جامعة الجيلالي بونعامة-خميس مليانة

كلية العلوم الاقتصادية، التجارية وعلوم التسيير

سلسلة 01: إحصاء 03 (نظرية المعاينة)

تمرين01:

لدينا مجتمع يتكون من المفردات التالية: 2، 1، 3

المطلوب:

1. أوجد متوسط وتباين المجتمع
2. حدد عدد العينات العشوائية البسيطة ذات الحجم 2 التي يمكن سحبها من هذا المجتمع في حالتي:
   - السحب مع الارجاع؛ - السحب بدون ارجاع

3- أوجد توزيع المعاينة للوسط الحسابي في الحالات التالية:

- اذا كان السحب بالإرجاع؛ - اذا كان السحب بدون ارجاع

4- أوجد متوسط وتباين الوسط الحسابي للعينات باستخدام توزيع المعاينة في الحالتين السابقتين (السؤال 3) مع التحقق من الاجابة.

تمرين 02:

ليكن عدد عمال مجموعة من المصانع مبين كما يلي:

$x_1=40$; $x_2=42$; $x_3=48$; $x_4=56$; $x_5=64$

المطلوب:

1- أوجد توزيع المجتمع (توزيعx)

2- أحسبالوسط الحسابيللمجتمعμوتباين المجتمع δ^2

3- أوجد العينات من أجل $n=2$ الممكن سحبها في حالة السحب مع الارجاع

4- اوجد توزيع المعاينة للوسط الحسابي للعينة، ثم احسب وسطه الحسابي وتباينه

التمرين 03:

نفس التمرين السابق مع طريقة السحب بدون ارجاع

تمرين 04:

في دراسة لمستوى نفقات المواطنين (مصاريف الخضر والفواكه) تبين أنها تتبع التوزيع الطبيعي بـ $\mu =$ $13600DA$ و $\delta = 600\ DA$؛ اذا قمنا بسحب 60 عينة حجم كل منها 9 أفراد من مجموع 6000 مواطن مستجوب.

المطلوب:

1- أحسب $\mu_{\bar{X}}$ و $\sigma_{\bar{X}}$ في حالة السحب بالإرجاع

2- أحسب $\mu_{\bar{X}}$ و $\sigma_{\bar{X}}$ في حالة السحب بدون ارجاع

3- ما هي نسبة وعدد العينات التي يكون فيها ‾ محصورا بين 13600 و13800؟ أقل من 13800؟

تمرين 05:

ليك المتغير العشوائي X يتبع التوزيع الطبيعي بـ $\mu_X = 80$ و $\delta_X^2 = 49$؛

- أوجد توزيع المعاينة لمتوسط العينة من الحجم 25 مسحوبة من المجتمع حجمه 1000؟
- أحسب $p(\bar{X} \geq 78)$

تمرين 06:

عدد عمال مصنع ما 1500 وعلمت أن أعمارهم تتوزع طبيعيا بمتوسط قدره 45 سنة وانحراف معياري 7 سنوات، سحبنا بدون ارجاع من هذا المجتمع عينة بها 16 عامل ؛

- ما هو احتمال أن يكون متوسط العمر لهذه العينة أكبر من 48 سنة؟

تمرين 07:

اذا علمت ان درجات 420 طالب في امتحان الاحصاء تتوزع طبيعيا بمتوسط قدره 68 وتباين قدره 25؛ فاذا سحبنا عينة عشوائية بدون ارجاع تشمل 100 طالب،

- ما هو احتمال أن يكون متوسط الحسابي للعينة بين 67 و69 درجة؟

تمرين 08:

أنتج مصنع للتونة 5000 علبة في الشهر وكان متوسط وزن العلبة 223 غرام وانحراف معياري 2,25 غرام، سحبنا من هذا الانتاج عينة عشوائية تحتوي على 100 علبة مع عدم الارجاع؛

- ما احتمال ان يكون الوسط الحسابي لأوزان العينة أقل من 222,5 غرام؟

تمرين 09:

اذا كان درجات طلبة الجامعة لمقياس الذكاء يتبع توزيع طبيعي بمتوسط قدره $\mu = 100$ وانحراف معياري $\delta =$ 75

تم اختيار 25 طالبا عشوائيا بدون ارجاع من بين طلبة الجامعة؛

المطلوب:

1- اذا كان عدد الطلبة المسجلين في الجامعة 60000، ما هو عدد الطلبة الذين تزيد درجة مقياس ذكائهم عن 130؟

2- العدد الطلبة في العينة المتوقع أن يزيد درجة مقياس ذكائهم عن 130

3- احتمال أن يكون متوسط الذكاء المحسوب من العينة أكبر من 125

4- احتمال أن يكون متوسط الذكاء المحسوب من العينة أقل من 80

5- احتمال أن يكون متوسط الذكاء المحسوب من العينة محصنور بين 70 و130

6- سوف يتم أعداد برنامج خاص للطبة الذين يشكلون النسبة خمسة بالمئة الأولى لمقياس الذكاء، ما هي درجة مقياس الذكاء المقابلة لهذه النسبة؟

الحـــــــل

السلسلة رقم (01):

تمرين 1

1. لإيجاد متوسط وتباين المجتمع:

نوجد أولاً مجموع قيم المفردات ومجموع مربعات المفردات (البيانات في صورة جدول كما يلي):

i	X_i	X_i^2
1	2	4
2	1	1
3	3	9
المجموع	$\sum X_i = 6$	$\sum X_i^2 = 14$

من هذه البيانات نحسب الوسط الحسابي للمجتمع كما يلي: $\mu = \frac{\sum X_i}{N} = \frac{6}{3} = 2$

بينما تباين المجتمع يحسب كما يلي: $\sigma^2 = \frac{1}{N}\left(\sum X_i^2 - N\bar{X}^2\right) = \frac{1}{3}\left(14 - \frac{6^2}{3}\right) = \frac{2}{3}$

2. عدد العينات الممكنة: سنرمز لعدد العينات الممكنة بالرمز M:

- إذا كان السحب بإرجاع: $M = N^n = 3^2 = 9$
- إذا كان السحب بدون إرجاع: $M = C_N^n = \frac{N!}{n!(N-n)!} = \frac{3!}{2!(3-2)!} = \frac{6}{2} = 3$

3. توزيع المعاينة للوسط الحسابي:

- في حالة السحب بدون إرجاع: نوجد أولاً جميع العينات الممكنة في هذه الحالة، ثم نحسب الوسط الحسابي لكل عينة كما يلي: حيث أن عدد العينات الممكن سحبها هي:

العينة	(1.2)	(1.3)	(2.3)
$\bar{x}$	1.5	2	2.5

توزيع المعاينة للوسط الحسابي للعينة $\bar{X}$ هو:

$\bar{x}$	1.5	2	2.5
$f(\bar{x})$	1/3	1/3	1/3

- في حالة السحب بإرجاع: نوجد أولاً جميع العينات الممكنة ، ثم نحسب الوسط الحسابي لكل عينة:

العينة	$\bar{X}$	العينة	$\bar{X}$
(2.3)	2.5	(1.1)	1
(3.1)	2	(1.2)	1.5
(3.2)	2.5	(1.3)	2
(3.3)	3	(2.1)	1.5
		(2.2)	2

توزيع المعاينة في هذه الحالة هو:

$\bar{x}$	1	1.5	2	2.5	3
$f(\bar{x})$	1/9	2/9	3/9	2/9	1/9

4. متوسط وتباين الوسط الحسابي للعينة:

- في حالة السحب بدون إرجاع:

$\bar{x}$	$f(\bar{x})$	$\bar{x}.f(\bar{x})$	$(\bar{x}-\mu_{\bar{x}})$	$(\bar{x}-\mu_{\bar{x}})^2$	$(\bar{x}-\mu_{\bar{x}})^2 f(\bar{x})$
1.5	1/3	0.5	0.5-	0.25	0.0833
2	1/3	0.67	0	0	0
2.5	1/3	0.83	0.5	0.25	0.0833
$\sum$	1	2		0.5	0.1666

*متوسط التوزيع العيني لـ $\bar{X}$: $\mu_{\bar{x}} = \sum \bar{x} f(\bar{x}) = (1.5*\frac{1}{3}) + (2*\frac{1}{3}) + (2.5*\frac{1}{3}) = 2 = \mu$

وهو يساوي نفس قيمة μ كما يجب أن يكون.

