

TP 4 : Plans de mélange**Les trois polymères****Préparation du plan d'expériences****Description de l'étude**

Un expérimentateur cherche la relation qui existe entre l'allongement à la rupture des fils fabriqués avec trois polymères (polyéthylène, polystyrène et polypropylène) et la composition de leurs mélanges. Le modèle du premier degré étant insuffisant, pour expliquer les résultats expérimentaux, l'expérimentateur va tester le modèle du second degré.

Réponse

La réponse est l'allongement à la rupture des fils préparés avec les différents mélanges de polymères.

Facteurs et domaine

Les facteurs sont les proportions de chacun des trois polymères polyéthylène, polystyrène et polypropylène.

Les proportions peuvent varier de 0 à 100 % car la propriété d'usage, l'allongement à la rupture, est valable aussi bien pour les produits purs que pour les mélanges.

Le domaine d'étude est représenté par tout le triangle équilatéral.

Plan

Le plan choisi est un plan de mélanges centré augmenté (*Augmented Simplex-centroid designs*) qui comporte les mélanges indiqués dans le tableau 10.1. L'expérimentateur prévoit d'utiliser les points n° 8, 9 et 10 comme points de contrôle (Figure 10.12).

Ces points ne seront pas utilisés pour établir le modèle mathématique, ils serviront à vérifier la valeur prédictive du modèle.

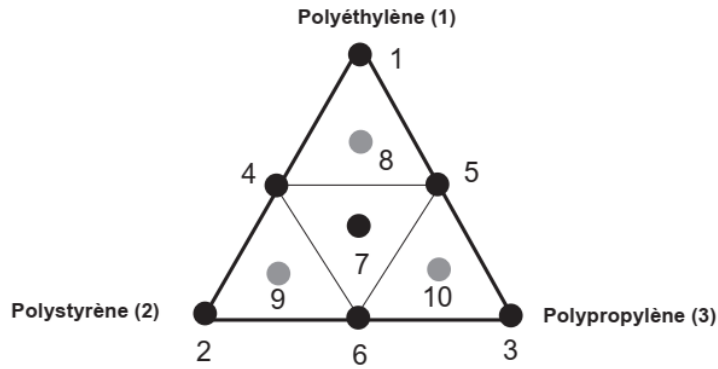


Figure – Position des points expérimentaux (noirs) et des points de contrôle (gris) du plan utilisé pour étudier l'allongement à la rupture des mélanges de polymères.

Expérimentation

Les résultats des mesures figurent dans le tableau 10.1.

Interprétation des résultats

Calcul des coefficients et modélisation

Un plan centré augmenté pour trois constituants permet de calculer les sept coefficients du modèle cubique restreint. Les trois points de contrôle ne sont pas intégrés au calcul de ces coefficients. Le tableau 10.2 donne la valeur des sept coefficients.

Tableau 1 – Plan d'expériences et points de contrôle.

Mélange n°	Polyéthylène (1)	Polystyrène (2)	Polypropylène (3)	Réponses
1	1	0	0	32
2	0	1	0	25
3	0	0	1	42
4	1/2	1/2	0	38
5	1/2	0	1/2	39
6	0	1/2	1/2	30,5
7	1/3	1/3	1/3	37
8	2/3	1/6	1/6	37
9	1/6	2/3	1/6	32
10	1/6	1/6	2/3	38

Calcul des coefficients et modélisation

Un plan centré augmenté pour trois constituants permet de calculer les sept coefficients du modèle cubique restreint. Les trois points de contrôle ne sont pas intégrés

au calcul de ces coefficients. Le tableau 10.2 donne la valeur des sept coefficients.

Tableau 2 – Coefficients du modèle cubique restreint (unités codées).

Coefficient	Valeur
b_1	32
b_2	25
b_3	42
b_{12}	38
b_{13}	8
b_{23}	-12
b_{123}	6

On obtient ainsi les valeurs numériques des coefficients du modèle mathématique. Ces coefficients permettent d'écrire un modèle avec lequel on peut calculer les réponses dans l'ensemble du domaine d'étude :

$$\hat{y} = 32x_1 + 25x_2 + 42x_3 + 38x_1x_2 + 8x_1x_3 - 12x_2x_3 + 6x_1x_2x_3$$

Objectifs pédagogiques

- Comprendre le principe des **plans de mélanges**.
- Construire un **plan simplex-centroïde augmenté** sous JMP.
- Modéliser la réponse par un **modèle cubique restreint**.
- Interpréter les coefficients du modèle.
- Évaluer la qualité prédictive du modèle.
- Déterminer la composition optimale du mélange.

Question

- 1- Tracer le diagramme ternaire du plan expérimental sous JMP.
- 2- Identifier les termes du modèle :
*Effets principaux, **Effets binaires, *** Effet ternaire
- 3- Sous JMP, réaliser :
L'analyse de variance (ANOVA)

Le test de significativité des coefficients

Quels sont les termes statistiquement significatifs ?

4- Tracer :

Les surfaces de réponse ternaires

Les courbes d'iso-réponses

5- Calculer les réponses prédites aux points de contrôle à partir du modèle.

6- Sous JMP, déterminer la composition optimale du mélange maximisant :

L'allongement à la rupture

7- Donner :

La composition optimale (% PE, PS, PP)

La valeur maximale prédite

8- Conclusion