمل  $L$  ورأس المال  $K$  أسعارهما  $p_L$  و  $p_K$  تكون معادلة خط التكاليف المتساوية من الشكل:

$$C = L \cdot p_L + K \cdot p_K \Rightarrow K = \frac{C}{p_K} - \frac{p_L}{p_K} L$$

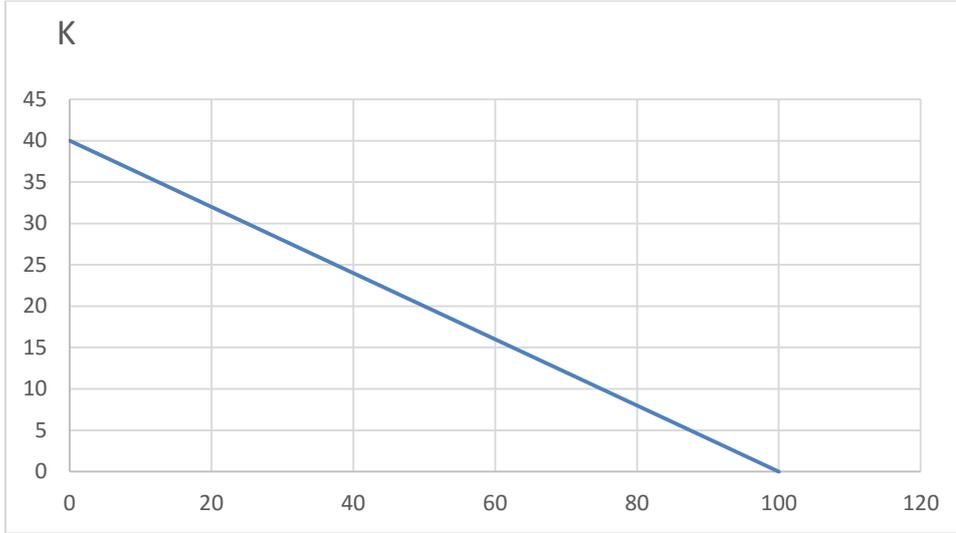
حيث تمثل نسبة الأسعار  $\frac{p_L}{p_K}$  ميل خط الميزانية

مثال 8:

إذا كانت الميزانية المخصصة للإنتاج 2000 و.ن وأسعار عنصري الإنتاج العمل ورأس المال 20 و.ن و 50 و.ن على التوالي، فإن خط التكاليف المتساوية من الشكل:

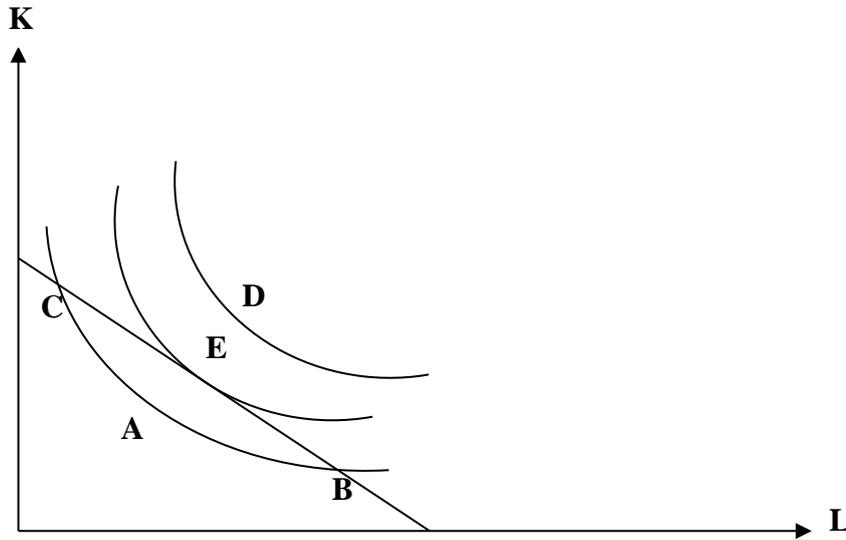
$$K = \frac{C}{p_K} - \frac{p_L}{p_K} L \Rightarrow K = \frac{2000}{50} - \frac{20}{50} L \Rightarrow K = 40 - 0.4L$$

L	0	100
K	40	0



### 3. توازن المنتج

يسعى المنتج إلى الوصول للتوليفة المثلى من عنصري الإنتاج والتي تسمح له بتحقيق أقصى مستوى انتاج بمستوى معين من التكاليف عند الأسعار السائدة. ويتحقق ذلك بالوصول إلى أعلى منحنى ناتج متساوي ممكن الوصول إليه بالتكاليف التي حددتها المؤسسة، وذلك بتماس منحنى الناتج المتساوي مع خط التكاليف المتساوية.



عند نقطة التوازن تكون المؤسسة قد حققت أكبر انتاج ممكن بقدر معين من التكاليف C. ويتم الحصول على نقطة التوازن رياضيا بالمساواة بين ميل خط التكاليف المتساوية  $\frac{PL}{PK}$  وميل منحنى الناتج المتساوي  $\frac{\partial K}{\partial L}$ ، أي:

$$\frac{\partial K}{\partial L} = \frac{PL}{PK}$$

مثال 9:

دالة الإنتاجية الكلية لمنتج ما من الشكل التالي:

$$x = f(K, L) = L \cdot K$$

إذا كان مستوى الإنتاج المرغوب لهذا المنتج هو  $x=1000$  وكانت الميزانية المخصصة للإنتاج 2000 و.ن وأسعار عنصري الإنتاج والعمل ورأس المال 20 و.ن و 50 و.ن على التوالي، فما هي الكميات المثلى للحصول على هذا المستوى من الإنتاج.

الحل:

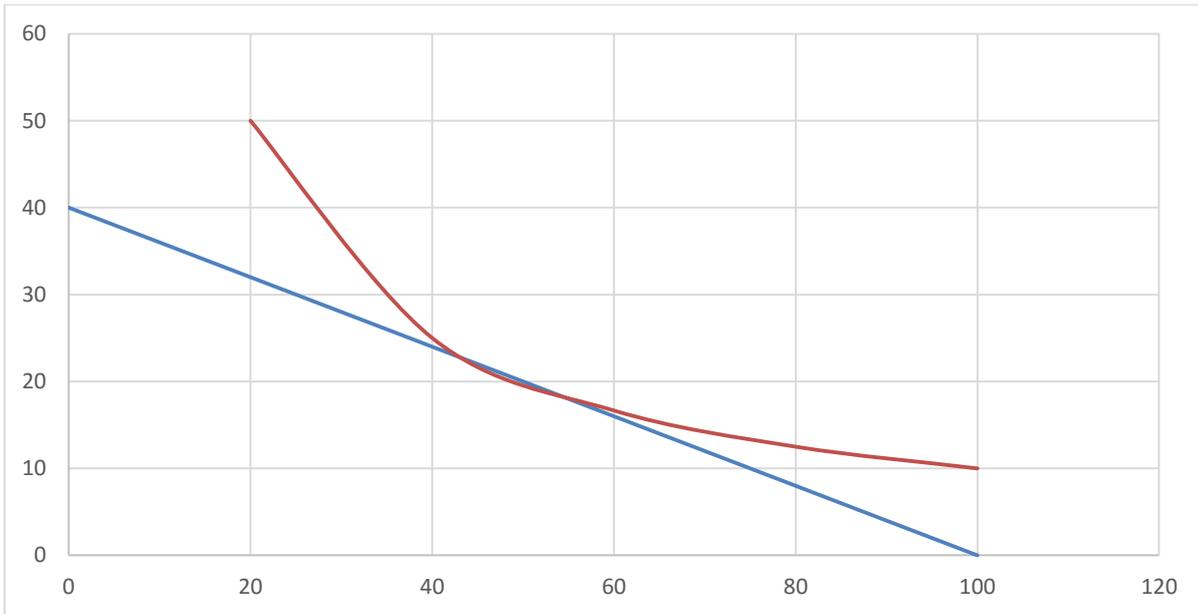
$$x = f(K, L) = L \cdot K$$

$$X_0 = 1000 \Rightarrow L \cdot K = 1000 \Rightarrow K = \frac{1000}{L}$$

$$K = \frac{C}{p_K} - \frac{p_L}{p_K} L \Rightarrow K = \frac{2000}{50} - \frac{20}{50} L \Rightarrow K = 40 - 0.4L$$

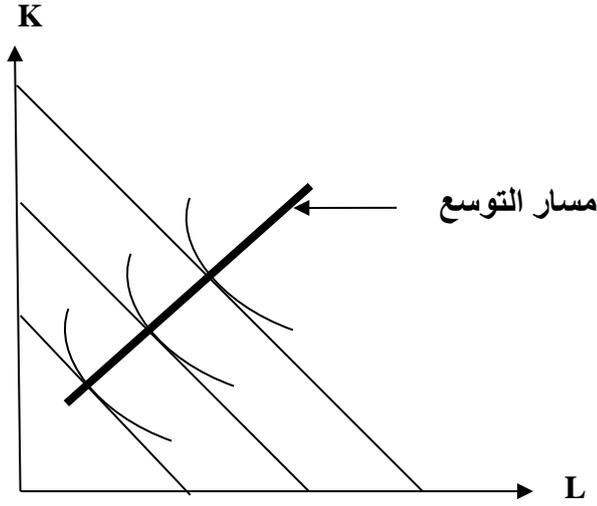
$$\frac{\partial K}{\partial L} = \frac{p_L}{p_K} \Rightarrow \frac{-1000}{L^2} = -0.4 \Rightarrow L^2 = \frac{-1000}{-0.4} \Rightarrow L = 50 \Rightarrow k = \frac{1000}{50} = 20$$

$$E(L, K) = (50, 20)$$



4. مسار التوسع

إذا رغبت المؤسسة في زيادة الإنتاج، فإن ذلك يتطلب زيادة التكاليف أي الميزانية المخصصة للإنتاج وهنا نحصل على نقطة توازن جديدة بسبب انتقال خط التكاليف المتساوية إلى أعلى ونفس الشيء في حالة رغبتها في تخفيض الإنتاج. فإذا قمنا بالتوصيل بين نقاط التوازن المختلفة نتيجة انتقال خط التكاليف المتساوية نحصل على ما يسمى بمسار التوسع.



ويمكن الحصول على معادلة مسار التوسع باستخدام شرط تساوي الانتاجية الحدية للنقود:

$$\frac{PmL}{pL} = \frac{PmK}{pK} \Rightarrow K = F(L)$$

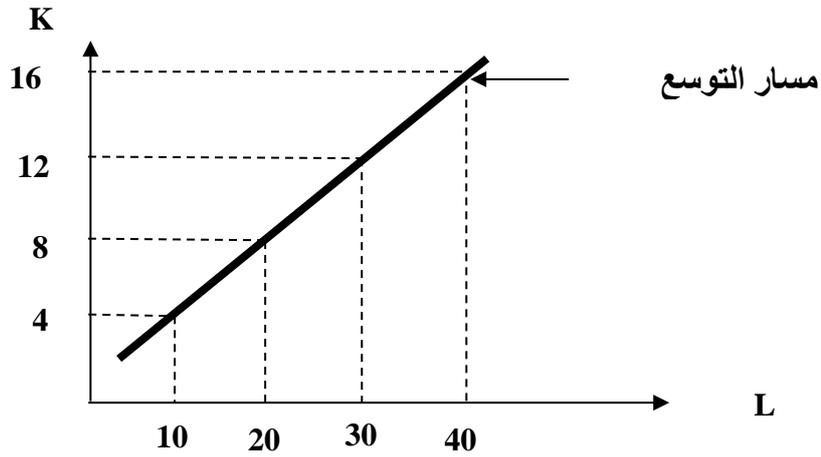
مثال 10:

مسار التوسع إذا كانت دالة الإنتاجية الكلية لمنتج ما من الشكل التالي:

$$x = f(K, L) = L \cdot K$$

وأسعار عنصري الإنتاج العمل ورأس المال 20 و.ن و 50 و.ن على التوالي تكون من الشكل:

$$\frac{PmL}{pL} = \frac{PmK}{pK} \Rightarrow \frac{K}{20} = \frac{L}{50} \Rightarrow K = 0.4L$$



## المحاضرة السادسة: نظرية التكاليف، الإيرادات، والأرباح

### 1. التكاليف

ينظر إلى تكاليف الإنتاج على أنها النفقات التي تدفعها المؤسسة في سبيل الحصول على خدمات عوامل الإنتاج، ولزيادة الإنتاج يجب استخدام المزيد من عناصر الإنتاج والتي تتطلب تحمل تكاليف إضافية وعليه يمكن القول بأن هناك علاقة موجبة بين مستوى الإنتاج والتكاليف الكلية للإنتاج.

#### 1. تكاليف الإنتاج في الأجل القصير

##### 1.1 التكاليف الكلية CT

في الأجل القصير هناك عوامل إنتاج ثابتة لا يمكن تغيير الكمية المستخدمة منها (كالأرض، والمباني، والتجهيزات الفنية الضخمة)، وعوامل إنتاج متغيرة وهي التي يمكن تغيير الكمية المستخدمة منها. ولذلك فإن تكاليف الإنتاج في المدى القصير تنقسم إلى تكاليف ثابتة CF وتكاليف متغيرة CV. دالة التكلفة الكلية تأخذ الصيغة التالية:

$$CT = CV + CF$$

**التكاليف الثابتة** هي تكاليف عناصر الإنتاج الثابتة والتي يظل مبلغها الكلي ثابتاً عند مستواه في الأجل القصير بغض النظر عن حجم الإنتاج، مثل تكاليف الإيجار ومصاريف التأمين ... أما **التكاليف المتغيرة** فهي تكاليف عناصر الإنتاج المتغيرة والتي يتغير مبلغها الكلي مع كل تغير في حجم الإنتاج، مثل تكاليف المواد الأولية ...

##### 2.1 التكاليف الحدية Cm

هي التغير في التكاليف الكلية عند زيادة الإنتاج بوحدة واحدة، أو هي تكلفة الوحدة الأخيرة المنتجة، ويعبر عن ذلك رياضياً بالصيغة التالية:

$$Cm = \frac{\Delta TC}{\Delta x} = \frac{\partial TC}{\partial x}$$

##### 3.1 التكاليف المتوسطة CM

هي متوسط لتكلفة إنتاج الوحدة الواحدة من السلعة، أي نصيب كل وحدة منتجة من التكاليف الكلية، ويمكن حسابها بقسمة التكاليف الكلية على عدد الوحدات المنتجة من السلعة، ويعبر عن ذلك رياضياً بالصيغة التالية:

$$CM = \frac{TC}{x} = \frac{CV}{x} + \frac{CF}{x}$$

مثال 1:

الجدول التالي يوضح الانتاج والتكاليف الثابتة والتكاليف المتغيرة لمؤسسة صناعية تنتج السلعة X:

x	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
CF	60	60	60	60	60	60	60	60	60	60	60
CV	0	7	8	9	16	30	72	133	224	351	520

المطلوب:

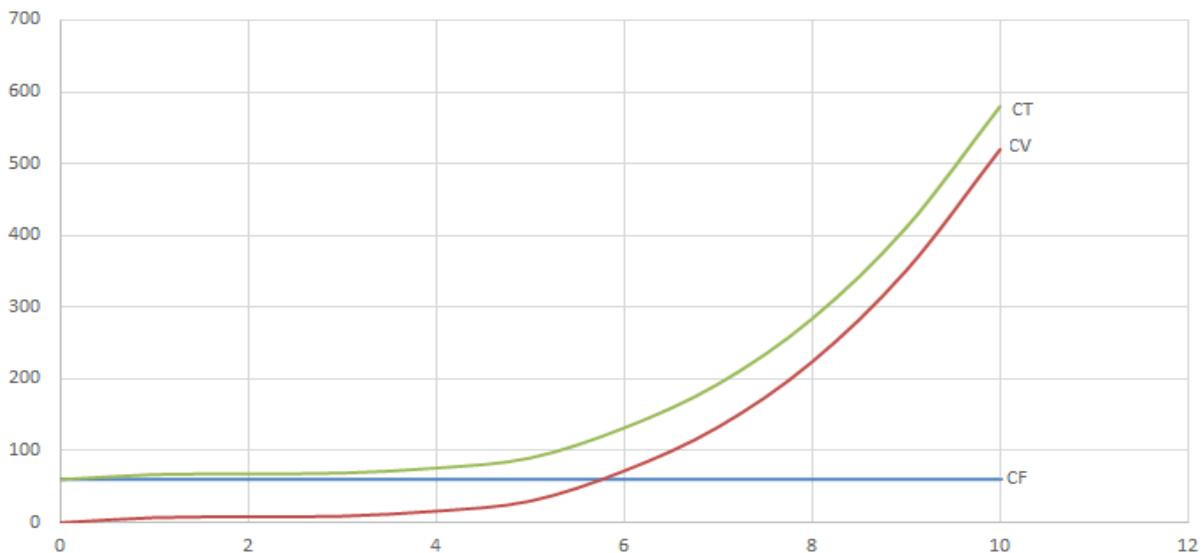
1. أحسب التكاليف الكلية، التكاليف الحدية والمتوسطة لهذه المؤسسة؟
2. أرسم منحنيات التكاليف الكلية، الثابتة، والمتغيرة في نفس المعلم، ثم منحنيات التكاليف المتوسطة والحدية في معلم آخر؟
3. من خلال الجدول والرسم البياني وضح العلاقات المختلفة بين منحنيات التكاليف.