*تباين التوزيع العيني لـ $\bar{X}$:

$$\delta^2{\bar{x}} = \sum (\bar{x}-\mu_{\bar{x}})^2 f(\bar{x}) = (1.5-2)^2 *(\frac{1}{3})$$
$$+(2-2)^2 *(\frac{1}{3}) + (2.5-2)^2 *(\frac{1}{3}) = \frac{0.5}{3} = 0.1666$$

وهي تساوي $\frac{\sigma^2}{n}\left(\frac{N-n}{N-1}\right)$. للتحـــــقق: $\frac{\sigma^2}{n}\left(\frac{N-n}{N-1}\right) = \frac{2/3}{2}\left(\frac{3-2}{3-1}\right) = 0.1666$,

- في حالة السحب مع الإرجاع:

$\bar{x}$	$f(\bar{x})$	$\bar{x}.f(\bar{x})$	$(\bar{x}-\mu_{\bar{x}})$	$(\bar{x}-\mu_{\bar{x}})^2$	$(\bar{x}-\mu_{\bar{x}})^2 f(\bar{x})$
1	1/9	1/9	1-	1	1/9
1.5	2/9	1/3	0.5-	0.25	0.5/9
2	3/9	2/3	0	0	0
2.5	2/9	5/9	0.5	0.25	0.5/9
3	1/9	3/9	1	1	1/9
$\sum$	1	2	0	2.5	1/3

*متوسط التوزيع العيني لـ $\bar{X}$: $\mu_{\bar{x}} = \sum \bar{x} f(\bar{x}) = (1*\frac{1}{9}) + (1.5*\frac{2}{9}) + (2*\frac{3}{9}) + (2.5*\frac{2}{9}) + (3*\frac{1}{9}) = 2 = \mu$

و هو يساوي نفس قيمة μ كما يجب أن يكون.

*تباين التوزيع العيني لـ $\bar{X}$:

$$\delta^2{\bar{x}} = \sum (\bar{x}-\mu_{\bar{x}})^2 f(\bar{x}) = (1-2)^2 *(\frac{1}{9}) + (1.5-2)^2 *(\frac{2}{9})$$
$$+(2-2)^2 *(\frac{3}{9}) + (2.5-2)^2 *(\frac{2}{9}) + (3-2)^2 *(\frac{1}{9}) = \frac{1}{3} = 0.333$$

وهي تساوي $\frac{\sigma^2}{n}$. للتحـــــقق: $\frac{\sigma^2}{n} = \frac{2}{3}\frac{1}{2} = \frac{2}{6} = \frac{1}{3} = 0.333 = \sigma^2_{\bar{X}}$

تمرين: 3 + 2

*التوزيع الاحتمالي للمجتمع

X	40	42	48	56	64
$f(X)$	1/5	1/5	1/5	1/5	1/5

* الوسط الحسابي للمجتمع هو: $\mu = \sum x f(x) = (40*\frac{1}{5}) + (42*\frac{1}{5}) + (48*\frac{1}{5}) + (56*\frac{1}{5}) + (64*\frac{1}{5}) = 50$

* تباين المجتمع هو: $\delta^2 = \sum x^2 f(x) - \mu^2 = \{(40)^2*(\frac{1}{5}) + (42)^2*(\frac{1}{5}) + (48)^2*(\frac{1}{5}) + (56)^2*(\frac{1}{5}) + (64)^2*(\frac{1}{5})\} - 50^2 = 80$

أو $\delta^2 = \sum (x-\mu)^2 f(x) = (40-50)^2*(\frac{1}{5}) + (42-50)^2*(\frac{1}{5}) + (48-50)^2*(\frac{1}{5}) + (56-50)^2*(\frac{1}{5}) + (64-50)^2*(\frac{1}{5}) = 80$

