

Chapitre 6

Réflexion et transmission des ondes électromagnétiques

1- Phénomène de réflexion et transmission

La plupart du temps, des ondes planes rencontrent des obstacles, et sont partiellement réfléchies. Un exemple est lorsque la lumière frappe un miroir : la majorité de l'onde est réfléchie, et une faible partie est transmise puis rapidement atténuée dans l'argent qui sert de fond au miroir. Le pourcentage de l'onde qui est réfléchie dépend des caractéristiques des milieux.

En premier lieu, on analysera le cas plus simple où la direction de propagation est normale à l'interface des deux milieux. On commencera avec le cas plus général de milieux avec pertes, puis on analysera dans les cas particuliers de milieux sans pertes et des conducteurs idéaux. A la section suivante, on analysera le cas où l'angle d'incidence n'est pas normal.

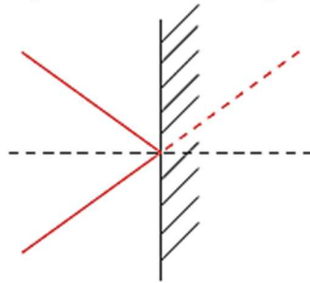


Figure 6.1 –Miroir Plan

1-1- Cas général

En premier, on considère le cas d'une onde plane polarisée en x qui se propage d'un milieu 1 vers un milieu 2. Le champ incident est noté par l'exposant i :

$$\vec{E}^i = E_0^i e^{-\alpha_1 z} \cos(\omega t - \beta_1 z) \hat{a}_x$$

Où E_0^i est l'amplitude du champ électrique à $z = 0$, l'interface entre les deux milieux. Les calculs sont plus simples en phaseurs, alors on a des champs incidents, réfléchis et transmis :

Incident :

$$\begin{aligned} \vec{E}_s^i &= E_0^i e^{-\alpha_1 z} e^{-j\beta_1 z} \hat{a}_x \\ \vec{B}_s^i &= \frac{E_0^i}{\eta_1} e^{-\alpha_1 z} e^{-j\beta_1 z} \hat{a}_y \end{aligned}$$

Réfléchi :

$$\begin{aligned} \vec{E}_s^r &= E_0^r e^{\alpha_1 z} e^{j\beta_1 z} \hat{a}_x \\ \vec{B}_s^r &= \frac{E_0^r}{\eta_1} e^{\alpha_1 z} e^{j\beta_1 z} \hat{a}_y \end{aligned}$$

Théorie de Champ
Troisième License Electrotechnique Industrielle

Transmis :

$$\vec{E}_s^t = E_0^t e^{-\alpha_2 z} e^{-j\beta_2 z} \widehat{a}_x$$

$$\vec{B}_s^t = \frac{E_0^t}{\eta_2} e^{-\alpha_2 z} e^{-j\beta_2 z} \widehat{a}_y$$

Notez que les ondes incidentes et réfléchies sont dans le milieu 1, et que l'onde transmise est dans le milieu 2. La figure 6.1 montre les différentes composantes dans les milieux.

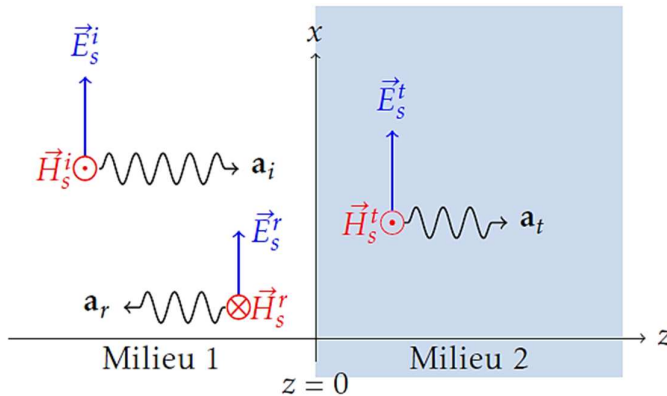


Figure 6.2 – Onde plane incidente à l'interface de deux milieux

On va déterminer le lien entre E_0^i , E_0^r et E_0^t . Pour une onde plane uniforme, à incidence normale sur une surface, il y a seulement des composantes tangentielles du champ électrique. Pour des champs tangentiels, on a vu que $1t = E_2t$, et pour des champs magnétiques :

$$a_{21} \times (\vec{B}_1 - \vec{B}_2) = J_s$$

Et s'il n'y a pas de courant à la surface,

$$\vec{B}_{1t} = \vec{B}_{2t}$$

A l'aide des équations précédentes, puisque $z = 0$ à l'interface, et parce que le champ total à l'interface dans le milieu 1 doit être égal au champ dans le milieu 2, on obtient :