الحل:

1. حساب التكاليف الكلية لهذه المؤسسة التكاليف الحدية والمتوسطة

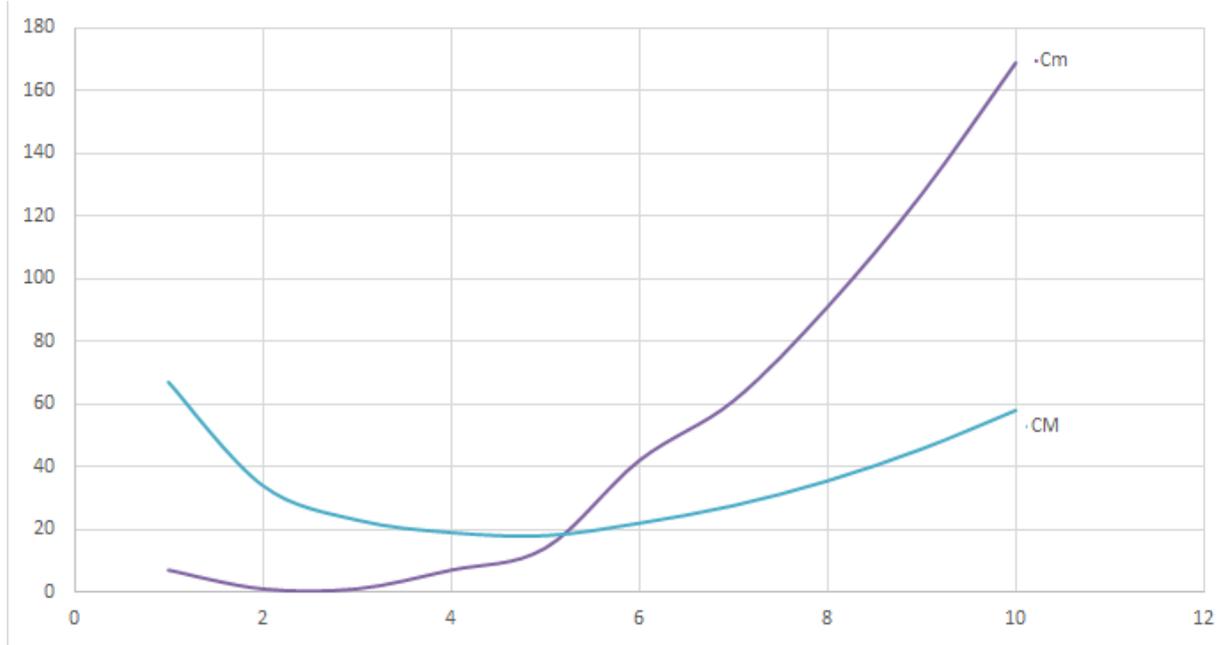
x	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
CF	60	60	60	60	60	60	60	60	60	60	60
CV	0	7	8	9	16	30	72	133	224	351	520
CT	60	67	68	69	76	90	132	193	284	411	580
Cm	-	7	1	1	7	14	42	61	91	127	169
CM	-	67	34	23	19	18	22	27,6	35,5	45,67	58

2. رسم منحنيات التكاليف الكلية، الثابتة، المتغيرة لهذه المؤسسة



يلاحظ من خلال التمثيل البياني أن منحنى CF موازي للمحور الأفقي نظراً لثبات التكاليف الثابتة عنده (60) دينار مع زيادة الإنتاج، أما منحنى CV فهو يتجه من أسفل إلى أعلى ناحية اليمين ويبدأ من نقطة الصفر، أما منحنى CT فإنه يأخذ نفس شكل منحنى CV ولكنه يرتفع عنه بمقدار التكاليف الثابتة.

3. رسم منحنيات المتوسطة، والحدية لهذه المؤسسة



يأخذ منحنى التكاليف الحدية Cm شكل U وذلك لكون كل وحدة إضافية منتجة تؤدي إلى زيادة التكاليف الكلية بمقدار أقل الوحدة السابقة، أي أن التكاليف الحدية تتناقص بزيادة الوحدات المنتجة. وعند نقطة معينة يحدث تحول في اتجاه المنحنى (نقطة انحراف) وعندها تكون التكاليف الحدية أقل ما يمكن، وبعد هذه النقطة تصبح التكلفة الحدية متزايدة.

منحنى التكلفة المتوسطة CM يتناقص إلى أن يصل إلى حده الأدنى، أين يتقاطع من التكلفة الحدية Cm ثم يتصاعد.

عندما تكون التكاليف المتوسطة متناقصة بزيادة عدد الوحدات المنتجة فإن التكاليف الحدية تكون أقل من التكاليف المتوسطة، وعندما تكون التكاليف المتوسطة متزايدة بزيادة عدد الوحدات المنتجة فإن التكاليف الحدية تكون أكبر من التكاليف المتوسطة.

مثال 2:

دالة التكاليف الكلية لمؤسسة صناعية تنتج السلعة x من الشكل التالي:  $CT = 20x + 100$

المطلوب:

أوجد دوال التكاليف المتغيرة، الثابتة، الحدية والمتوسطة، مع تمثيلها بيانياً؟

المحاضرة السابعة: نظرية التكاليف، الإيرادات، والأرباح (تابع)

4.1 علاقة التكاليف بالإنتاجية

إن سلوك التكاليف داخل المؤسسة الإنتاجية ارتقاعا وانخفاضا هو انعكاس لما هي عليه حالة الإنتاجية لهذه المؤسسة، وعلاقة المتغيرين هي علاقة عكسية، بحيث إذا كانت إنتاجية المؤسسة مرتفعة فإن التكاليف تكون منخفضة، وإذا كانت إنتاجية المؤسسة منخفضة، فإن التكاليف تكون مرتفعة، ويمكن ايضاح ذلك بالمثال التالي:

مثال 3:

الجدول التالي يظهر عدد العمال المستخدمين في مؤسسة ما على فترات مختلفة والإنتاجية الكلية لكل عدد مستخدم من العمال:

عدد العمال	1	2	3	4	5
الإنتاجية الكلية	1	4	12	14	15

- بافتراض ثبات بقية العوامل أوجد الإنتاجية المتوسطة للعمل؟
- إذا كان أجر العامل 5 و.ن أوجد التكلفة الكلية المتغيرة والتكلفة المتوسطة المتغيرة عند كل مستوى من العمل؟
- ماذا تستنتج؟

الحل:

عدد العمال	1	2	3	4	5
الإنتاجية الكلية	1	4	12	14	15
الإنتاجية المتوسطة للعمل	1	2	4	3.5	3
التكلفة الكلية المتغيرة	5	10	15	20	25
التكلفة المتوسطة المتغيرة	5	2.5	1.25	1.42	1.66

نلاحظ من خلال الجدول أجور العمال (التكلفة الكلية المتغيرة) كانت تتزايد بمقدار ثابت 5 و.ن عند إضافة كل عامل، في حين أن الإنتاج تزايد بسرعة في البداية ثم تباطئ بعد ذلك، وهو ما تعكسه الإنتاجية المتوسطة التي بلغت ذروتها (4) عند مستوى 3 عمال وهو ما نتج عنه أن التكاليف المتوسطة

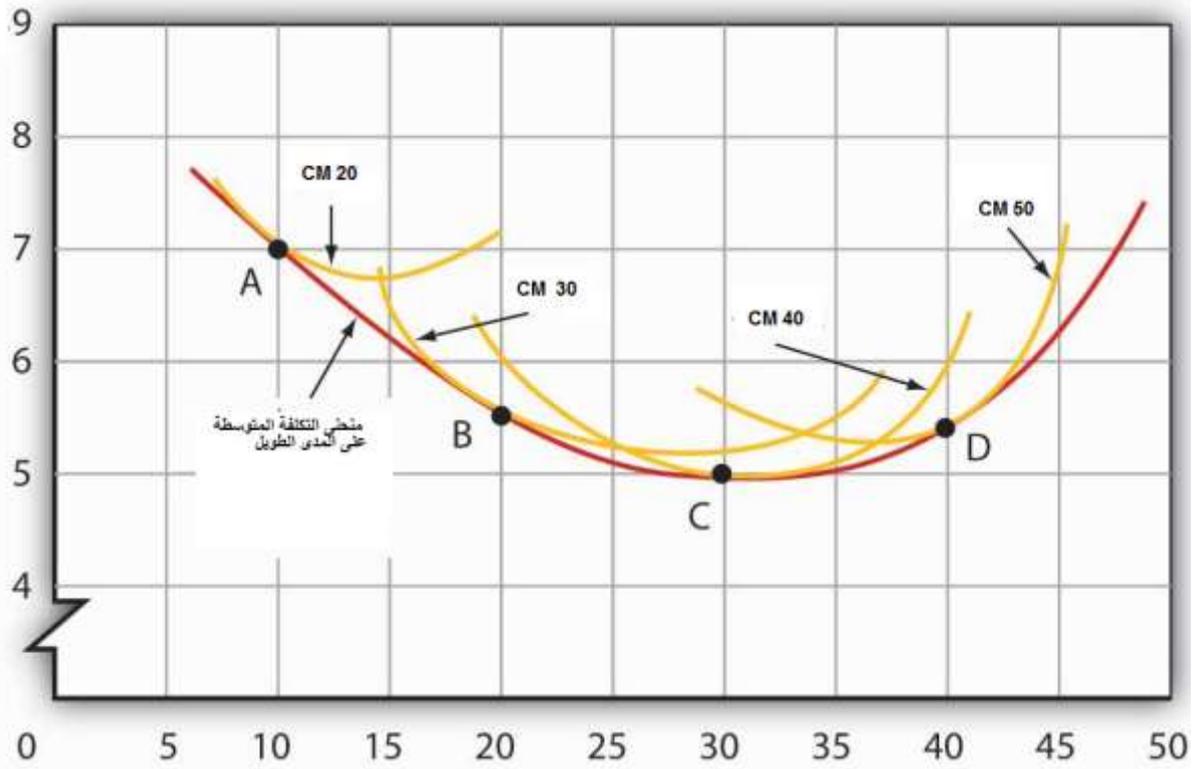
اتجهت إلى الانخفاض عند مرحلة تزايد الإنتاجية المتوسطة حتى العامل الثالث، ثم بدأت بعد ذلك في الارتفاع مع تناقص الإنتاجية المتوسطة، وهذا يعني أن الإنتاجية المتوسطة والتكاليف المتوسطة متعاكستان.

## 2. تكاليف الإنتاج في الأجل الطويل

يقصد بالأجل الطويل الأجل الذي تستطيع فيه المؤسسة من التوسع بتغيير الكميات المستخدمة من عناصر الإنتاج، حيث تصبح جميع هذه العناصر أو التكاليف متغيرة.

### 1.2 التكلفة المتوسطة في الأجل الطويل CML

إن الفترة الطويلة ما هي إلا مجموعة من الفترات القصيرة التي تتميز كل منها بحجم إنتاج معين، لكل منها منحنى تكلفة متوسطة محدب، بحيث تنتج المؤسسة في كل فترة حجم الإنتاج الأمثل لتلك الفترة، أي في أدنى نقطة للتكاليف المتوسطة، وعند الوصل بين هذه النقاط نحصل على منحنى التكلفة في المدى الطويل، كما يظهر في الشكل التالي:

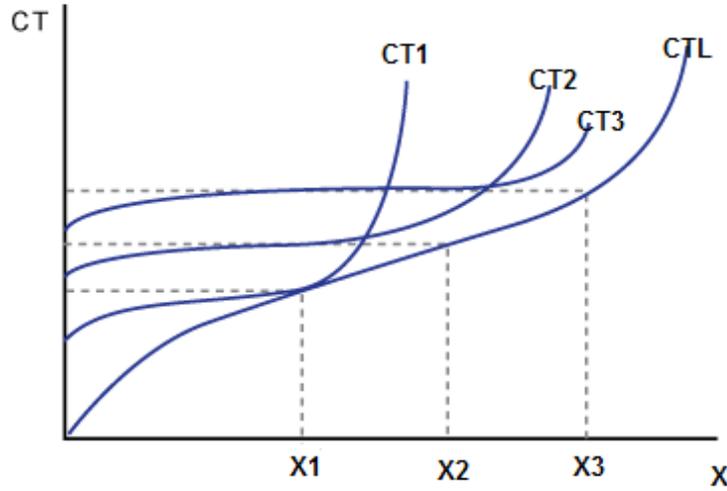


إذا افترضنا أن المؤسسة كانت تغير الإنتاج من فترة لأخرى لأربعة فترات، فإن سيظهر لنا منحنيات التكلفة المتوسطة في الأجل القصير لأربعة فترات. حيث إن المنحنى الأعلى اليسار يمثل مستوى إنتاج منخفض بتكلفة متوسطة منخفضة، وتكون في التكلفة المتوسطة الدنيا أكبر منها في المنحنى الثاني، وفي المنحنى الثاني أكبر من المنحنى الثالث عندما توسعت المؤسسة أكبر في الإنتاج، وفي الفترة الرابعة صارت المؤسسة أكبر من اللازم فارتفعت تكلفتها المتوسطة، وهذا ما جعل منحنى التكاليف المتوسطة على المدى

الطول ينحدر من في البداية ويصل إلى مستوى أدنى ليبدأ في الارتفاع بعد ذلك. وعليه فإن منحنى التكلفة المتوسطة في المدى الطويل هو عبارة عن الغلاف الخارجي الذي يضم مجموع منحنيات التكلفة المتوسطة في المدى القصير.

## 2.2 التكلفة الكلية في الأجل الطويل CTL

يوضح هذا المنحنى أدنى تكلفة كلية لازمة لإنتاج كل مستوى من الإنتاج، وهو المنحنى المماس لجميع منحنيات التكلفة الكلية في الأجل القصير، ويكون بمثابة غلاف لها. يمكن الحصول على التكلفة الكلية طويلة الأجل لأي مستوى من مستويات الإنتاج بضرب مختلف مستويات الإنتاج في التكلفة المتوسطة طويلة الأجل المقابلة لكل المستوى من الإنتاج. وبتوصيل هذه النقاط نحصل على منحنى التكلفة الكلية طويل الأجل.



## 3.2 التكلفة الحدية في الأجل الطويل Cml

تقيس التكلفة الحدية في المدى الطويل التغير في التكلفة الكلية طويلة الأجل مقابل تغير حجم الإنتاج بوحدة واحدة. وبتوصيل هذه النقاط نحصل على منحنى التكلفة الحدية طويل الأجل.

### 3. مرونة التكاليف

تعرف مرونة التكاليف بأنها التغير الذي يحصل في التكاليف الكلية عند تغير الكميات المنتجة بوحدة واحدة مع ثبات العوامل الأخرى.

$$E^c = \frac{\frac{\Delta CT}{CT}}{\frac{\Delta x}{x}} = \frac{\partial CT}{\partial x} \cdot \frac{x}{CT}$$

وتفسر لنا درجة مرونة التكاليف مرحلة الإنتاجية، فإذا كانت  $E^c < 1$  مرحلة تزايد الإنتاجية، وإذا كانت  $E^c > 1$  مرحلة تناقص الإنتاجية، أما إذا كانت  $E^c = 1$  فهي مرحلة ثبات الإنتاجية.

