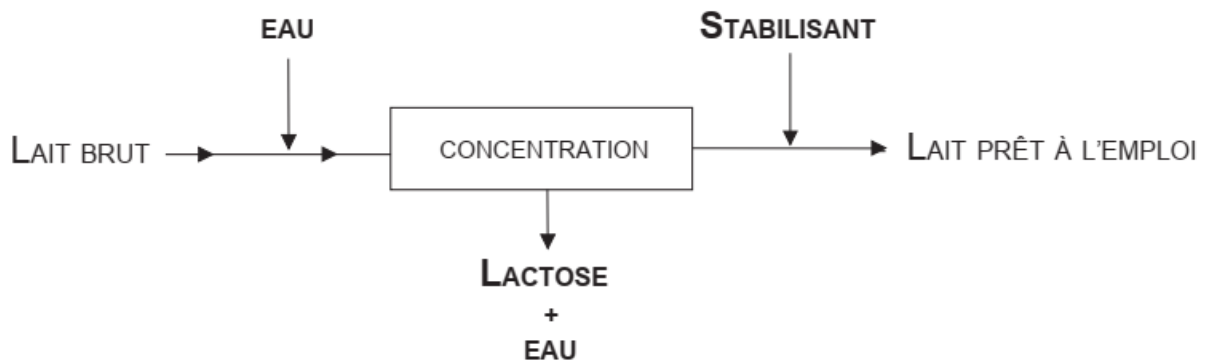


**TP 3 : PLANS POUR SURFACES DE RÉPONSE****Préparation du plan d'expériences****Description de l'étude**

Dans un laboratoire industriel un chercheur est chargé d'étudier l'influence de plusieurs facteurs susceptibles de diminuer l'acidité des yoghourts. L'acidité est produite par les ferments lactiques qui transforment le lactose en acide lactique. C'est la forte concentration de cet acide qui donne le goût particulier des yoghourts bulgares. L'objectif de l'étude est de diminuer le goût acide de ces laits fermentés. À cet effet, on prépare un lait stabilisé à partir d'un stabilisant naturel qui atténue les variations d'acidité du produit final, le yoghourt, malgré la présence des ferments lactiques.

La première étape du procédé consiste à diluer le lait brut par de l'eau, opération nécessaire pour pouvoir traiter ensuite le lait brut.



**Figure** – Schéma de préparation du lait servant à fabriquer des yoghourts dont l'acidité est réduite.

La seconde étape du procédé est une concentration qui élimine une partie du lactose et de l'eau. Ayant moins de lactose à leur disposition, les ferments produiront moins d'acide lactique. Les deux premières étapes ont modifié le lait qui doit être stabilisé. C'est pourquoi le lait subit un nouveau traitement. On injecte un stabilisant. Cette injection ne modifie pas le volume du lait traité. On obtient, en fin de procédé, un lait stabilisé et prêt à l'emploi.

**Facteurs**

Les trois facteurs retenus par l'expérimentateur sont :

– Facteur 1 : taux de dilution. C'est le rapport volume d'eau ajoutée/volume de lait brut.

- Facteur 2 : pH lié à l'injection de stabilisant. On ajoute la quantité nécessaire de stabilisant pour obtenir un pH donné en fin d'injection. C'est le pH qui est contrôlé.
- Facteur 3 : taux de concentration du lait. C'est le rapport volume de lait brut/ volume de lait stabilisé. Le volume de lait stabilisé est inférieur au volume de lait brut. Ce rapport est donc plus grand que l'unité.

### Domaine d'étude

Les niveaux haut et bas de chaque facteur sont définis comme l'indique le tableau 9.9.

### Réponses

La réponse choisie par l'expérimentateur est l'« appauvrissement acide » qui mesure la perte en acide lactique. L'appauvrissement acide est d'autant meilleur que sa valeur est plus élevée. On cherchera donc des conditions de préparation du lait qui conduisent à une forte valeur de cette réponse. L'objectif est d'obtenir un lait stabilisé ayant un appauvrissement acide au moins égal à 48.

### Choix du plan expérimental

L'expérimentateur s'attend à des variations de la réponse correspondant à un modèle du second degré. Après avoir examiné son problème en détail, il retient un plan de Box-Behnken qui permet d'établir le modèle désiré et ne nécessite qu'un nombre restreint d'essais.

**Tableau 1** – Domaine d'étude.

Facteur	Niveau -1	Niveau +1
Dilution (1)	0,5	2
pH (2)	6	5
Concentration(3)	1,5	2,5

### Réponses

La réponse choisie par l'expérimentateur est l'appauvrissement acide qui mesure la perte en acide lactique. L'appauvrissement acide est d'autant meilleur que sa valeur est plus élevée. On cherchera donc des conditions de préparation du lait qui conduisent à une forte valeur de cette réponse. L'objectif est d'obtenir un lait stabilisé ayant un appauvrissement acide au moins égal à 48.

**Choix du plan expérimental**

L'expérimentateur s'attend à des variations de la réponse correspondant à un modèle du second degré. Après avoir examiné son problème en détail, il retient un plan de Box-Behnken qui permet d'établir le modèle désiré et ne nécessite qu'un nombre restreint d'essais.

**Tableau 2** – Matrice d'expériences et résultats expérimentaux.

Essai n°	Dilution (1)	pH (2)	Concentration (3)	Réponses
1 (5)	-	-	0	51,3
2 (9)	+	-	0	42,6
3 (7)	-	+	0	42,2
4 (12)	+	+	0	50,4
5 (6)	-	0	-	40,7
6 (2)	-	0	+	41,5
7 (13)	+	0	-	41,3
8 (10)	+	0	+	40,8
9 (4)	0	-	+	35,2
10 (11)	0	+	-	35,3
11 (3)	0	-	-	39,5
12 (14)	0	+	+	39,8
13 (1)	0	0	0	50,8
14 (8)	0	0	0	50,1
15 (15)	0	0	0	49,4

**Modélisation**

Le modèle mathématique postulé est un modèle du second degré :

$$y = a_0 + a_1x_1 + a_2x_2 + a_3x_3 + a_{12}x_1x_2 + a_{13}x_1x_3 + a_{23}x_2x_3 + a_{11} + a_{22} + a_{33} + e$$

L'interprétation commence par le calcul des coefficients du modèle à l'aide de logiciel JMP.

**Tableau 3** – Coefficients du modèle (unités codées).

Coefficients	Appauvrissement	Coefficients	Appauvrissement
Constante $a_0$	50,10	$a_{12}$	4,22
		$a_{13}$	-0,32
$a_1$	-0,07	$a_{23}$	2,20
$a_2$	-0,11	$a_{11}$	0,07
$a_3$	0,06	$a_{22}$	-3,55
		$a_{33}$	-9,10

**Questions**

- Construire le modèle (Plan de surfaces de réponse plan de Box-Behnken) avec 03 points au centre par JMP?
- Déterminer le coefficient de détermination  $R^2$  et  $R^2$  ajusté ?
- Déterminer le tableau de la variance (ANOVA) ?
- Estimer les coefficients du modèle et déterminer leurs significations, puis simplifier les coefficients non significatifs.
- Etablir les courbes d'isoréponses (2D et 3D) et déduire les conditions optimales ?
- Conclusion en tirez vous.