*عدد العينات الممكن سحبها في حالة السحب مع الإرجاع مع العلم أن $n = 2$ هو $N^n = 5^2 = 25$

والجدول التالي يوضح العينات

العينة	$\bar{X}$	العينة	$\bar{X}$	العينة	$\bar{X}$	العينة	$\bar{X}$	العينة	$\bar{X}$
(40.40)	40	(42.40)	41	(48.40)	44	(56.40)	48	(64.40)	52
(40.42)	41	(42.42)	42	(48.42)	45	(56.42)	49	(64.42)	53
(40.48)	44	(42.48)	45	(48.48)	48	(56.48)	52	(64.48)	56
(40.56)	48	(42.56)	49	(48.56)	52	(56.56)	56	(64.56)	60
(40.64)	52	(42.64)	53	(48.64)	56	(56.64)	60	(64.64)	64

* توزيع المعاينة للوسط الحسابي للعينة $\bar{X}$ في حالة السحب مع الإرجاع هو:

$\bar{x}$	40	41	42	44	45	48	49	52	53	56	60	64
$f(\bar{x})$	1/25	2/25	1/25	2/25	2/25	3/25	2/25	4/25	2/25	3/25	2/25	1/25

*حساب الوسط الحسابي $\mu_{\bar{x}}$ والتباين $\delta^2{}_{\bar{x}}$ لتوزيع المعاينة

$\bar{x}$	$f(\bar{x})$	$\bar{x}.f(\bar{x})$	$(\bar{x}-\mu_{\bar{x}})^2$	$(\bar{x}-\mu_{\bar{x}})^2 f(\bar{x})$
40	1/25	40/25	100	100/25
41	2/25	82/25	81	162/25
42	1/25	42/25	64	64/25
44	2/25	88/25	36	72/25
45	2/25	90/25	25	50/25
49	3/25	144/25	4	12/25
48	2/25	98/25	1	2/25
52	4/25	208/25	4	16/25
53	2/25	106/25	9	18/25
56	3/25	168/25	36	108/25
60	2/25	120/25	100	200/25
64	1/25	64/25	196	196/25
$\sum$	1	1250/25	1000	1000/25

$$\mu_{\bar{x}} = \sum \bar{x} f(\bar{x}) = 50 = \mu$$

$$\delta^2{}_{\bar{x}} = \sum (\bar{x} - \mu_{\bar{x}})^2 f(\bar{x}) = \frac{1000}{25} = 40 = \frac{80}{2} = \frac{\delta^2}{n}$$

*عدد العينات الممكن سحبها في حالة السحب مع عدم الإرجاع مع العلم أن $n = 2$ هو

$C_N{}^n = C_5{}^2 = \frac{5!}{2!*(5-2)!} = \frac{5*4}{2} = 10$ والجدول التالي يوضح العينات:

$\bar{X}$	العينة	$\bar{X}$	العينة
49	(42.56)	41	(40.42)
53	(42.64)	44	(40.48)
52	(48.56)	48	(40.56)
56	(48.64)	52	(40.64)
60	(56.64)	45	(42.48)

* توزيع المعاينة للوسط الحسابي للعينة $\bar{X}$ في حالة السحب مع عدم الإرجاع هو:

$\bar{x}$	41	44	45	48	49	52	53	56	60
$f(\bar{x})$	1/10	1/10	1/10	1/10	1/10	/102	1/10	1/10	1/10

*حساب الوسط الحسابي $\mu_{\bar{x}}$ والتباين لتوزيع المعاينة $\delta^2{}_{\bar{x}}$