## المحاضرة الثامنة: نظرية التكاليف، الإيرادات، والأرباح (تابع)

### II. الإيرادات

الإيراد هو القيم النقدية التي تحصل عليها المؤسسة من جراء بيع منتجاتها في السوق، ويتم التمييز بين ثلاثة أنواع من الإيرادات هي الإيراد الكلي والإيراد المتوسط والإيراد الحدي.

#### 1.1 الإيراد الكلي RT

هو ما تحصل عليه المؤسسة من جراء بيع منتجاتها خلال فترة زمنية معينة، فهو دالة في الكميات المباعة، ويعبر عنه بالصيغة الرياضية التالية:

$$RT = F(x) = x \cdot p_x$$

#### 2.1 الإيراد المتوسط RM

يعبر عن نصيب الوحدة الواحدة المباعة من الإيراد الكلي، أي هو حاصل قسمة الإيراد الكلي على عدد الوحدات المباعة، أي:

$$RM = \frac{RT}{x} = \frac{x \cdot p_x}{x} = p_x$$

#### 3.1 الإيراد الحدي Rm

هو التغير في الإيراد الكلي نتيجة تغير الكمية المباعة بوحدة واحدة، ويعبر عن ذلك رياضياً بالصيغة التالية:

$$Rm = \frac{\Delta RT}{\Delta x} = \frac{\partial RT}{\partial x} = p_x$$

مثال 4:

الجدول التالي يظهر الكميات المنتجة والمباعة لمؤسسة ما خلال فترة زمنية معينة (10 أيام):

x	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Px	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5

المطلوب:

- أحسب كل من الإيراد الكلي، المتوسط، والحدي، ثم قدم التمثيل البياني للمنحنيات السابقة

الحل:

RT	0	5	10	15	20	25	30	35	40	45	50
RM	-	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5
Rm	-	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5

## 2. تعظيم الإيرادات

تصل الإيرادات الكلية عند انعدام دالة الإيرادات الحدية، ويعبر عن ذلك رياضياً بالصيغة التالية:

$$Max RT: \begin{cases} Rm = 0 \\ Rm' < 0 \end{cases}$$

مثال 5:

إذا كانت دالة الإيرادات لمؤسسة ما تأخذ الشكل التالي:  $RT = 260x - 3x^2$

1. أوجد دالتي الإيرادات الحدية والمتوسطة

2. ما هو حجم الإنتاج المناسب لتعظيم الإيرادات

الحل:

$$RM = \frac{RT}{x} = \frac{260x - 3x^2}{x} = 260 - 3x$$

$$Rm = \frac{\partial RT}{\partial x} = 260 - 6x$$

$$Max RT: \begin{cases} Rm = 0 \\ Rm' < 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 260 - 6x = 0 \\ -6 < 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 43.33 \\ -6 < 0 \end{cases}$$

وبهذا يكون حجم الإنتاج الأمثل هو 43.33 وحدة لتعظيم الإيرادات الكلية.

## III. الأرباح

تأخذ دراسة الأرباح نفس المنهج السابق لدراسة الإيرادات والتكاليف، حيث تتضمن الأرباح ثلاثة

مفاهيم: الأرباح الكلية، الأرباح المتوسطة، الأرباح الحدية.

### 1.1 الربح الكلي $\pi$

الربح الكلي هو الفرق بين الإيرادات الكلية والتكاليف الكلية، ويكتب بالصيغة التالية:

$$\pi = RT - CT = x \cdot p_x - CT$$

### 2.1 الربح المتوسط $\pi M$

يعبر عن نصيب الوحدة الواحدة المباعة من الربح الكلي، أي هو حاصل قسمة الربح الكلي على

عدد الوحدات المباعة، أي:

$$\pi M = \frac{\pi}{x} = \frac{x \cdot p_x - CT}{x} = p_x - CM$$

### 3.1 الربح الحدي $\pi m$

يعبر التغير في الربح الكلي نتيجة تغير الكمية المباعة بوحدة واحدة، ويعبر عن ذلك رياضياً

$$\pi m = \frac{\Delta \pi}{\Delta x} = \frac{\partial \pi}{\partial x} = Rm - Cm = p_x - Cm \quad \text{بالصيغة التالية:}$$

## 2. تعظيم الربح

يهدف المنتج إلى تعظيم أرباحه الكلية من بيعه لمنتجاته، والربح الكلي هو الفرق بين الإيراد الكلي والتكلفة الكلية الاجمالية، وأعلى ربح هو أكبر فرق موجب بين الإيراد الكلي والتكلفة الكلية، وبما أن الربح هو دالة في الكميات المنتجة، تصل الأرباح إلى مستواها الأقصى عند انعدام دالة الأرباح الحدية، ويعبر عن ذلك رياضياً بالصيغة التالية:

$$\text{Max } \pi: \begin{cases} \pi m = 0 \\ \pi m' < 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} Rm - Cm = 0 \\ \pi m' < 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} p_x - Cm = 0 \\ -Cm' < 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} p_x = Cm \\ Cm' > 0 \end{cases}$$

وإذا كانت البيانات معطاة في جدول، أي أن دالة التكاليف ودالة الإيرادات متقطعة، فقد لا نجد نقطة تتساوى عندها تماماً التكلفة الحدية مع الإيراد الحدي، وفي مثل هذه الحالة نأخذ الكميات التي تحقق أعلى فارق بين الإيراد الكلي والتكلفة الكلية، حيث بالقرب منها تكون التكاليف الحدية متساوية مع الإيرادات الحدية.

### مثال 6:

أوجد حجم الإنتاج الذي يجعل الربح في أعظم قيمة له لمنشأة ما لها دالة التكاليف ودالة الإيرادات

من الشكل التالي:

$$CT = 500 + 20x$$

$$RT = 260x - 3x^2$$

الحل:

$$\pi = RT - CT = (260x - 3x^2) - (500 + 20x)$$

$$\pi = -500 + 240x - 3x^2$$

$$\pi m = 240 - 6x$$

$$\text{Max } \pi: \begin{cases} \pi m = 0 \\ \pi m' < 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 240 - 6x = 0 \\ -6 < 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 40 \\ -6 < 0 \end{cases}$$

وبهذا يكون حجم الإنتاج الأمثل هو 40 وحدة لتعظيم أرباحها

## 3. مرونة الأرباح

تعرف مرونة الأرباح بأنها التغير الذي يحصل في الأرباح الكلية عند تغير الكميات المباعة بوحدة

واحدة مع ثبات العوامل الأخرى.

$$E^c = \frac{\frac{\Delta \pi}{\pi}}{\frac{\Delta x}{x}} = \frac{\partial \pi}{\partial x} \cdot \frac{x}{\pi}$$

## المحاضرة التاسعة: نظرية العرض

يعني الحديث عن العرض الحديث عن تصرفات المنتجين والبائعين حيال الأسعار المختلفة للسلعة أو الخدمة التي يقدمونها في السوق.

### 1. العرض:

العرض هو الكميات المختلفة من سلعة ما التي يرغب ويستطيع المنتجون عرضها للبيع في السوق عند كل سعر محدد خلال فترة زمنية محددة.

يتم التعبير عن العرض بالصيغة الرياضية التالية:

$$x = f(p_x)$$

حيث:  $x$  الكمية المعروضة من سلعة ما، و  $p_x$  سعرها في السوق.

يتضح من التعريف أنه وجود علاقة بين السعر والكمية المعروضة، فالعرض يتأثر بالسعر وبالفترة التي يتم العرض خلالها. والعلاقة بين العرض والسعر هي علاقة طردية (بعكس العلاقة بين الطلب والسعر)، حيث أن ارتفاع سعر السلعة مع ثبات العوامل الأخرى يؤدي الى ارتفاع هامش ربح المنتج وهذا يشجع على زيادة الكمية المعروضة منها، وانخفاض السعر يحد من عرضها، فكلما ارتفع سعر سلعة ما في السوق كلما زادت الكميات المعروضة منها، و كلما انخفض سعر السلعة في السوق كلما انخفضت الكمية المعروضة منها، وهذا ما يعرف بقانون العرض (أي  $\frac{\partial x}{\partial p_x} > 0$ ).

### 2. منحنى عرض المنتج ومنحنى العرض السوق:

منحنى عرض المنتج هو عبارة عن التمثيل البياني للعلاقة الطردية بين سعر السلعة والكمية المعروضة منها.

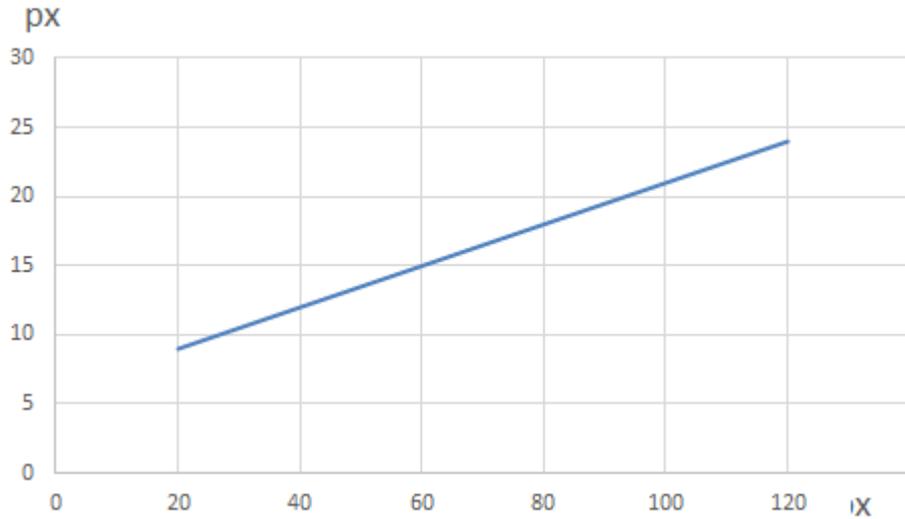
### مثال 1:

يوضح الجدول التالي الكميات المعروضة لمنتج ما من سلعة  $x$  عند مستويات مختلفة من الأسعار:

<b>px</b>	9	12	15	18	21	24
<b>x</b>	20	40	60	80	100	120

يوضح هذا الجدول تأثير سعر السلعة على الكمية المعروضة منها، وذلك في فترة زمنية محددة. حيث يتضح أن هذا التأثير طردي، أي أن ارتفاع السعر يؤدي الى ارتفاع الكمية المعروضة، كما يؤدي انخفاض السعر الى انخفاض الكمية المعروضة. وهنا يجب أن نشير إلى وجود عوامل أخرى تؤثر على الكمية المعروضة افترضنا ثباتها.

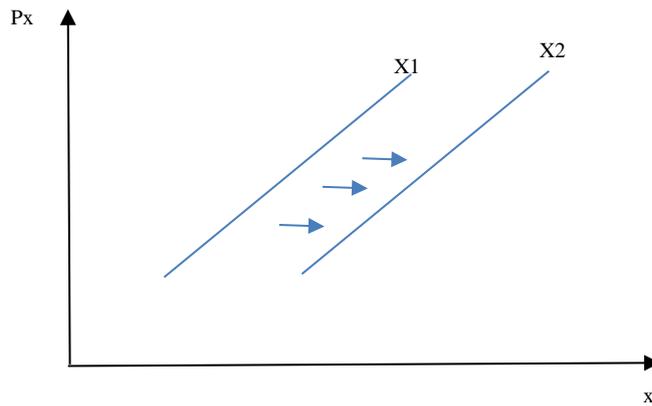
التمثيل البياني لجدول العرض السابق يأخذ الشكل التالي:



أما منحنى عرض السوق فهو عبارة عن تجميع لمنحنيات عرض جميع المنتجين لنفس السلعة عند مستويات مختلفة من الأسعار خلال فترة زمنية محددة.

### 3. محددات العرض

عندما تتغير الكميات المعروضة من سلعة ما بسبب تغير السعر وبقاء بقية العوامل المؤثرة في العرض ثابتة نقول عن ذلك تغير في الكمية المعروضة. ويعني ذلك بياننا الانتقال من نقطة إلى أخرى على نفس منحنى العرض. أما التغير في العرض، فيعني انتقال منحنى العرض بأكمله إلى اليمين أو إلى اليسار بفعل تأثير عوامل أخرى غير سعر السلعة الذي يبقى ثابتا.



تسمى مجموعة العوامل التي تؤثر في العرض محددات العرض، ومن أهمها:

- أسعار عناصر الإنتاج (أسعار المدخلات): تتأثر الكمية المعروضة من سلعة ما بأسعار مدخلات الإنتاج المستخدمة في العملية الإنتاجية (أسعار المواد الأولية، إيجار المباني، أجور العمال ...) فعند انخفاض

أسعار عناصر الإنتاج تنخفض تكاليف إنتاج سلعة ما وهذا من شأنه زيادة أرباح المنتج في حالة ثبات العوامل الأخرى، وبالتالي انتقال منحنى العرض إلى اليمين، والعكس بالعكس.

- **المستوى التقني للإنتاج:** إن العلاقة بين مستوى التقني للإنتاج والكمية المعروضة من سلعة ما هي علاقة طردية، فعند استخدام المعارف التقنية المتطورة في العمليات الإنتاجية وتتوفر الموارد البشرية المؤهلة تأهيلا عاليا يرتفع المستوى التقني للإنتاج وتصبح هناك إمكانية لإحلال عناصر الإنتاج محل بعضها البعض وبالتالي تنخفض التكاليف، وهذا يعني مزيد من الأرباح، تحفز على المزيد من الإنتاج والعرض، وبالتالي انتقال منحنى العرض إلى اليمين، والعكس بالعكس.

**السياسات المالية:** تؤثر السياسات المالية المتبعة من طرف الدولة على النشاط الإنتاجي (العرض) وذلك من خلال الضرائب والاعانات أو أية وسائل أخرى. فعندما تلغي الدولة ضريبة على سلعة ما أو تنخفض منها يؤدي ذلك إلى انخفاض تكاليف الإنتاج بالنسبة للمنتجين وارتفاع هامش ربحهم عند بقاء السعر ثابت، وهذا من شأنه زيادة الكميات المعروضة من السلعة، وبالتالي انتقال منحنى العرض إلى اليمين، والعكس بالعكس. وعندما تقدم الدولة اعانات أو دعم على سلعة ما أو ترفع منها يؤدي ذلك إلى انخفاض تكاليف الإنتاج بالنسبة للمنتجين وارتفاع هامش ربحهم عند بقاء السعر ثابت، وهذا من شأنه زيادة الكميات المعروضة من السلعة، وبالتالي انتقال منحنى العرض إلى اليمين، والعكس بالعكس.

- **عدد المنتجين:** مع زيادة عدد المنتجين لسلعة ما يزداد العرض السوقي لسلعة ما وبالتالي انتقال منحنى العرض إلى اليمين، والعكس بالعكس.

- **العوامل الطبيعية:** إن العلاقة بينها علاقة طردية فإذا كانت العوامل الطبيعية (ظروف مناخية، موقع جغرافي، خامات طبيعية، ...) مناسبة لإنتاج السلعة فإن الكمية المعروضة منها سوف تزيد، وبالتالي انتقال منحنى العرض إلى اليمين، والعكس بالعكس.