$$E_0^i + E_0^r = E_0^t$$

Les champs magnétiques tangentiels sont aussi égaux :

$$\frac{E_0^i}{\eta_1} - \frac{E_0^r}{\eta_1} = \frac{E_0^t}{\eta_2}$$

et si on combine,

$$E_0^i - E_0^r = \frac{\eta_1}{\eta_2} E_0^t$$

On peut obtenir des équations qui relient l'onde réfléchie et l'onde transmise à l'onde incidente :

$$E_0^r = \frac{\eta_2 - \eta_1}{\eta_1 + \eta_2} E_0^i = \Gamma E_0^i$$

Troisième License Electrotechnique Industrielle

Préparé par: Mme KARA MOSTEFA KHELIL. C

$$E_0^t = \frac{2\eta_2}{\eta_1 + \eta_2} E_0^i = \tau E_0^i$$

Où on définit un *coefficient de réflexion* Γ et un *coefficient de transmission* τ : où on définit un *coefficient de réflexion* Γ et un *coefficient de transmission* τ :

$$\Gamma = \frac{\eta_2 - \eta_1}{\eta_1 + \eta_2} = \frac{E_0^r}{E_0^i}$$

$$\tau = \frac{2\eta_2}{\eta_1 + \eta_2} = \frac{E_0^t}{E_0^i}$$

Et on a $\tau = 1 + \Gamma$

2- Réflexion et transmission à incidence oblique

L'incidence normale d'une onde plane uniforme à l'interface de deux milieux est un cas particulier du cas général où l'onde atteint l'interface à un angle oblique. Pour une incidence normale, les champs sont tangentiels à la frontière, ce qui n'est pas nécessairement le cas pour une incidence oblique.

On va définir quelques termes à l'aide de la figure 6.3. Il y a trois directions de propagation: a_i , pour l'onde incidente, a_t pour l'onde transmise, et a_r pour l'onde réfléchie. Le *plan d'incidence* est le plan qui contient la normale à la frontière et la direction de propagation de l'onde incidente ; dans ce cas-ci, c'est le plan $x - z$. L'angle d'incidence θ_i est l'angle que fait l'onde incidente avec une normale à l'interface ; de même, θ_r est l'angle de réflexion et θ_t est l'angle de transmission.

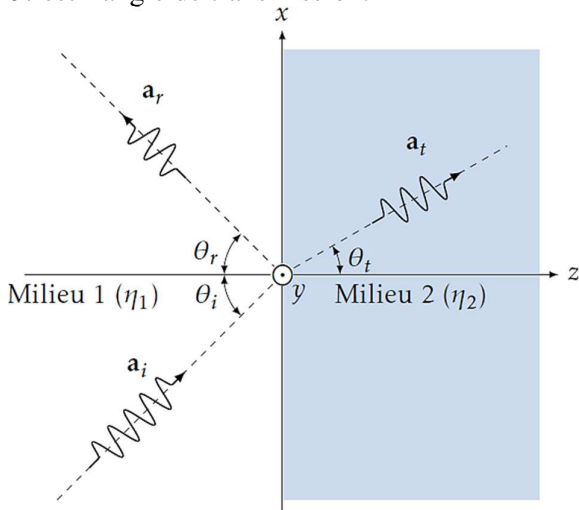


Figure 6.3 – Onde plane à incidence oblique à l'interface de deux milieux.

3- Onde en polarisation parallèle

Théorie de Champ
Troisième License Electrotechnique Industrielle

Soit une onde électromagnétique incidente polarisée en parallèle au plan d'incidence de la forme \vec{E}_i :

$$\vec{E}_i(r, t) = E_i e^{j(\omega t - kz)}$$

$$\vec{E}_i(r, t) = E_i e^{j(\omega t - \vec{k}_i \cdot \vec{r})}$$

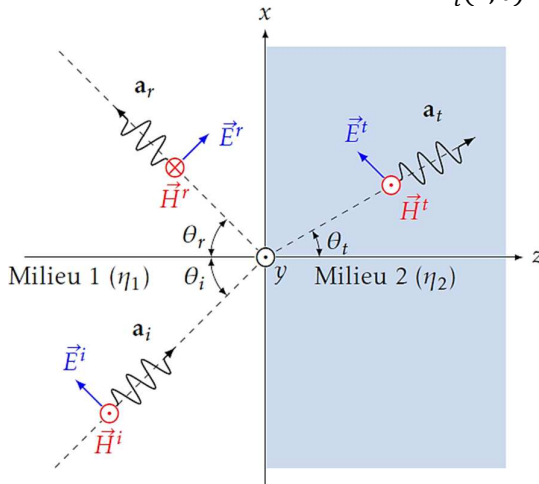


Figure 6.4– incidence oblique, polarisation parallèle.