$\bar{x}$	$f(\bar{x})$	$\bar{x}.f(\bar{x})$	$(\bar{x} - \mu_{\bar{x}})^2$	$(\bar{x} - \mu_{\bar{x}})^2 f(\bar{x})$
41	0.1	4.1	81	8.1
44	0.1	4.4	36	3.6
45	0.1	4.5	25	2.5
48	0.1	4.8	4	0.4
49	0.1	4.9	1	0.1
52	0.2	10.4	4	0.8
53	0.1	5.3	9	0.9
56	0.1	5.6	36	3.6
60	0.1	6.0	100	10
$\sum$	1	50	296	30

$$\mu_{\bar{x}} = \sum \bar{x} f(\bar{x}) = 50 = \mu$$

$$\delta^2{}_{\bar{x}} = \sum (\bar{x} - \mu_{\bar{x}})^2 f(\bar{x}) = 30 = \frac{80}{2} * \frac{5-2}{5-1} = \frac{\delta^2}{n} * \frac{N-n}{N-1} = 30$$

تمريـــن 4

لدينا $n=9$ و $N=6000$ إذن $\frac{n}{N}=\frac{9}{6000}=0.0015\prec 0.05$

إذن إذا كان السحب مع الإرجاع أو بدون إرجاع فإن:

$$\mu_{\bar{x}}=\mu=13600 \quad \text{و} \quad \sigma_{\bar{x}}=\sqrt{\frac{\sigma^2}{n}}=\frac{600}{3}=200$$

$$P(13600\leq \bar{X}\leq 13800)=P(\frac{13600-13600}{200}\leq Z\leq \frac{13800-13600}{200})$$
$$=P(0\leq Z\leq 1)=0.84134-0.5000=0.34134$$

عدد العينات هو : $0.34134*60\approx 20$

$$P(\bar{X}\leq 13800)=P(Z\leq \frac{13800-13600}{200})=P(Z\leq 1)=0.84134=0.84134$$

عدد العينات هو : $0.84134*60\approx 50$

تمريـــن 5

لدينا $n=25$ و $N=1000$ إذن $\frac{n}{N}=\frac{25}{1000}=0.025\prec 0.05$

إذن إذا كان السحب مع الإرجاع أو بدون إرجاع فإن:

$$\mu_{\bar{x}}=\mu_x=80 \quad \text{و} \quad \sigma_{\bar{x}}=\sqrt{\frac{\sigma^2}{n}}=\sqrt{\frac{49}{25}}=\frac{7}{5}=1.4$$

بما أن المتغيرة X تتبع التوزيع الطبيعي فإن متوسط العينات $\bar{X}$ يتبع هو أيضا التوزيع الطبيعي حتما بغض النظر عن حجم العينة سواء كان صغيرا أم كبيرا.

إذن: $X\mapsto N(80,49)\Rightarrow \bar{X}\mapsto N(80,\frac{49}{25})$

- إيجاد $P(\bar{X}\geq 78)=?$

$$P(\bar{X}\geq 78)=1-P(Z\leq \frac{78-80}{7/5})=1-P(Z\leq -1.4285)=1-0.07636=0.92364$$

تمريـــن 6

المتغير العشوائي محل الدراسة X هو عمر العامل حيث $X\rightarrow N(45.49)$

و الاحتمال المطلوب $P(\bar{X}\succ 48)=?$

بما أن مجتمع أعمار العمال تتوزع توزيعا طبيعيا إذن توزيع المعاينة للوسط الحسابي للعينة سيكون توزيعا طبيعيا

بغض النظر عن حجم العينة، وسيكون الوسط الحسابي والتباين لهذا التوزيع كما يلي:

$$\delta^2_{\bar{x}} = \frac{\delta^2}{n} = \frac{49}{16} \quad \mu_{\bar{x}} = \mu = 45$$

لم نستخدم معامل التصحيح بالرغم من أن السحب كان مع عدم الإرجاع لأن:

$\sigma_m = \frac{\sigma}{\sqrt{n}} = \frac{7}{4} = 1,75$

$$\frac{n}{N} = \frac{16}{1500} = 0.01 \prec 0.05$$

$3/0,4375$

نحسب القيمة المعيارية كما يلي: $Z = \frac{\bar{X} - \mu_{\bar{X}}}{\delta_{\bar{X}}} = \frac{48-45}{\sqrt{49/16}} = \frac{12}{7} = 1.71$