المحاضرة العاشرة: نظرية العرض (تابع)

3. اشتقاق دالة العرض

1.3 اشتقاق دالة العرض بيانياً

أشرنا خلال دراستنا لنظرية التكاليف والارباح أن المنتج يهدف إلى تعظيم ربحه، ويتحقق هذا الهدف بانعدام الربح الحدي والذي يتساوى عنده الإيراد الحدي مع التكلفة الحدية:

$$\text{Max } \pi: \begin{cases} \pi_m = 0 \\ \pi_m' < 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} R_m - C_m = 0 \\ \pi_m' < 0 \end{cases} \Rightarrow R_m = C_m$$

فإذا كان الإيراد الكلي للمنتج يتحقق بضرب الكميات المباعة من سلعة ما في سعر الوحدة المباعة،

أي:  $RT = x \cdot p_x$  فيكون الإيراد الحدي في هذه الحالة:  $R_m = \frac{\partial RT}{\partial x} = p_x$  وبالتالي يصبح شرط

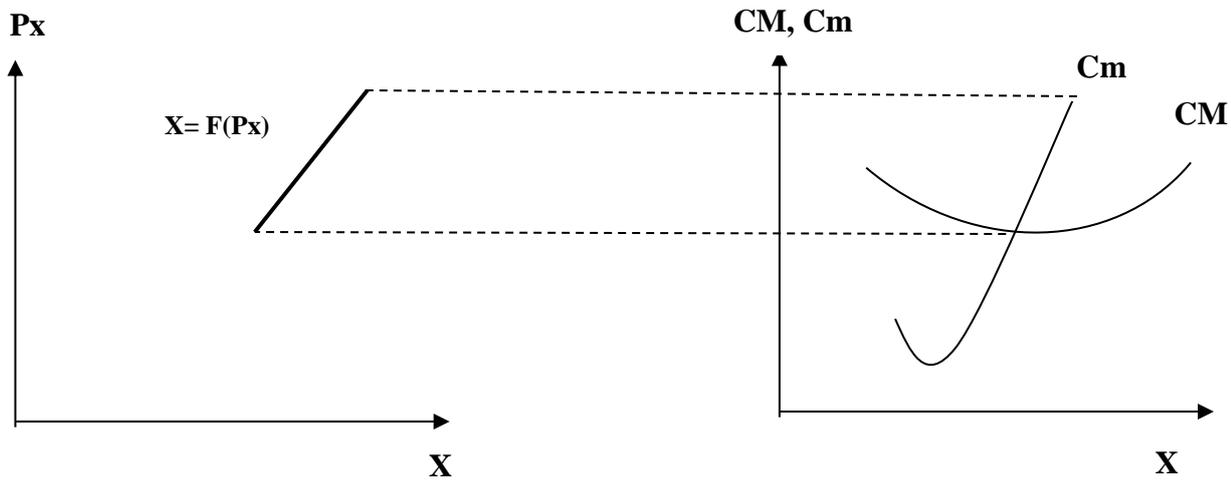
تعظيم الربح من الشكل:  $p_x = C_m$ .

$$\text{Max } \pi: \begin{cases} \pi_m = 0 \\ \pi_m' < 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} R_m - C_m = 0 \\ \pi_m' < 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} p_x - C_m = 0 \\ -C_m' < 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} p_x = C_m \\ C_m' > 0 \end{cases}$$

من خلال الشرط 2 لتعظيم الربح، نستنتج بأن دالة العرض الفردي بيانياً هي عبارة عن إسقاط

الجزء المتصاعد من منحنى التكلفة الحدية الذي يبدأ من النقطة التي تكون عندها التكلفة المتوسطة CM عند أدنى مستوى لها، وذلك لأنه ابتداء من هذه النقطة يبدأ الربح بأخذ قيم موجبة، كما هو موضح في

الشكل التالي:



### 2.3 اشتقاق دالة العرض رياضيا

لإيجاد دالة العرض رياضيا نستعمل الشرط 1 لتعظيم الربح أي  $p_x = Cm$  ومن خلال هذه العلاقة نستنتج الدالة:

$$x = f(p_x)$$

مثال 2:

إذا كانت دالة التكاليف الكلية لمؤسسة تنتج السلعة  $x$  من الشكل التالي:  $CT = 10x^2 - 20x$

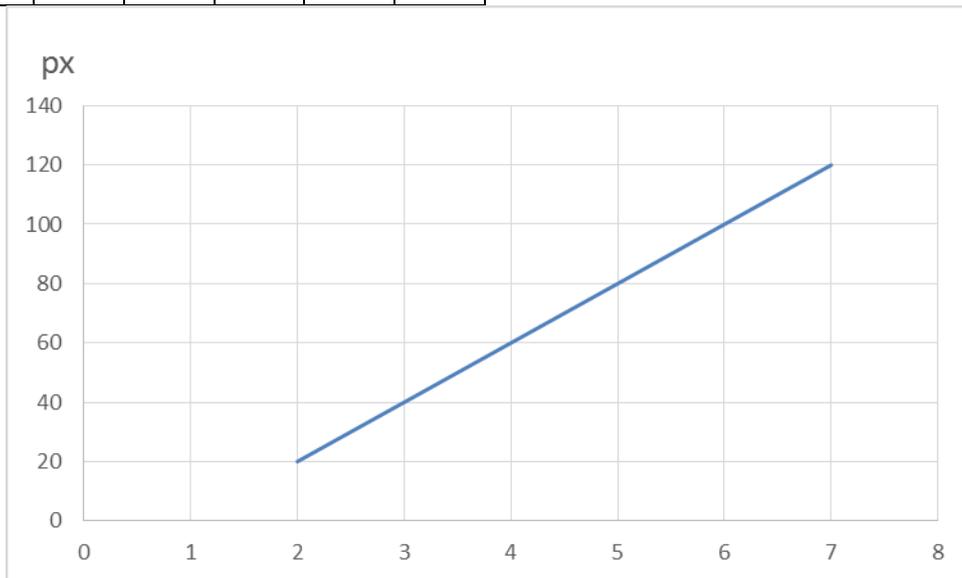
المطلوب:

أوجد دالة العرض لهذا المنتج، مع تمثيلها بيانياً؟

الحل:

$$p_x = Cm \Rightarrow p_x = 200x - 20 \Rightarrow x = \frac{p_x + 20}{20} \Rightarrow x = 0.05p_x + 1$$

<b>px</b>	20	40	60	80	100	120
<b>x</b>	2	3	4	5	6	7



### 4. مرونة العرض

مرونة العرض السعرية هي مقياس لمعرفة النسبة التي يتغير بها عرض سلعة ما عند تغير سعرها مع ثبات العوامل الأخرى.

$$E_p^S = \frac{\frac{\Delta x}{x}}{\frac{\Delta p_x}{p_x}} = \frac{\partial x}{\partial p_x} \cdot \frac{p_x}{x}$$

نظرا للعلاقة الطردية بين الكميات المعروضة من سلعة ما وسعرها، تكون مرونة العرض موجبة.

التمثيل البياني	التفسير	قيمة المرونة $E_p^S$
	<p><b>العرض متكافئ المرونة:</b> التغير النسبي في السعر يؤدي إلى نفس التغير النسبي في العرض.</p>	$E_p^S = 1$
	<p><b>العرض مرن نسبيا:</b> التغير نسبي في السعر يؤدي إلى تغير نسبي أكبر في العرض.</p>	$E_p^S > 1$
	<p><b>العرض غير مرن نسبيا:</b> التغير النسبي في السعر يؤدي إلى تغير نسبي أصغر في العرض.</p>	$E_p^S < 1$
	<p><b>العرض عديم المرونة:</b> التغير النسبي في سعر السلعة X لا يؤثر على الكميات المعروضة من هذه السلعة.</p>	$E_p^S = 0$
	<p><b>العرض تام المرونة:</b> تغير نسبي صغير جدا في السعر يؤدي إلى تغير نسبي كبير جدا في العرض.</p>	$E_p^S = +\infty$

## المحاضرة الحادي عشر: التوازن في سوق المنافسة الكاملة

### 1. مفهوم السوق

يعني السوق بالمفهوم البدائي مكان محدد يجتمع فيه البائعون والمشترون للتعامل على سلعة ما، مثل سوق المواشي أو سوق الخضار. إلا أن مفهوم السوق قد تغير ولم يعد محدودا بمكان واحد للقاء البائعين والمشتريين بل أخذ آفاقا أوسع تتجاوز الحيز الجغرافي للقاء مثل سوق النفط وسوق العقار وسوق العملات.

يقوم نظام السوق على العلاقات القائمة بين وحدتين رئيسيتين تتخذان القرارات الاقتصادية، وتتمثلان بالمنتجين (عارضى السلعة) والمستهلكين (طالبى السلعة):

**قطاع المستهلكين:** ويتكون قطاع المستهلكين من الافراد والعائلات الذين يطلبون السلع والخدمات التي تشبع احتياجاتهم وتلبي متطلباتهم ويقومون بنفس الوقت بتقديم خدمات عناصر الإنتاج المختلفة، مثل خدمات العمل والأرض ورأس المال.

**قطاع الأعمال:** ويتكون من الوحدات الإنتاجية التي تقوم بشراء خدمات عناصر الإنتاج المختلفة من قطاع المستهلكين بهدف انتاج السلع والخدمات التي يبيعونها لقطاع المستهلكين.

واضح أن في السوق علاقات بيع وشراء (عرض وطلب) بالنسبة للسلع والخدمات، وعلاقات بيع وشراء (عرض وطلب) بالنسبة لعناصر الإنتاج. ويمثل مجموع تلك العلاقات وما يترتب عليها بنظام السوق. وتعتبر الأسعار هي مؤشر التعامل في السوق.

### 2. التوازن

ان السلع الاقتصادية لا تطلب من قبل المستهلكين إلا لأنها نافعة، كما أن المنتجين يعجزون عن عرضها بكميات غير محدودة لكونها ادره، فالنفع والندرة هما القوتان الكامنتان اللتان تؤديان إلى ظهور الأسعار. ويعكس النفع والندرة نفسيهما على شكل طلب المستهلكين من جهة وعرض المنتجين من الجهة الأخرى. ويتبين أن كلا العرض والطلب لهما نفس الأهمية في إيجاد سعر التوازن الذي يلائم بين الكميات التي يرغب كافة المستهلكين بشرائها من السلعة المدروسة والتي يرغب جميع المنتجين عرضها عند ذلك السعر وتسمى الآلية التي تخلق التوازن في السوق بالقدرة التنظيمية للأسعار.

يقصد بتوازن السوق توازن العرض والطلب في السوق، أي تساوي الكميات المعروضة مع الكميات المطلوبة من سلعة ما عند سعر محدد وفي زمن معين  $(X_S = X_D)$ . ويتحدد سعر التوازن في السوق بباينا عند تقاطع منحنى الطلب السوقي مع منحنى العرض السوقي.

مثال 1:

لنفرض أن سوق السلعة  $X$ ، يتميز بالمعطيات التالية:

$$x_D = 1000 - \frac{1}{2}p_x$$

1000- مستهلك لهذه السلعة، حيث دالة الطلب الفردية لكل منهم

$$x_S = 2000 + 3p_x$$

10- مؤسسات منتجة لهذه السلعة، حيث دالة العرض الفردية لكل منهم

المطلوب:

حدد سعر وكمية التوازن في سوق هذه السلعة، رياضيا وبيانيا؟

الحل:

$$x_S = x_D \Rightarrow 10(2000 + 30p_x) = 1000 \left(100 - \frac{1}{2}p_x\right)$$

$$\Rightarrow p_x = \frac{100000 - 20000}{300 + 500} \Rightarrow p_x = 100$$

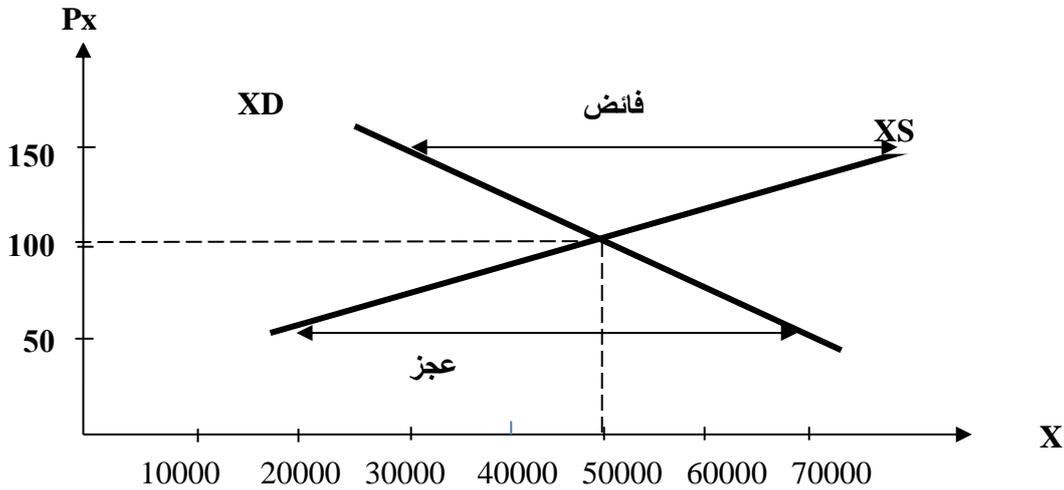
$$X_S = X_D \Rightarrow 10(2000 + 30(100)) = 1000 \left(100 - \frac{1}{2}(100)\right) = 50000$$

$$E(p_x; x) = (100; 50000)$$

من خلال التمثيل البياني نلاحظ بأن التوازن في سوق هذه السلعة يتحقق عند مستوى سعر

100 و.ن، وتكون كمية التوازن عند هذا المستوى 50000 وحدة (العرض = الطلب). فإذا كان السعر أكبر

من ذلك كان السوق في حالة فائض (الطلب > العرض) وإذا كان أقل من كان السوق في حالة عجز.



3. تفاعل قوى العرض والطلب لتحقيق التوازن

إن سعر السلعة أو الخدمة في السوق لا يتحدد حسب رغبة المنتج، بل بتفاعل كل من الطلب

والعرض في السوق. فالمنتج قد يحدد سعرا تقديريا للسلعة إلا ان هذا السعر قد لا يصمد أمام معطيات

السوق. فقد يكون الطلب على السلعة أقل من العرض أو بالعكس قد يكون الطلب على السلعة أكبر من

العرض، وعندئذ لا بد أن يتغير السعر. ففي حال كان الطلب أكبر من العرض فإن السعر سيرتفع، وفي حال كان الطلب أقل من العرض فإن السعر سينخفض. ويبقى الطلب والعرض في حالة تغير نتيجة تغير السعر إلى أن يتساوى الطلب مع العرض، فيستقر السعر.

ماهي الآلية التي يعمل بها السعر لتحقيق التوازن؟

في حال كان الطلب أكبر من العرض (حالة العجز)، فإن السعر سوف يأخذ في الارتفاع ويصبح الإنتاج أكثر ربحية وعندها يزداد العرض (حسب قانون العرض) وينخفض الطلب (حسب قانون الطلب) إلى أن يتحقق التساوي بينهما، فيتوقف السعر عن الارتفاع ويستقر عند مستوى معين، والعكس (حالة الفائض) بالعكس.