Les ondes réfléchies et réfractées ont pour forme :

$$\vec{E}_r(r, t) = E_r e^{j(\omega t - \vec{k}_r \cdot \vec{r})}$$

$$\vec{E}_t(r, t) = E_t e^{j(\omega t - \vec{k}_t \cdot \vec{r})}$$

Les champs magnétiques ont pour forme :

$$\vec{B}_i(r, t) = B_i e^{j(\omega t - \vec{k}_i \cdot \vec{r})}$$

$$\vec{B}_r(r, t) = B_r e^{j(\omega t - \vec{k}_r \cdot \vec{r})}$$

$$\vec{B}_t(r, t) = B_t e^{j(\omega t - \vec{k}_t \cdot \vec{r})}$$

Occupons-nous des amplitudes $(\vec{E}_i, \vec{E}_r, \vec{E}_t)$ et $(\vec{B}_i, \vec{B}_r, \vec{B}_t)$

$$\frac{E}{B} = Z = \frac{Z_0}{n}$$

Avec

n : indice de réfraction

$$\Gamma // = \frac{E_r}{E_i} = \frac{|\vec{E}_r|}{|\vec{E}_i|} \quad \text{Coefficient de réflexion}$$

$$\tau // = \frac{E_t}{E_i} = \frac{|\vec{E}_t|}{|\vec{E}_i|} \quad \text{Coefficient de transmission}$$

Troisième License Electrotechnique Industrielle

Théorie de Champ
Troisième License Electrotechnique Industrielle

Composant tangentiel :
$$\begin{cases} E_i \cos(i) + E_r \sin(i) = E_t \cos(r) \\ B_i - B_r = B_t \end{cases}$$

Equation de Descartes
$$\begin{cases} (E_i + E_r) \cos(i) = E_t \cos(r) = E_t \sqrt{1 - \sin^2 r} \\ B_i - B_r = B_t \end{cases}$$

 $n_1 \sin(i) = n_2 \sin(r)$

$$\begin{cases} (E_i + E_r) \cdot \cos(i) = \frac{E_t \sqrt{1 - \left(\frac{n_1}{n_2}\right)^2 \cdot \sin^2(i)}}{z_2} \\ B_i - B_r = B_t \end{cases}$$

$$\begin{cases} (1 + \Gamma//) \cdot \cos(i) = \tau// \\ 1 - \Gamma// = \tau// \cdot \frac{n_2}{n_1} \end{cases}$$

$$1 - \left(\frac{n_2}{n_1}\right)^2 \xrightarrow{\text{apres resolution}} \begin{cases} \Gamma// = \frac{\sqrt{\left(\frac{n_2}{n_1}\right)^2 - \sin^2 i} - \left(\frac{n_2}{n_1}\right) \cos(i)}{\sqrt{\left(\frac{n_2}{n_1}\right)^2 - \sin^2 i} + \left(\frac{n_2}{n_1}\right) \cos(i)} \\ \tau// = \frac{2 \left(\frac{n_2}{n_1}\right) \cdot \cos(i)}{\sqrt{\left(\frac{n_2}{n_1}\right)^2 - \sin^2(i)} + \left(\frac{n_2}{n_1}\right)^2 \cos(i)} \end{cases}$$

Cas particulier : incidence normale $i=0$

$$\Gamma// = \frac{n_1 - n_2}{n_1 + n_2}$$

$$\tau// = \frac{2n_1}{n_1 + n_2}$$

2-1- Si $n_1 < n_2$ onde de l'air

$\Gamma// < 0$: E_r et E_i déphasage de π . Le champ E change de sens lors de la réflexion.

$\tau// > 0$: E_t et E_i sont en phase.