بالتالي فإن: $P(\bar{X} \succ 48) = P(Z \succ 1.71) = 0.5 - 0.4564 = 0.0436$

أي أنه إذا سحبنا من هذا المجتمع مع عدم الارجاع كل العينات العشوائية الممكنة ذات الحجم $(n = 16)$،

فستكون نسبة العينات التي وسطها الحسابي أكبر من 48 هي %4.36

تمريـن

المتغير العشوائي محل الدراسة X هو درجة الطالب حيث $X \rightarrow N(68.25)$

و الاحتمال المطلوب هو $P(67 \leq \bar{X} \leq 69) = ?$

بما أن مجتمع درجة الطالب تتوزع توزيعا طبيعيا إذن توزيع المعاينة للوسط الحسابي للعينة سيكون توزيعا طبيعيا،

وسيكون الوسط الحسابي والتباين لهذا التوزيع كما يلي:

$$\delta^2_{\bar{x}} = \frac{\delta^2}{n}\left(\frac{N-n}{N-1}\right) = \frac{25}{100}\left(\frac{420-100}{420-1}\right) = 0.1909 \quad \mu_{\bar{x}} = \mu = 68$$

استخدمنا معامل التصحيح لأن السحب كان مع عدم الإرجاع لأن:

$$\frac{n}{N} = \frac{100}{420} = 0.24 \succ 0.05$$

نحسب القيمتين المعياريتين كما يلي:

$$Z_1 = \frac{\bar{X} - \mu_{\bar{X}}}{\delta_{\bar{X}}} = \frac{67-68}{\sqrt{0.1909}} = \frac{12}{7} = -2.29$$

$$Z_2 = \frac{\bar{X} - \mu_{\bar{X}}}{\delta_{\bar{X}}} = \frac{69-68}{\sqrt{0.1909}} = 2.29$$

بالتالي فإن:

$$P(67 \leq \bar{X} \leq 69) = P(-2.29 \leq Z \leq 2.29) = 0.4890 + 0.4890 = 0.9780$$

تمرين 08

المتغير العشوائي محل الدراسة X هو وزن علبة التونة والمجتمع هو مجموعة أوزان كل العلب وتوزيعه الاحتمالي غير معروف وحجم العينة $(n=100)$ أي $(n \succ 30)$، إذن بالرغم من أن توزيع المجتمع مجهول فإن توزيع المعاينة للوسط الحسابي للعينة سيكون توزيعا قريبا من التوزيع الطبيعي (نظرية النهاية المركزية)، وسيكون الوسط الحسابي والتباين لهذا التوزيع كما يلي:

$$\delta^2_{\bar{x}} = \frac{\delta^2}{n} = \frac{(2.25)^2}{100} = 0.0506 \quad \mu_{\bar{x}} = \mu = 223$$

لم نستخدم معامل التصحيح لأن السحب كان مع عدم الإرجاع لأن:

$$\frac{n}{N} = \frac{100}{50000} = 0.002 \prec 0.05$$

نحسب القيمة المعيارية كما يلي:

$$Z_1 = \frac{\bar{X} - \mu_{\bar{X}}}{\delta_{\bar{X}}} = \frac{222.5 - 223}{\sqrt{0.0506}} = \frac{-0.5}{0.225} = -2.22$$

بالتالي فإن: $P(\bar{X} \prec 222.5) = P(Z \prec -2.22) = 0.50.4868 = 0.0132$

تمرين 09

سنرمز لمقياس الذكاء بالرمز X ، وبالتالي المتغير العشوائي $\bar{X}$ يتبع توزيع طبيعي بمتوسط $\mu_{\bar{X}} = 100$ وانحراف معياري 15 $= \frac{75}{\sqrt{25}} = \frac{\sigma}{\sqrt{n}} = \sigma_{\bar{X}}$ أي أن:

$$\bar{X} \sim N(100, 225)$$

والآن نوجد المطلوب:

1. عدد الطلبة في الجامعة الذين تزيد درجة مقياس ذكائهم عن 130.