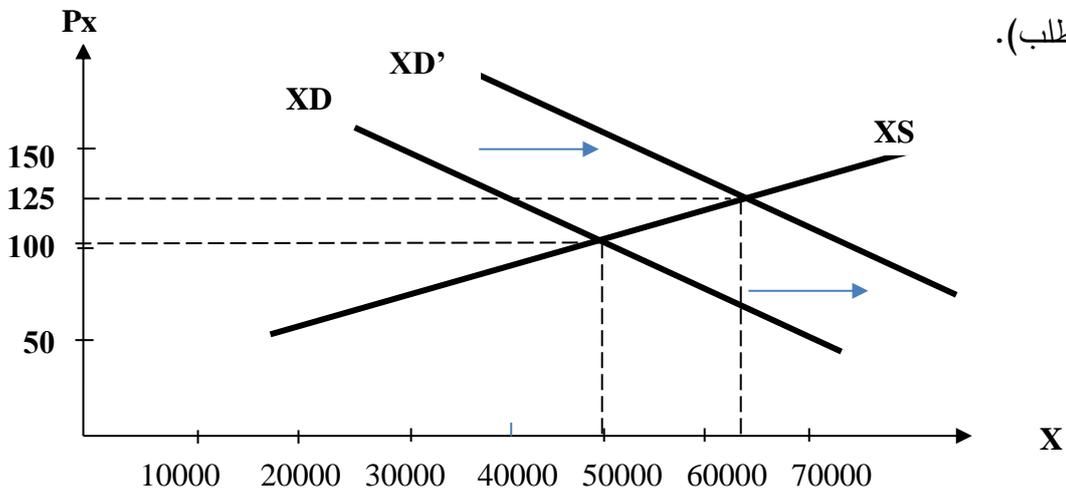
#### 4. التغير في الطلب والعرض

يتغير وضع التوازن في السوق وبالتالي يمكن أن يتغير السعر التوازني والكمية التوازنية إذا حدث تغير في الطلب أو العرض أو كلاهما - وهناك عدة حالات:

- حالة تغير الطلب مع ثبات العرض
- حالة تغير العرض مع ثبات الطلب
- حالة تغير الطلب والعرض معا

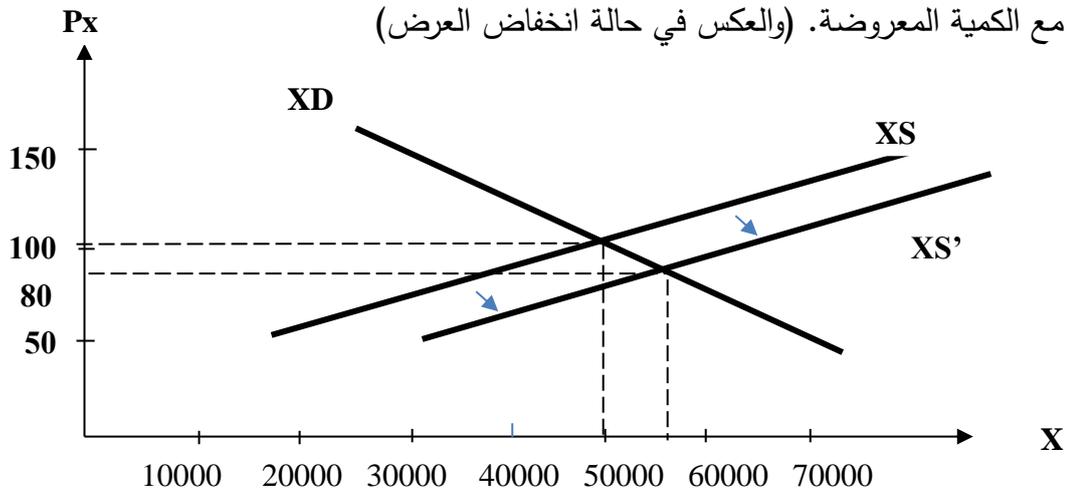
#### 1.4 زيادة الطلب مع ثبات ظروف العرض

يزداد الطلب على السلعة بسبب التغير في محددات الطلب، أي نتيجة زيادة عدد المستهلكين أو بسبب زيادة دخولهم أو بسبب تغير أسعار السلع البديلة والمكملة أو بسبب تغير أذواق المستهلكين... الخ. وفي هذه الحالة عند سعر التوازن الأصلي سوف يحدث فائض في الطلب (عجز في السوق)، هذا الفائض يدفع بالسعر إلى أعلى إلى أن تتساوى الكمية المطلوبة مع الكمية المعروضة. (والعكس في حالة ارتفاع الطلب).



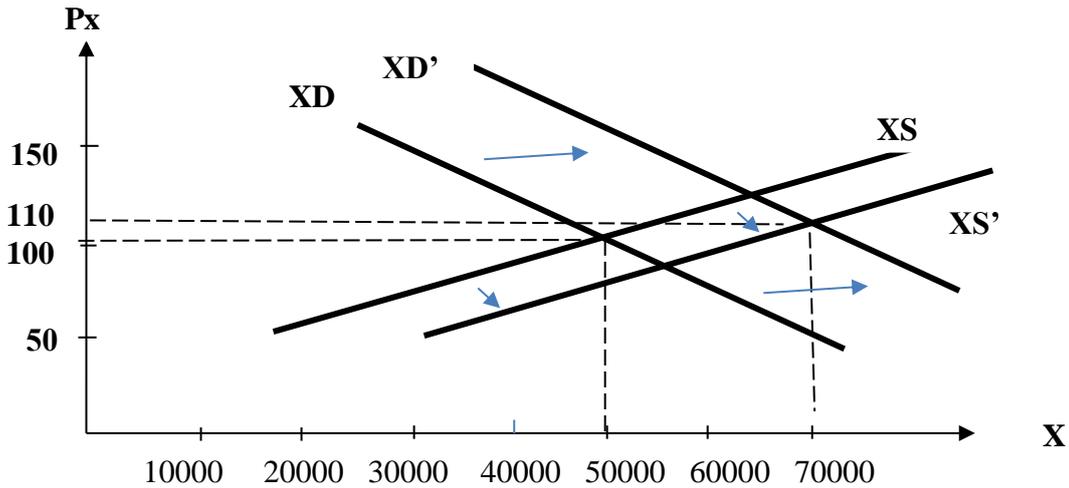
### 2.4 زيادة العرض مع ثبات ظروف الطلب

يعني التغيير في ظروف العرض تغيير في جانب المنتجين، ويجب أن نذكر أن العرض لا يتغير خلال فترة قصيرة من الزمن، لأن العرض الحالي من السلعة هو نتيجة قرارات اتخذت في الماضي من قبل المنتجين، ولتغيير العرض في المستقبل يبدأ المنتجون الآن بالتخطيط والعمل على زيادة العرض أو إنقاظه. يزداد العرض بسبب ارتفاع المستوى التقني للإنتاج أو بسبب انخفاض تكلفة عوامل الإنتاج أو بسبب تخفيض الضرائب أو زيادة إعانات الحكومة للإنتاج. وفي هذه الحالة عند سعر التوازن الأصلي سوف يحدث فائض في العرض، هذا الفائض يدفع بالسعر إلى الانخفاض إلى أن تتساوى الكمية المطلوبة



### 3.4 زيادة الطلب والعرض معا

ويتغير توازن سوق السلعة أيضا لتغير ظروف العرض وظروف الطلب معا



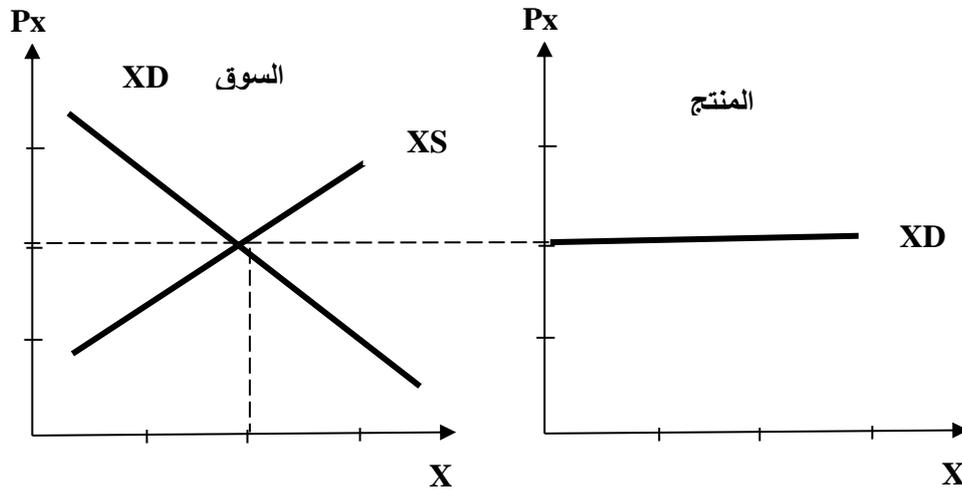
## المحاضرة الثاني عشر: التوازن في سوق المنافسة الكاملة (تابع)

### 5. التوازن في سوق المنافسة التامة

#### 1.5 مفهوم المنافسة التامة

تتميز سوق المنافسة الكاملة بوجود عدد كبير من المنتجين للسلعة، كل منهم ينتج جزء ضئيل من حجم الإنتاج الكلي المعروض في السوق. وهذا يعني أن خروج أو دخول المنتج إلى السوق لن يؤثر على العرض الكلي.

كما تتميز المنافسة التامة بتجانس السلعة التي يقوم المنتجون بإنتاجها مما يستبعد أي شكل من أشكال الدعاية والاعلان، وطالما أن السلعة المنتجة متجانسة فيترتب عن ذلك وجود سعر واحد في السوق أي أن المنتجين لا يستطيعون التأثير على السعر السائد في السوق وانما يتحدد هذا السعر عن طريق تفاعل قوى العرض والطلب، فالسعر الذي يواجهه المنتج الفرد في هذه الحالة يمكن اعتباره أنه ثابت ومفروض عليه ولن يتغير نتيجة لأي كمية ينتجها المنتج، كما أنه ليس هناك مبرر لأن يبيع سلعته بسعر أقل من سعر السوق إذ أن ذلك يحمله خسارة لا يمكنه الاستمرار في تحملها. لهذا السبب يكون منحنى الطلب على سلعة المنتج في المنافسة التامة عبارة عن خط افقي مستقيم عند مستوى سعر السوق (عديم المرونة)، أي أن المنتج الفرد مهما غير من حجم انتاجه فإن ذلك لن يكون له تأثير على السعر.



وتتصف المنافسة التامة أيضا بحرية الدخول والخروج من السوق، فيفترض عدم وجود عراقيل أو صعوبات مهما كان نوعها تمنع المنتجين من الدخول إلى السوق في حالة وجود ربح وسطي أو الخروج منه في حالة وجود خسارة.

## 2.5 توازن المنتج في المدى القصير

إن الهدف الرئيسي للمنتج في ظل نظام السوق، هو تعظيم أرباحه. وتصل الأرباح إلى حدها الأقصى عند تحقق الشرطين:

$$\text{Max } \pi: \begin{cases} \pi_m = 0 \\ \pi_m' < 0 \end{cases}$$

نعلم أن:

$$\begin{cases} \pi = RT - CT \\ RT = x \cdot p_x \end{cases}$$

فيصبح شرط التوازن لتعظيم أرباح المنتج في سوق المنافسة التامة من الشكل:

$$\text{Max } \pi: \begin{cases} \pi_m = 0 \\ \pi_m' < 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} R_m - C_m = 0 \\ \pi_m' < 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} p_x - C_m = 0 \\ -C_m' < 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} C_m = p_x \\ C_m' > 0 \end{cases}$$

مثال 1:

دالة التكاليف الكلية لمنتج ما من الشكل:  $CT = 2x^2 - 2x + 1$

المطلوب: حدد كمية التوازن لهذا المنتج إذا علمت السعر السائد في السوق هو 10 ون؟ والربح المحقق في هذه الحالة؟ (رياضيا وبيانيا)

الحل:

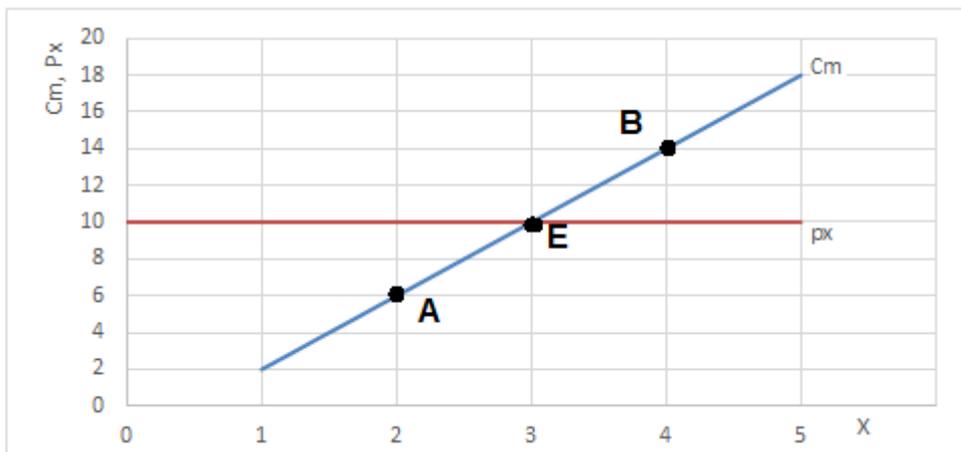
رياضيا: يتحقق توازن المنتج بتعظيم ربحه في ظل السعر السائد بـ:

$$\begin{cases} C_m = p_x \\ C_m' > 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 4x - 2 = 10 \\ 4 > 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 3 \\ 4 > 0 \end{cases}$$

$$\pi = RT - CT = (3)(10) - (2(3^2) - 2(3) + 1) = 17$$

يتحقق توازن المنتج بإنتاج وبيع 3 وحدات من السلعة x أين يكون ربحه الأقصى عند 17 ون.

بيانيا: يتحقق توازن المنتج بنقطة تقاطع منحنى الطلب على إنتاج المنتج (الإيراد الحدي) مع منحنى عرضها (التكلفة الحدية).



نلاحظ من الشكل أعلاه أن المنتج عند حجم الإنتاج 2 في النقطة A تكون التكلفة الحدية أقل من الإيراد الكلي، وبالتالي فمن مصلحة المنتج التوسع في الإنتاج أكثر إلى غاية النقطة E أين تتساوى التكلفة الحدية مع الإيراد الحدية، أي وحدة إضافية منتجة بعد ذلك تكون تكلفتها الحدية أكبر إيرادها الحدي B.

**ملاحظة:**

يبدأ المنتج في تحقيق ربح موجب ابتداء من النقطة التي تكون في التكلفة المتوسطة عند أدنى مستوى لها، وهنا يكون الربح مساوي للصفر لأن سعر البيع يكون مساوي لمتوسطة تكلفة إنتاج الوحدة الواحدة من X. فإذا كان السعر أكبر من متوسط التكلفة تحقق ربح وهذا ما سيشرح المؤسسة على البقاء في السوق، أما إذا كان السعر أقل من متوسط التكلفة تحقق خسارة وهذا ما يدفع المؤسسة إلى الخروج من السوق.

### 3.5 توازن المنتج في المدى الطويل

في المدى الطويل تصبح تكاليف الإنتاج كلها متغيرة، وبذلك تختفي كل التكاليف الثابتة لأن المنتج في المدى الطويل بإمكانه التغيير في جميع عوامل الإنتاج.

يتحقق توازن المنتج في المدى الطويل في سوق المنافسة التامة، نتيجة الدخول والخروج المستمر للمنشآت المتواجدة في السوق، وذلك كما يلي:

- إن تحقيق ربح وسطي في المدى القصير من طرف المنشآت المتواجدة في سوق المنافسة التامة، سيشرح على دخول منتجين جدد إلى السوق في المدى الطويل، مما يؤدي إلى انخفاض السعر في السوق وبالتالي زوال الربح الوسطي.

- أما في حالة تحقيق خسارة من طرف المنشآت المتواجدة في سوق المنافسة التامة في المدى القصير، فإن ذلك سيدفع ببعض المنتجين بالخروج من السوق، مما يؤدي إلى ارتفاع السعر وبالتالي زوال الخسارة.