2-2- Si $n_1 > n_2$

$\Gamma// > 0$: E_r et E_i sont en phase

$\tau// > 0$: E_i et E_t sont en phase

4- Onde perpendiculaire en polarisation

Troisième License Electrotechnique Industrielle

Préparé par: Mme KARA MOSTEFA KHELIL. C

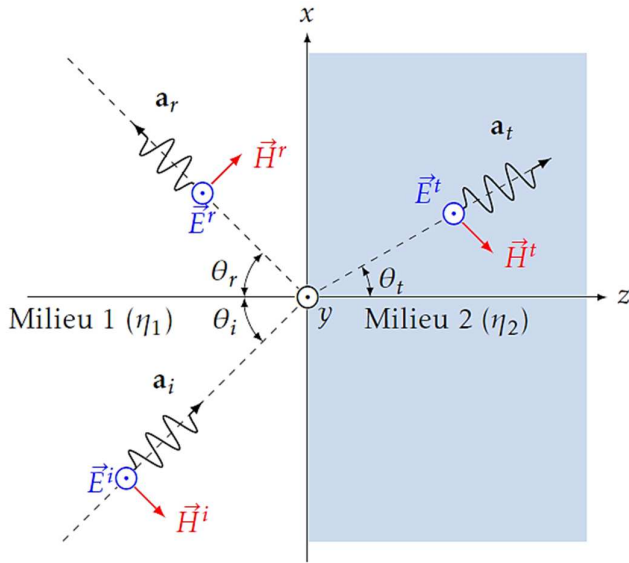


Figure 6.5– incidence oblique, polarisation perpendiculaire.

Soit :

E_1, n_1, z_1, μ_0 : représente milieu 1

E_2, n_2, z_2, μ_0 : représente milieu 2

On a

$$\begin{cases} E_{t1} = E_{t2} \\ B_{t1} = B_{t2} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} E_i - E_r = E_t \\ -H_i \cos(i) - H_r \cos(i) = -H_t \cos(r) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} E_i - E_r = E_t \\ \left(\frac{E_i}{z_1} + \frac{E_r}{z_1}\right) \cos(i) = \frac{E_t}{z_2} \cos r \end{cases}$$

Or $\Gamma_{\perp} = \frac{E_r}{E_i}$; $\tau_{\perp} = \frac{E_t}{E_i}$

$$n_1 \sin(i) = n_2 \sin(r)$$

$$\begin{cases} 1 - \Gamma_{\perp} = \tau_{\perp} \\ (1 + \Gamma_{\perp}) \cdot \cos(i) = \frac{n_2}{n_1} \cdot \tau_{\perp} \cdot \sqrt{1 - \left(\frac{n_1}{n_2}\right)^2 \cdot \sin^2(i)} \end{cases}$$

Car

$$\begin{cases} z_1 = \frac{z_0}{n_1} \\ z_2 = \frac{z_0}{n_2} \end{cases}$$

$$\Gamma_{\perp} = \frac{\sqrt{\left(\frac{n_2}{n_1}\right)^2 - \sin^2(i)} - \cos(i)}{\sqrt{\left(\frac{n_2}{n_1}\right)^2 - \sin^2(i)} + \cos(i)}$$

$$\tau_{\perp} = \frac{2 \cdot \cos(i)}{\sqrt{\left(\frac{n_1}{n_2}\right)^2 - \sin^2(i)} + \cos(i)}$$

Deux cas particuliers : $i=0$ (incidence normale)

$$\Gamma_{\perp} = \frac{n_2 - n_1}{n_1 + n_2} \quad \Gamma_{\perp} = -\Gamma_{//}$$

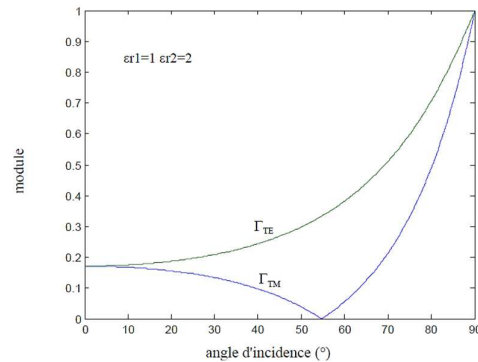
$$\tau_{\perp} = \frac{2 \cdot n_1}{n_1 + n_2} \quad \tau_{\perp} = \tau_{//}$$

5- Représentation graphique

5-1- cas ou $n_1 < n_2$

($n_1 = \text{air}$), $n_2 = 1,5$

$$\cos i_b = \frac{1}{\sqrt{1 + \left(\frac{n_1}{n_2}\right)^2}}$$



5-2- cas ou $n_1 > n_2$

$n_1 = 1,5$, $n_2 = 1$

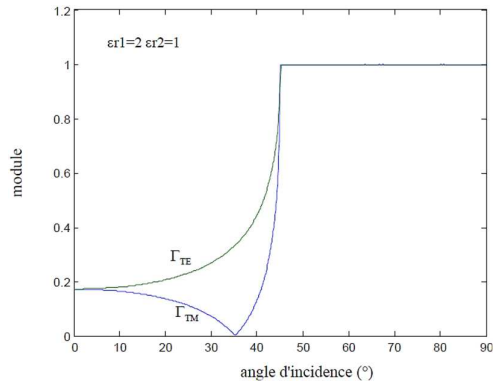


Figure 6.6– Coefficient de réflexion et de transmission en fonction de l'angle d'incidence