نوجد أولاً نسبة أفراد المجتمع الذين تزيد درجة مقياس ذكائهم عن 130 والتي سنرمز لها بالرمز P_A كما يلي:

$$P_A = P(X > 130) = P\left(Z > \frac{130-100}{75}\right) = 1 - \Phi(0.4) = 1 - 0.6554 = 0.3446$$

إذا، عدد الطلبة في المجتمع الذين تزيد درجة مقياس ذكائهم عن 130 والتي سنرمز لها بالرمز N_A هي:

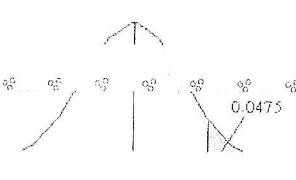
$$N_A = N\,P(X > 130) = (60000)(0.3446) = 20676$$

حيث N هي حجم المجتمع.

2. عدد الطلبة في العينة المتوقع أن يزيد مقياس ذكائهم عن 130: حيث n هي حجم العينة

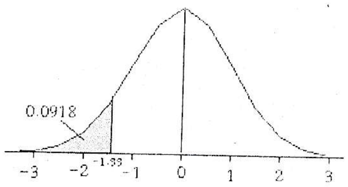
سنرمز للعدد المتوقع في العينة بالرمز M: $M = n\,P(X > 130) = (25)(0.3446) = 8.615 \cong 9$

3. احتمال أن يكون متوسط الذكاء المحسوب من العينة أكبر من 125



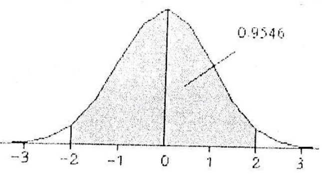
$$P(\bar{X} > 125) = P\left(Z > \frac{125-100}{15}\right) = 1 - \Phi(1.67) = 1 - .9525 = 0.0475$$

4. احتمال أن يكون متوسط الذكاء المحسوب من العينة أصغر من 80



$$P(\bar{X} < 80) = P\left(Z < \frac{80-100}{15}\right) = \Phi(-1.33) = 0.0918$$

5. احتمال أن يكون متوسط الذكاء المحسوب من العينة محصورا بين 70 و 130



$$P(70 < \bar{X} < 130) = P\left(\frac{70-100}{15} < Z < \frac{130-100}{15}\right) = P(-2 < Z < 2)$$

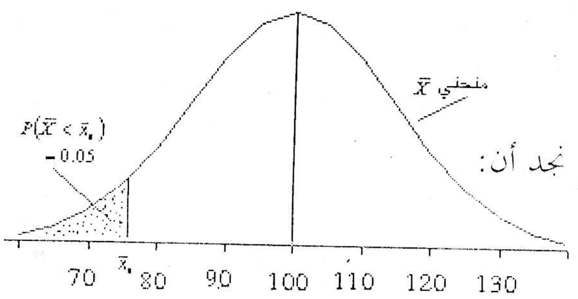
$$= \Phi(2) - \Phi(-2) = 0.97725 - 0.02275 = 0.9545$$

6. درجة مقياس الذكاء المقابلة لنسبة الخمسة في المائة الأولي؟

أي نريد إيجاد القيمة $\bar{x}_\circ$ للمتغير $\bar{X}$ التي تحقق المعادلة $P(\bar{X} < \bar{x}_\circ) = 0.05$ كما هو موضح في الشكل التالي:

$$P(\bar{X} < \bar{x}_\circ) = 0.05$$

أي نريد حل المعادلة: $P\left(Z < \frac{\bar{x}_\circ - 100}{15}\right) = 0.05$



من جدول التوزيع الطبيعي نجد أن:

$$P(Z < -1.645) = 0.05$$

أي أن: $\frac{\bar{x}_\circ - 100}{15} = -1.645$

ومنها نجد أن: $\bar{x}_\circ = 100 - (15)(1.645) = 75.325$

وهذا يعني أن نسبة الطلبة في الجامعة الذين تقل درجة مقياس الذكاء لهم عن 75.325 تساوي 5% من أجمالي الطلبة.