- وعليه يتحقق توازن المنتج في المدى الطويل، عندما لن يكون هناك لا ربح وسطي ولا خسارة، وإنما فقط ربح عادي، ويتحقق ذلك عند نقطة التكلفة المتوسطة طويلة الأجل الدنيا Min CML حيث تتساوى التكلفة المتوسطة طويلة الأجل مع التكلفة الحدية طويلة الأجل:

$$\text{Min CML} : \text{CML} = \text{CmL}$$

أو بطريقة ثانية: يتحقق توازن المنتج عند نقطة التكلفة المتوسطة طويلة الأجل الدنيا Min CML حيث تنعدم فيها مشتقة التكلفة المتوسطة:  $\text{Min CML} : \text{CML}' = 0$

مثال:

دالة التكاليف الكلية لإنتاج السلعة  $x$  من الشكل التالي: (نفسها بالنسبة لجميع المنتجين)

$$CT = X^3 - 15x^2 + 76.25x$$

أما دالة الطلب السوقي على هذه السلعة، فتأخذ الشكل التالي:  $X = 55 - \frac{1}{2}x$

المطلوب:

\* حدد توازن المنتج؟

\* حدد العرض السوقي عند سعر التوازن؟

\* ما هو عدد المنتجين المتواجدين في السوق في الفترة الطويلة؟

الحل:

توازن المنتج:

يتحقق توازن المنتج عند نقطة التكلفة المتوسطة طويلة الأجل الدنيا Min CML حيث تتساوى

التكلفة المتوسطة طويلة الأجل مع التكلفة الحدية طويلة الأجل: Min CML : CML=CmL

$$CT = X^3 - 15x^2 + 76.25x$$

$$CML = \frac{CTL}{x} = X^2 - 15x + 76.25$$

$$Cml = \frac{\partial CTL}{\partial x} = 3X^2 - 30x + 76.25$$

$$CML = Cml \Rightarrow X^2 - 15x + 76.25 = 3X^2 - 30x + 76.25$$

$$\Rightarrow -2X^2 + 15x = 0 \Rightarrow x(-2x + 15) = 0$$

$$\Rightarrow -2x + 15 = 0 \Rightarrow x = 7.5$$

أو بطريقة ثانية: يتحقق توازن المنتج عند نقطة التكلفة المتوسطة طويلة الأجل الدنيا Min CML

حيث تنعدم فيها مشتقة التكلفة المتوسطة: Min CML : CML'=0

Min CML : CML'=0

$$CML = \frac{CTL}{x} = X^2 - 15x + 76.25$$

$$CML' = 2x - 15 \quad CML' = 0 \Rightarrow 2x - 15 = 0 \Rightarrow x = 7.5$$

وعند التوازن تكون التكلفة المتوسطة مساوية للسعر:

$$p_x = CML = 7.5^2 - 15(7.5) + 76.25 = 20$$

تحديد العرض السوقي عند سعر التوازن:

عند التوازن في السوق يكون العرض مساوي للطلب

$$p_x = 20 \Rightarrow x = 55 - \frac{1}{2}(20) = 45$$

عدد المنتجين المتواجدين في السوق في الفترة الطويلة:

عدد المنتجين = عرض السوق / عرض المؤسسة الواحدة

$$\text{عرض المنتجين} = 7.5/45 = 6 \text{ منتجين}$$

المحاضرة الثالثة عشر: التوازن في سوق المنافسة الكاملة (تابع)

6. تأثير تدخل الحكومة على التوازن

تدخل الحكومة في أسواق السلع يؤثر على السعر التوازني والكمية التوازنية. وهناك عدة حالات لتدخل الحكومة في الأسواق:

مثال 2:

إذا كانت دالتي العرض والطلب السوقيتين لسلعة ما  $X$  من الشكل التالي:

$$XD = 120 - 15p_x \quad XS = 20 + 5p_x$$

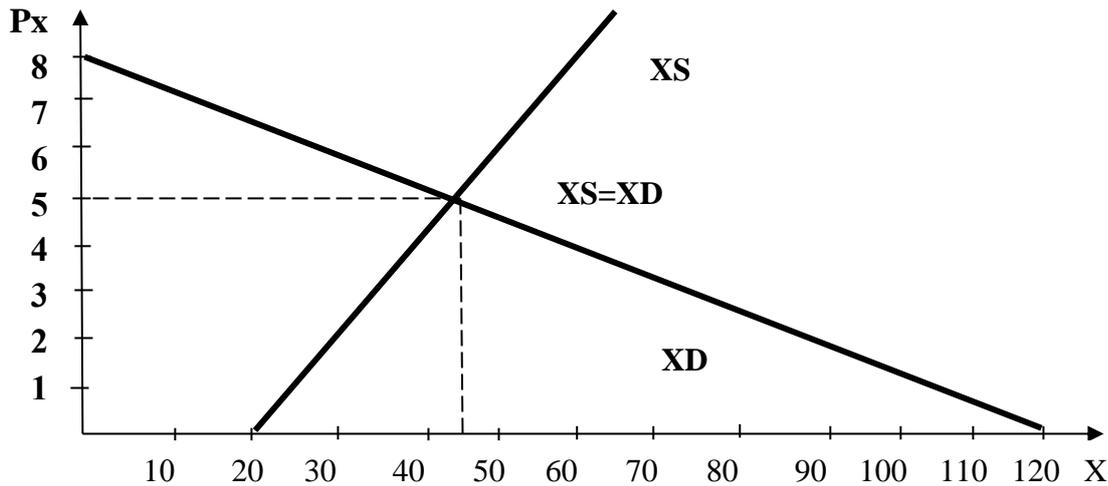
المطلوب:

1. حدد سعر وكمية التوازن لهذه السلعة؟ رياضيا وبيانيا
2. كيف يتأثر التوازن عند تدخل الحكومة في السوق (رياضيا وبيانيا) ب:
  - وضع سعر اعلى للسلعة عند مستوى 4 و.ن.
  - وضع سعر أدنى للسلعة عند مستوى 6 و.ن.
  - تقديم اعانة للمنتجين بقيمة 2 و.ن.
  - فرض ضريبة نوعية بقيمة 2 و.ن.

الحل:

1. تحديد سعر وكمية التوازن

$$XD = XS \Rightarrow 120 - 15p_x = 20 + 5p_x \Rightarrow p_x = \frac{120-20}{15+5} = 5 \Rightarrow X = 45$$



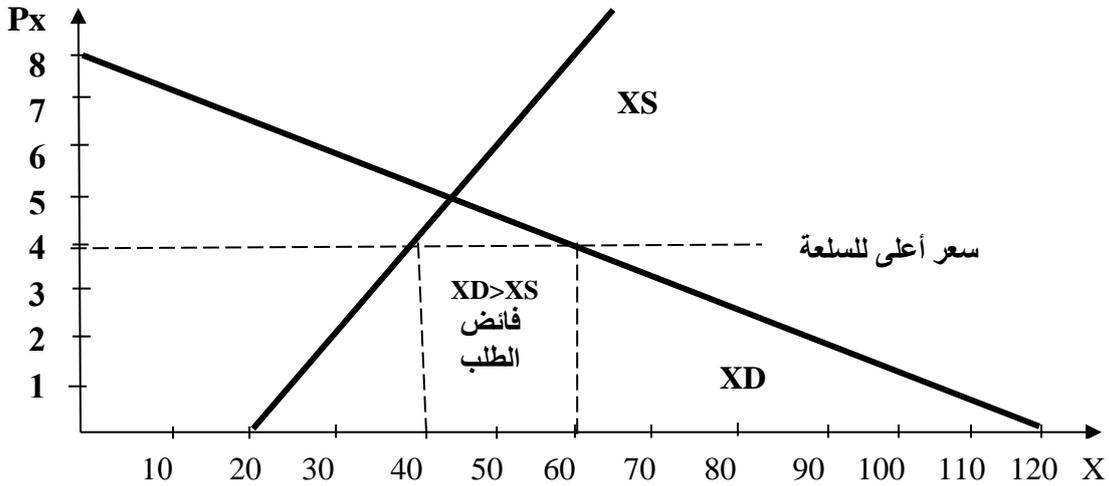
### 1.6 تدخل الحكومة بتحديد سعر أعلى للسلعة

في هذه الحالة تتدخل الحكومة لصالح المستهلك وتحدد سعر للسلعة أقل من السعر التوازني بحيث لا يجوز بيع السلعة بأعلى من السعر الذي حددته الحكومة - سوف تكون الكمية المطلوبة من السلعة أكبر من الكمية المعروضة ويحدث فائض طلب (عجز في السوق) وقد تنشأ السوق السوداء حيث يتم بيع كميات من السلعة بسعر أعلى من السعر المحدد من الحكومة وهذا يكون مخالفة للقوانين. ويمكن علاج المشكلة من خلال توزيع السلعة وفقاً لحصص محددة على المستهلكين.

- وضع سعر أعلى للسلعة عند مستوى 4 و.ن.

$$\begin{cases} XD = 120 - 15(4) = 60 \\ XS = 20 + 5(4) = 40 \end{cases} \Rightarrow XD > XS \Rightarrow XD - XS = 20$$

يترتب عن تدخل الحكومة بوضع سعر أعلى للسلعة عند مستوى 4 و.ن حدوث فائض في الطلب (عجز في السوق) بمقدار 20 وحدة.



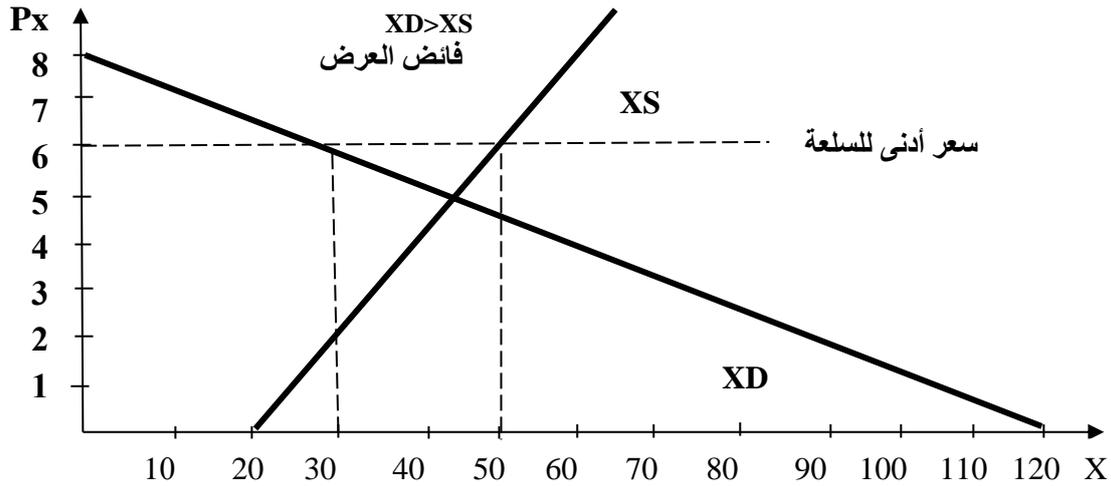
### 2.6 تدخل الحكومة بتحديد سعر أدنى للسلعة

في هذه الحالة تتدخل الحكومة لصالح المنتج وتحدد سعر أدنى للسلعة يكون أكبر من السعر التوازني بحيث لا يجوز بيع السلعة بأقل من السعر الذي حددته الحكومة - سوف تكون الكمية المعروضة من السلعة أكبر من الكمية المطلوبة ويحدث فائض عرض (أو فائض في السوق).

- وضع سعر أدنى للسلعة عند مستوى 6 و.ن.

$$\begin{cases} XD = 120 - 15(6) = 30 \\ XS = 20 + 5(6) = 50 \end{cases} \Rightarrow XS > XD \Rightarrow XS - XD = 20$$

يترتب عن تدخل الحكومة بوضع سعر أدنى للسلعة عند مستوى 6 و.ن حدوث فائض في العرض (فائض في السوق) بمقدار 20 وحدة.



### 3.6 تدخل الحكومة بتقديم إعانات للمنتجين

يؤدي تدخل الحكومة عن طريق منح إعانة أو دعم لسلعة ما إلى زيادة العرض وانتقال منحنى العرض إلى اليمين، وهذا يؤدي إلى: انخفاض السعر التوازني وزيادة الكمية التوازنية. يستفيد المستهلك من جزء من الإعانة في شكل انخفاض في سعر السلعة ويستفيد المنتج من الجزء الآخر من الإعانة، حيث:

- تتوزع الإعانة أو الدعم بالتساوي بين المنتج والمستهلك إذا تساوت مرونة الطلب مع مرونة العرض.
- يستفيد المستهلك بالجزء الأقل من الدعم أو الإعانة ويستفيد المنتج بالجزء الأكبر منها إذا كان الطلب على السلعة مرنا. وفي هذه الحالة يحدث انخفاض قليل في السعر الذي يدفعه المستهلك.
- يستفيد المستهلك بالجزء الأكبر من الإعانة حيث يحدث انخفاض كبير في سعر السلعة ويستفيد المنتج بالجزء الأقل من الإعانة في حالة الطلب غير المرن.

#### • تقديم اعانة للمنتجين بقيمة 2 و.ن.

$$XD = 120 - 15p_x$$

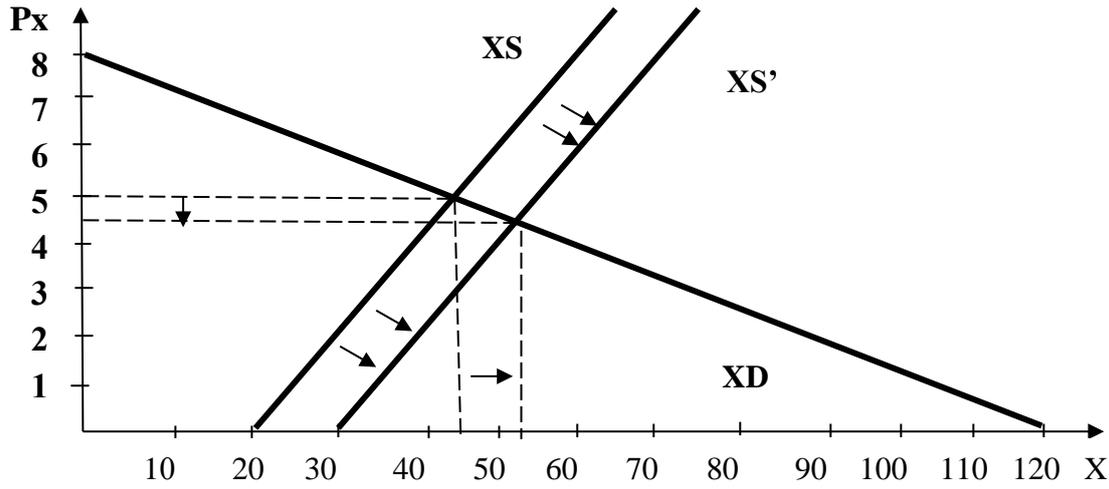
$$XS = 20 + 5(p_x + 2) \Rightarrow XS = 30 + 5p_x$$

$$XD = XS \Rightarrow 120 - 15p_x = 30 + 5p_x \Rightarrow p_x = \frac{120-30}{15+5} = 4.5 \Rightarrow X = 52.5$$

يترتب عن تدخل الحكومة بتقديم اعانة للمنتجين بقيمة 2 و.ن انخفاض السعر التوازني للسلعة إلى 4.5 بدلا من 5 وارتفاع الكمية التوازنية إلى 52.5 بدلا من 45 وحدة.

سعر المستهلك هو نفسه السعر التوازني أي 4.5 (استفاد المستهلك من 0.5 و.ن من مبلغ الإعانة)

سعر المنتج هو سعر المستهلك مضافا له قيمة الإعانة أي  $6.5 = 2 + 4.5$  (استفاد المنتج من 1.5 و.ن من مبلغ الإعانة)



4.6 تدخل الحكومة بفرض ضرائب على الإنتاج

يؤدي تدخل الدولة عن طريق فرض ضريبة غير مباشرة على السلعة (ضريبة مبيعات)، إلى نقص العرض وانتقال منحنى العرض إلى اليسار، وهذا يؤدي إلى: ارتفاع في السعر التوازني للسلعة ونقص الكمية التوازنية.

يتحمل المستهلك جزء من الضريبة في شكل ارتفاع في ثمن السلعة ويتحمل المنتج الجزء الآخر من الضريبة، حيث:

- يتوزع عبء الضريبة بالتساوي بين المنتج والمستهلك إذا تساوت مرونة الطلب مع مرونة العرض.
- يتحمل المستهلك الجزء الأقل من الضريبة في شكل ارتفاع قليل في السعر ويتحمل المنتج الجزء الأكبر من الضريبة إذا كان الطلب على السلعة مرنا.
- يتحمل المستهلك العبء الأكبر من الضريبة في شكل ارتفاع كبير في سعر السلعة ويتحمل المنتج العبء الأقل من الضريبة إذا كان الطلب على السلعة غير مرنا.

• فرض ضريبة نوعية بقيمة 2 و.ن.

$$XD = 120 - 15p_x$$

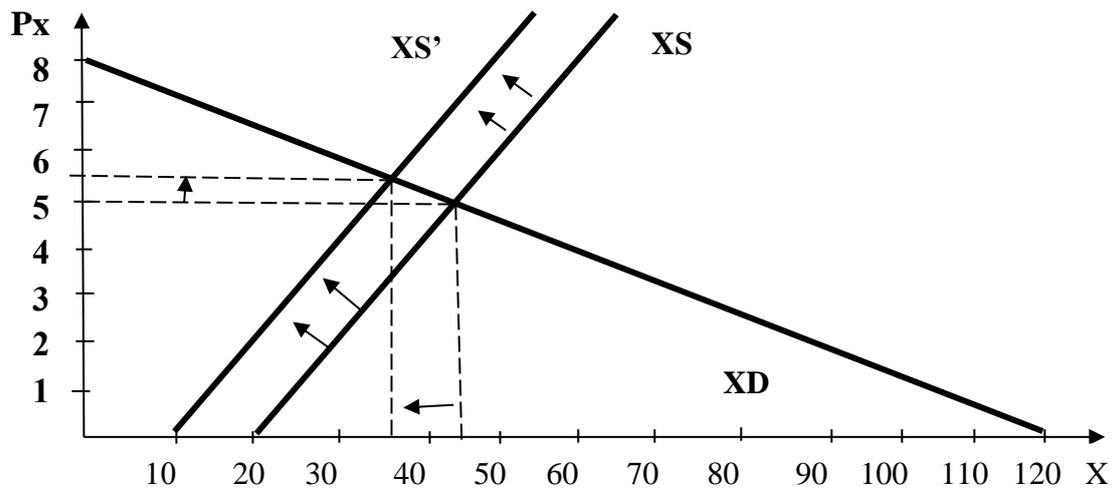
$$XS = 20 + 5(p_x - 2) \Rightarrow XS = 10 + 5p_x$$

$$XD = XS \Rightarrow 120 - 15p_x = 10 + 5p_x \Rightarrow p_x = \frac{120-10}{15+5} = 5.5 \Rightarrow X = 37.5$$

يترتب عن تدخل الحكومة بفرض ضريبة على المنتجين بقيمة 2 و.ن ارتفاع السعر التوازني للسلعة إلى 5.5 بدلا من 5 وانخفاض الكمية التوازنية إلى 37.5 بدلا من 45 وحدة.

سعر المستهلك هو نفسه السعر التوازني أي 5.5 (تحميل المستهلك 0.5 و.ن من قيمة الضريبة)

سعر المنتج هو سعر المستهلك مطروحا منه الضريبة أي  $3.5 = 2 - 5.5$  (تحميل المنتج 1.5 و.ن من قيمة الضريبة)



## المحاضرة الرابعة عشر: سوق عوامل الإنتاج

### 1. الطلب على عناصر الإنتاج

#### 1.1 تعريف الطلب على عناصر الإنتاج

يتحدد، بشكل عام سعر عامل الإنتاج كما يتحدد سعر سلعة نهائية نتيجة تفاعل العرض والطلب السوقي تماما، ويتكون جانب الطلب على عناصر الإنتاج في سوق المنافسة الكاملة من عدد كبير من المؤسسات الفردية (المنتجين) حيث تطلب كل مؤسسة فردية مستوى معين من عناصر الإنتاج الذي يحقق لها أقصى إنتاج بأقل تكلفة معينة من أجل تحقيق أقصى ربح. وتكون الخطوة الحاسمة في الحصول على منحى الطلب السوقي لأحد عوامل الإنتاج هي اشتقاق منحى طلب المؤسسة الواحدة لهذا العامل.

ولكن ما هي طبيعة الطلب على عناصر الإنتاج؟

الطلب على عناصر الإنتاج هو طلب مشتق (وسيط) وهو عبارة عن الكميات المختلفة من عناصر الإنتاج التي تطلبها المؤسسة الفردية في ظل أسعار معينة لعناصر الإنتاج خلال فترة زمنية محددة شريطة ثبات العوامل الأخرى المحددة للطلب.

#### 2.1 استنتاج دالة الطلب على عنصر الإنتاج في الفترة القصيرة

تهدف المؤسسة الى تعظيم الربح من خلال تعظيم الإيرادات الكلية وتقليل تكاليف الإنتاج. تتكون التكاليف الكلية في الأجل القصير من تكاليف ثابتة ومتغيرة. نفترض أن عنصر العمل هو العنصر الإنتاجي المتغير ضمن التكاليف الكلية، وبالتالي فإن تغير التكاليف الكلية يكون بسبب تغير الحجم المستخدم من عنصر العمل.

التكلفة الكلية للعمل = حجم تشغيل عنصر العمل \* سعر عنصر العمل (الأجور)

$$PTL = W.L$$

نفترض أن المنتج يستخدم مستوى معين من عنصر العمل في العملية الإنتاجية. فكيف يقرر المنتج استخدام أو تشغيل عامل إضافي من عنصر العمل، أو بعبارة أخرى كيف يطلب المنتج وحدة إضافية من عنصر العمل؟

عند تشغيل عامل إضافي في عملية الإنتاج يحدث أمران هما:

- زيادة الإيراد الكلي للمشروع نتيجة توظيف أو تشغيل عامل إضافي: حيث أن زيادة عنصر

العمل يؤدي الى زيادة الإنتاج الكلي بمقدار يساوي الإنتاجية الحدية للعامل الإضافي  $PmL$

وبالتالي يزيد الإيراد الكلي بمقدار يساوي الإنتاجية الحدية للعمل مضروبا في سعر السلعة

المنتجة  $X$ ، أو ما يعرف بالإيرادات الحدية  $Rm$  حيث  $Rm = PmL * Px$

- زيادة في التكاليف الكلية نتيجة تشغيل العامل الإضافي وتسمى بالتكلفة الحدية للعامل

الإضافي  $CmL$ .

ومن هنا سوف يعمل المنتج على المقارنة بين قيمة الإيراد الحدي للعامل الإضافي بالتكلفة الحدية للعامل الإضافي، فإذا كانت:

- الإيرادات الحدية للعامل الإضافي أكبر من التكلفة الحدية للعامل الإضافي ( $R_m > C_m L$ ) سيقدر المنتج استخدام هذا العامل الإضافي.
- أما إذا كانت الإيرادات الحدية للعامل الإضافي أقل من التكلفة الحدية للعامل الإضافي ( $R_m < C_m L$ ) سيقدر المنتج عدم استخدام هذا العامل الإضافي.
- فالمنتج يتوقف عن استخدام أي عامل إضافي عندما تصبح الإيرادات الحدية للعامل الإضافي مساوية للتكلفة الحدية للعامل الإضافي ( $R_m = C_m L$ ).

وهذا هو شرط توازن المشروع والذي على ضوئه يحدد المنتج حجم طلبه على عنصر الإنتاج (العمل في هذه الحالة) أي تساوي الإيرادات الحدية للعنصر الإنتاجي مع تكلفته الحدية.

يقصد بالتكلف الحدية للعمل في هذه الحالة الأجر الذي يتلقاه العامل الإضافي، وفي سوق المنافسة الكاملة يكون سعر العمل ثابت ولا يستطيع المنتج تغييره، فكلما استخدم عامل إضافي فإنه سيدفع له نفس مستوى الأجر السائد في السوق. وهذا معناه أن التكاليف الكلية ستزداد بمقدار ثابت وهو الأجر  $W$ . ومنه التكلفة الحدية للعمل لتساوي الأجر تماما ( $C_m L = W$ ).

ويمكن إعادة صياغة شرط التوازن الذي يقضي بتساوي الإيرادات الحدية للعمل مع التكلفة الحدية للعمل بتعويض الأجر أي:  $R_m = P_x * P_m L = W$  وهذه العلاقة الأخيرة هي ما يعبر عن دالة الطلب على عنصر العمل. حيث يطلب المنتج مزيد من وحدات عنصر العمل كلما انخفض الأجر والعكس صحيح. وبعبارة أخرى، دالة الطلب على العمل تعبر عن العلاقة العكسية بين حجم الطلب على العمل ومستوى الأجر، أي:  $L_d = f(W)$ .

### مثال 1:

إذا كانت دالة الإنتاجية الكلية للعمل في المدى القصير من الشكل التالي:

$$PTL = 200l - L^3$$

استنتج دالة الطلب على العمل إذا علمت أن سعر السلعة المنتجة في السوق هو 10؟

ما هو الحجم المستخدم من عنصر العمل إذا كان الأجر السائد هو 20 و.ن؟

### الحل:

يقوم المنتج باستخدام وحدات إضافية من عنصر العمل إلى غاية أن تتساوى الإيرادات الحدية للعمل (سعر السلعة المنتجة \* الإنتاجية الحدية للعمل) مع التكلفة الحدية للعمل (الأجر) أي:

$$P_x * P_m l = W \Rightarrow 10(200 - 3L^2) = W \Rightarrow L_d = \sqrt{\frac{2000 - W}{30}}$$

مثال 2:

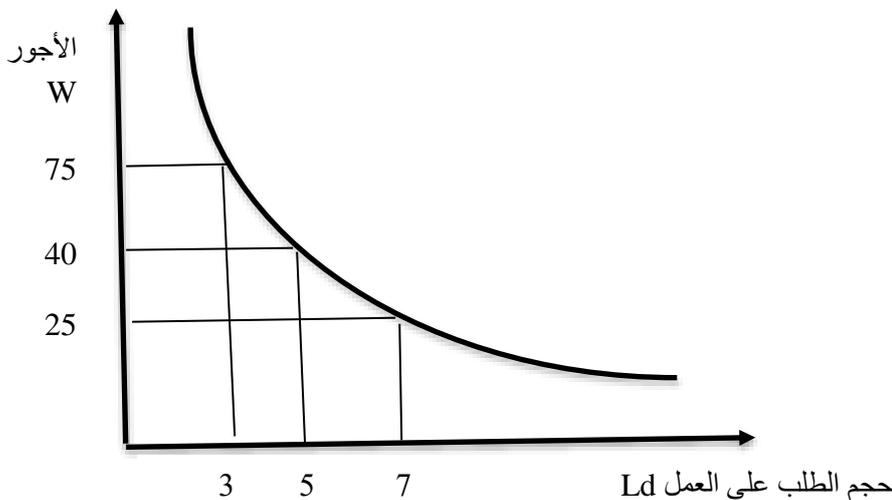
نفترض أن سعر السلعة المنتجة (الأقلام مثلا) هو 5 دينار للوحدة، وأن سعر وحدة عنصر العمل السائدة في السوق (أجور العمال) هو 40 دينار للعامل.

L	PmL	p	Rm	W	W'	W''
0	0	5	0	40	75	25
1	20	5	100	40	75	25
2	17	5	85	40	75	25
3	15	5	75	40	75	25
4	11	5	55	40	75	25
5	8	5	40	40	75	25
6	7	5	35	40	75	25
7	5	5	25	40	75	25

نلاحظ من الجدول أنه كلما كانت الإيرادات الحدية أكبر من الأجر السائد (40) كلما كان المنتج راغبا في تشغيل المزيد من وحدات العمل، إلى غاية تشغيل العمل الخامس الذي تتساوى إيراداته الحدية مع تكلفته وهنا تتوقف المؤسسة عن توظيف عمال إضافيين لأن تكلفتهم تصبح أكبر من الإيرادات التي تعود من تشغيلهم.

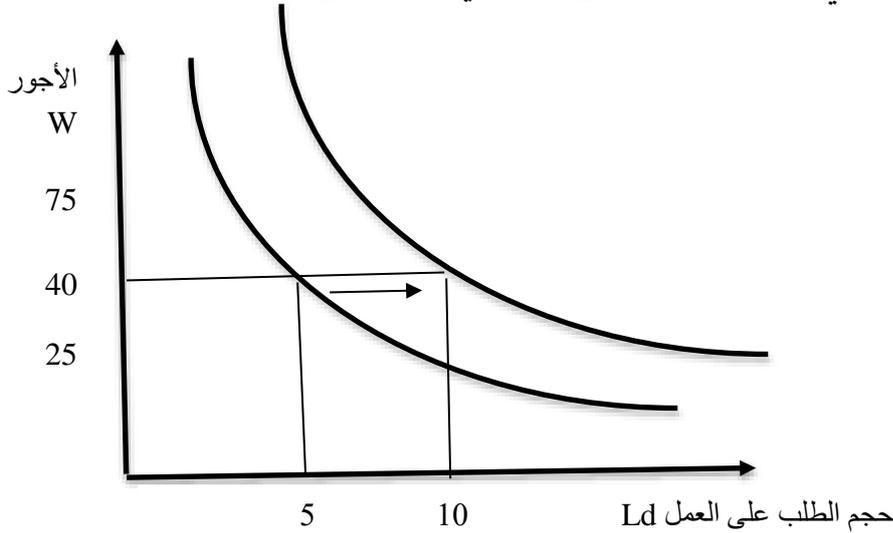
بافتراض أن سعر عنصر العمل ارتفع الى 75 فإن المؤسسة سوف تقوم بتخفيض الحجم المستخدم من عنصر العمل إلى 3 عمال اين تتساوى إيراداتها الحدية مع تكلفتها الحدية.  
وبافتراض أن سعر عنصر العمل انخفض الى 25 فإن المؤسسة سوف تقوم بزيادة الحجم المستخدم من عنصر العمل إلى 7 عمال اين تتساوى إيراداتها الحدية مع تكلفتها الحدية.

بالتوصيل بين النقاط الثلاثة السابقة نحصل على منحنى الطلب على العمل كما يلي:



هناك عوامل أو محددات للطلب على عنصر العمل وهي:

- مستوى إنتاجية عنصر العمل، فإذا زادت إنتاجية العامل بسبب زيادة التدريب وتراكم الخبرات فإن منحنى الطلب على عنصر العمل ينتقل يمينا أي يزيد الطلب على العمل عند مستويات الأجر السابقة بسبب زيادة قيمة الأيراد الحدي للعمل نتيجة زيادة الإنتاجية. كذلك فإن تطور مستوى تقنية العنصر الإنتاجي يكون مكملا لعنصر العمل يؤدي إلى زيادة الطلب على العمل وانتقال المنحنى يمينا. والعكس إذا حدث تطور في تقنية عنصر إنتاجي يعتبر بديلا لعنصر العمل فإن الطلب على العمل ينخفض وينتقل المنحنى يسارا.
- أما إذا ارتفع سعر السلعة المنتجة فإن الأيراد الحدي يزيد وبالتالي يزيد الطلب على العمل وينتقل المنحنى يمينا. والعكس إذا انخفض سعر السلعة المنتجة، حيث تنخفض قيمة الأيراد الحدي وبالتالي ينخفض الطلب على العمل وينتقل المنحنى يسارا.



### 3.1 استنتاج دالة الطلب على عنصر الإنتاج في الفترة الطويلة (أكثر من عنصر إنتاجي)

عرفنا سابقا في الأجل الطويل، تكون كل عناصر الإنتاج متغيرة، كذلك الحال في الأجل الطويل، يصبح اتجاه الطلب على عناصر الإنتاج يعتمد على طبيعة العلاقة بين عوامل الإنتاج ما إذا كانت مكملة لبعضها البعض أو بديلة لها. أي أن الطلب على عنصر العمل على سبيل المثال لا يعتمد على قيمة الناتج الحدي للعمل وإنما على طبيعة العلاقة بين عنصر العمل وعنصر رأس المال. فإذا تغير سعر العمل فإن هذا يؤدي إلى تغير الطلب على عنصر الإنتاج الآخر.

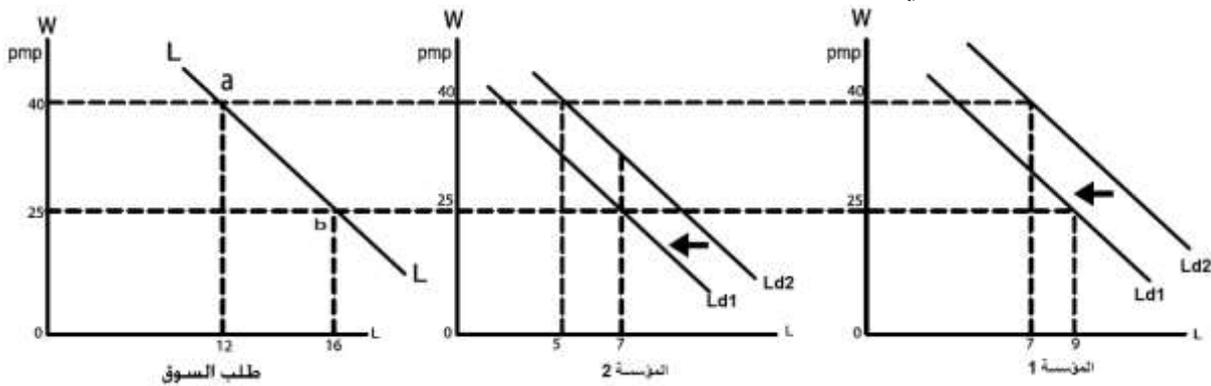
فإذا كانت العلاقة علاقة تكامل بينهما فإنه عند انخفاض أجور العمال سيزيد الطلب على رأس المال وبالتالي تزيد إنتاجية عنصر العمل، وهذا يؤدي إلى انتقال منحنى الطلب على العمل إلى اليمين. أما إذا كانت العلاقة علاقة إحلال، يؤدي انخفاض أجور العمال إلى انخفاض الطلب على رأس المال وبالتالي

انتقال منحنى الطلب على العمل إلى اليمين نتيجة زيادة الطلب على العمل لأن سعر رأس المال أصبح مرتفع نسبياً، أي أنه في كلتا الحالتين ينتقل منحنى الطلب على العمل إلى جهة اليمين.

#### 4.1 استنتاج منحنى الطلب السوقي على عنصر الإنتاج

عرفنا سابقاً أن منحنى (دالة) الطلب الفردي على عنصر العمل تعتمد على الإيراد الحدي للعمل والذي يعتمد بدوره على الإنتاجية الحدية للعمل وسعر السلعة المنتجة  $R_m = P_x * P_m L$ ، لذلك فاشتقاق منحنى الطلب السوقي على عنصر الإنتاج (العمل في هذه الحالة) يعتمد على ما إذا كان سعر السلعة سيظل ثابتاً أم أنه سيتغير عندما تتغير أجور العمال.

ففي حالة ثبات سعر السلعة المنتجة، فإن الإيراد الحدي يبقى ثابت أو منحنى طلب العمل لكل مشروع فردي سيظل ثابتاً في مكانه الأصلي، وبالتالي، فإن منحنى الطلب السوقي ما هو إلا التجميع الأفقي لمنحنيات الطلب الفردي في السوق.



عند مستوى أجر 40 ون للعامل يكون طلب المؤسسة 1 محدد بـ 7 عمال والمؤسسة 2 بـ 5 عمال واجمالي الطلب السوقي  $12 = 5 + 7$ . (النقطة a) وعند مستوى أجر 25 ون للعامل يكون طلب المؤسسة 1 محدد بـ 9 عمال والمؤسسة 2 بـ 7 عمال واجمالي الطلب السوقي  $16 = 9 + 7$ . (النقطة b).

بالتوصيل بين النقطتين a و b نحصل على منحنى الطلب السقي على عنصر العمل.

غير أن افتراض ثبات سعر السلعة المنتجة هو افتراض غير واقعي حيث أن سعر السلعة يتغير عند تغير أجور العمال وذلك بالنسبة لجميع المؤسسات الفردية، وبالتالي يصبح من الصعب اشتقاق منحنى الطلب السوقي من خلال التجميع الأفقي لمنحنيات الطلب الفردية.

## المحاضرة الخامسة عشر: سوق عوامل الإنتاج (تابع)

### 2. عرض عناصر الإنتاج

ناقشنا في المحاضرة السابقة جانب الطلب في سوق عناصر الإنتاج والذي يتكون من المؤسسات الفردية (المنتجين) الذين يطلبون خدمات عناصر الإنتاج من أجل القيام بالعملية الإنتاجية، وتوصلنا الى اشتقاق منحى الطلب السوقي على عنصر الإنتاج كدالة عكسية في سعر عنصر الإنتاج.

والآن نناقش جانب العرض من سوق عناصر الإنتاج والذي يتكون من:

- الافراد العاملين الذين يعرضون خدمات عملهم عند الأجور المرغوبة.
- المدخرون الذين يعرضون رأس المال نظير عائد معين.
- مالكي الأراضي الذين يطلبون ايجار للأرض نظير استخدامها في العملية الإنتاجية.

ولكننا سنقتصر على جانب عرض من عنصر العمل والذي يتكون من جميع الأفراد الذين يرغبون في تقديم خدماتهم نظير أجر معينة في السوق.

وهنا ينبغي أن نفرق بدقة بين ثلاثة منحنيات لعرض العمل:

- منحنى عرض العمل الفردي
- منحنى عرض السوق من عنصر العمل.
- منحنى عرض العمل الذي يواجهه المؤسسة الفردية.

### 1.2 استنتاج منحنى عرض العمل الفردي:

إن أي فرد يكون مستعدا لعرض خدماته من العمل لساعات معينة وبأجر معين، انما هو انعكاس لهدف هذا العامل في تعظيم منفعة من دخل العمل الذي يحصل عليه ومن الاستمتاع بوقت الفراغ في ظل قيد الدخل والوقت المتاح للعمل والفراغ. أي أن العامل يتصرف بطريقة رشيدة حيث يسعى إلى تعظيم منفعة والحصول على دخل من العمل.

وبصورة محددة، فإن العامل له منفعة يمكن صياغتها بالشكل التالي:

$$U=f(R, H) \text{ أو دالة (دخل العمل، وقت الفراغ)}$$

إن الهدف الأساسي للعامل هو تعظيم منفعة في ظل القيد التالي:  $R=W.L$  أو  $R=W(24-H)$

حيث أن الوقت المتاح في اليوم (24 ساعة) يوزعها بين العمل  $L$  والراحة  $H$ .

يتحدد عدد ساعات العمل في اليوم بمعدل الأجر الذي يكون مساويا لمعدل الاحلال بين وقت الفراغ

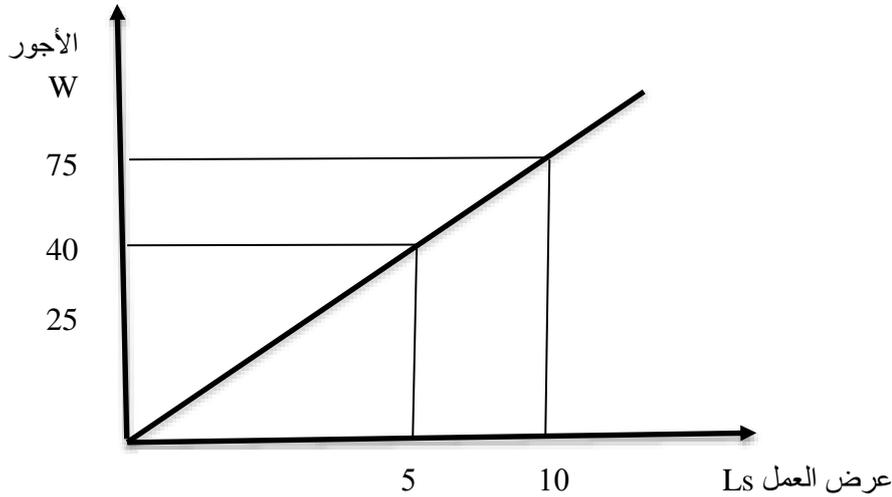
$$W = \frac{UmH}{UmR}$$

$UmH$  المنفعة الحدية لوقت الفراغ

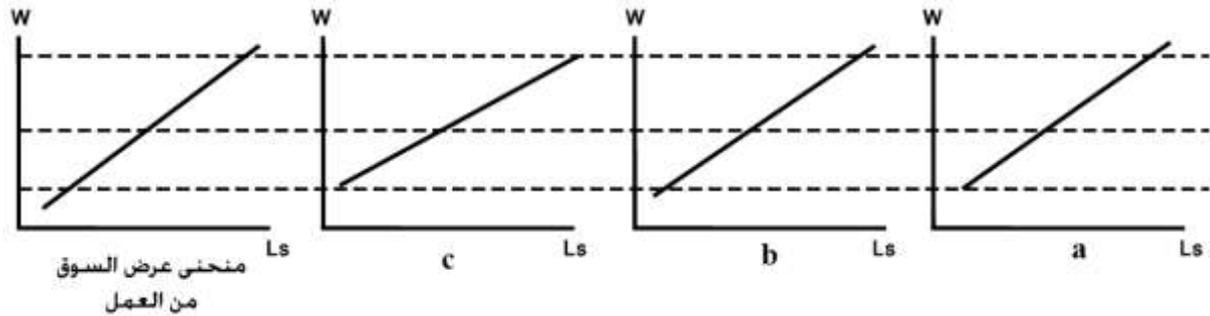
$UmR$  المنفعة الحدية لوقت العمل

يلاحظ بأن المعدل الحدي للإحلال بين وقت الفراغ ودخل العمل يساوي ميل منحنى سواء المنفعة، بينما يمثل الأجر ميل خط الميزانية.

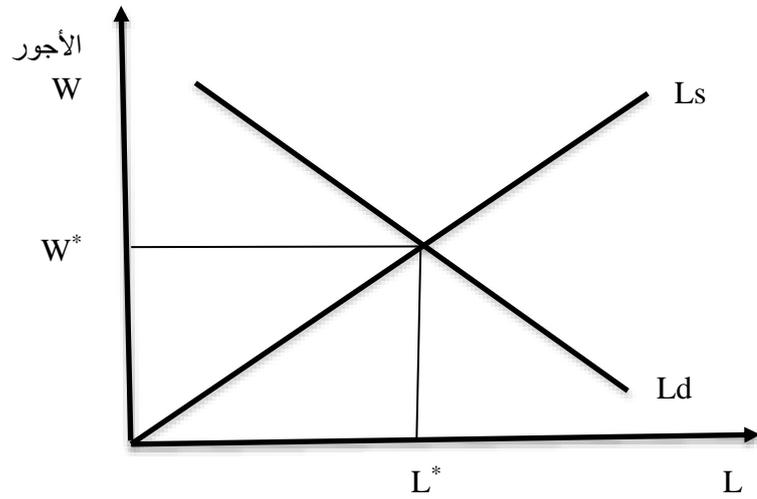
ومن الشرط السابق نستطيع استنتاج دالة عرض العمل الفردية والتي هي دالة طردية في مستوى الأجر. وكلما زادت الأجر كلما رغب الفرد في التضحية بساعات الفراغ والعمل لساعات أكثر وهكذا.



منحنى العرض الفردي ذو ميل موجب كلما زادت الأجر يزداد حجم عرض العمل والعكس صحيح. 2.2 استنتاج منحنى عرض السوق لعنصر العمل، وتوازن سوق العمل في سوق المنافسة الكاملة إن عرض السوق من عنصر العمل ما هو إلا التجميع الأفقي لمنحنيات عرض العمل الفردية، حيث يأخذ نفس شكل منحنى العرض الفردي متجهها من الأسفل الى الأعلى (ميل موجب):

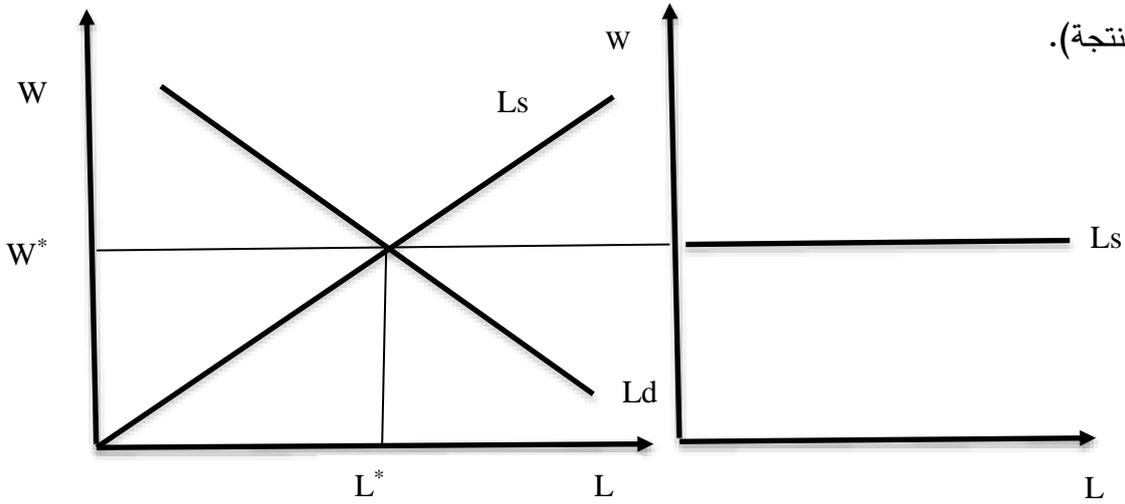


منحنى عرض السوق من العمل هو تجميع أفقي لمنحنيات عرض العمل الفردية a, b, c. يتحدد توازن سوق عناصر الإنتاج في ظل المنافسة الكاملة بتقاطع منحنى الطلب السوقي على عنصر الإنتاج مع منحنى عرض السوق لهذا العنصر. وعند التقاطع يتحدد مستوى الأجر التوازني لعنصر الإنتاج وكمية التوازن من عنصر الإنتاج أي حجم التشغيل التوازني حيث الكمية المطلوبة من عنصر العمل تساوي الكمية المعروضة من عنصر العمل.

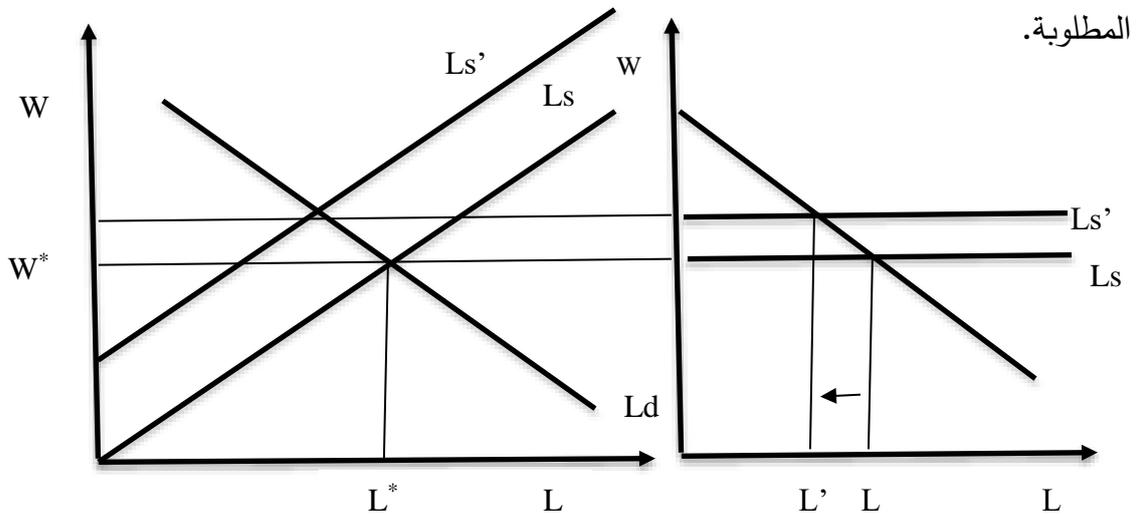


### 3.2 استنتاج منحنى عرض العمل الذي يواجه المنتج

منحنى العرض الذي يواجه المؤسسة الفردية في سوق المنافسة التامة لعناصر الإنتاج يكون افقياً أي منحنى عرض لانهائي المرنة، حيث يستطيع المنتج الفردي توظيف أي كمية من العمل عند مستوى الاجر السائد في السوق والذي يتحدد بناء على تفاعل قوى العرض (الافراد المنتجين) والطلب (المؤسسات المنتجة).



ويلاحظ أنه إذا ارتفع سعر العمل (ارتفعت الأجور) فإن المنتج الفردي سيخفض من كمية العمل



المراجع:

- أحمد فوزي ملوخية، الاقتصاد الجزئي، مكتبة بستان المعرفة، الإسكندرية، 2005.
- بول آ. سامويلسون & وليام د. نوردهاوس، الاقتصاد، الطبعة الخامسة عشر، دار الأهلية، عمان، 2001.
- دومينيك سلفاتور، نظرية اقتصاديات الوحدة: نظريات وأسئلة، ديوان المطبوعات الجامعية، الجزائر، 1994.
- صليحة تكفي، الاقتصاد الجزئي: مطبوعة محاضرات، جامعة سيدي بلعباس، 2014.
- ضياء مجيد، النظرية الاقتصادية: التحليل الاقتصادي الجزئي، مؤسسة شباب الجامعة، الإسكندرية، 1999.
- عبد الكريم البشير، الاقتصاد الجزئي: دروس مع تمارين محلولة، دار الاديب للنشر والتوزيع، 2005.
- عبد الوهاب الأمين & فريد بشير، الاقتصاد الجزئي، الطبعة الرابعة، 2011.
- عابد فضلية & رسلان خضور، التحليل الاقتصادي الجزئي، منشورات جامعة دمشق، 2008.
- عمار عماري، تطبيقات محلولة في الاقتصاد الجزئي، الطبعة الأولى، دار المناهج، عمان، 2002.
- عمر صخري، مبادئ الاقتصاد الجزئي الوجودي، ديوان المطبوعات الجامعية، الجزائر، 2001.
- كامل علاوي الفتلاوي & حسن لطيف الزبيدي، الاقتصاد الجزئي: النظريات والسياسات، دار المناهج، عمان، 2010.
- كساب علي، النظرية الاقتصادية: التحليل الجزئي، ديوان المطبوعات الجامعية، الجزائر، 2006.
- محمد أحمد الأفندي، الاقتصاد الجزئي، دار الأمين، صنعاء، 2012.