

Les exemples de Plans d'expériences (Plan Factoriel Complet 2^k)

Exemple 2 : PFC 2²

Les mêmes valeurs de l'exemple 2², mais cette fois, en négligeant l'interaction X₁X₂.

- 1- Dresser la matrice des effets
- 2- Calculer les coefficients
- 3- Calculer SCM, SCE, SCT, puis calculer la valeur de Fisher calculé.
- 4- R² et R² ajusté.
- 5- t-student

La solution

La matrice des effets avec les calculs des coefficients

N	X ₀	X ₁	X ₂	Yi exp
1	1	-1	-1	115
2	1	1	-1	185
3	1	-1	1	104
4	1	1	1	156
Les Coeff	a0	a1	a2	
	140	30,5	-10	

SCM, SCE et SCT

N	X ₀	X ₁	X ₂	Yi exp	Yi theo	(Y _{i theo} - \bar{Y}) ²	(Y _{i theo} - Y _{i exp}) ²
1	1	-1	-1	115	119,5	420,25	20,25
2	1	1	-1	185	180,5	1640,25	20,25
3	1	-1	1	104	99,5	1640,25	20,25
4	1	1	1	156	160,5	420,25	20,25
	a0	a1	a2			SCM	SCE
	140	30,5	-10			4121	81
					SCT	4202	

Fisher : Analyse de la Variance, Analysis Of Variance (ANOVA)

	ddl	Variation	Carré moyen	Fisher
Régression	2	4121	2060,5	25,43827
Résidus	1	81	81	
Total	3	4202		

Fisher= 25.44 < Fisher critique (2,1) = 200, donc le modèle n'est pas valide.

R² et R² ajusté.

R ²	0,980723
R ² ajusté	0,94217

Selon R² et R² ajusté, le modèle est valide (contradiction avec le Fisher)

t-student ou Rapport de t

Estimations des coefficients				
Terme	Estimation	Erreur standard	t ratio	Prob. > t
Constante	140	4,5	31,11	0,0205*
X1	30,5	4,5	6,78	0,0933
X2	-10	4,5	-2,22	0,2692

Erreur standard= écart type de chaque coefficient

t-ratio = t-student

Prob.= probabilité

Selon la table de t-student critique $(_{0.05, 1})=12.06$, aucun coefficient retenu (t-student critique > |t-student|). Deux facteurs non significatifs

Exemple 2 : PFC 2²

Les mêmes valeurs de l'exemple 2², Dans ce cas-là, en rajoutant les points au centre de domaine (**139,5 et 139**).

- 1- Dresser la matrice des effets
- 2- Calculer les coefficients
- 3- Calculer SCM, SCE, SCT, puis la valeur de Fisher calculé.
- 4- R² et R² ajusté.
- 5- t-student

La solution

La matrice des effets avec les calculs des coefficients

N	X0	X1	X2	X1X2	Y exp
1	1	-1	-1	1	115
2	1	1	-1	-1	185
3	1	-1	1	-1	104
4	1	1	1	1	156
5	1	0	0	0	139,5
6	1	0	0	0	139
	a0	a1	a2	a12	
	139,75	30,5	-10	-4,5	

SCM, SCE et SCT

N	X0	X1	X2	X1X2	Yi exp	Yi theo	$(Y_{i \text{ theo}} - \bar{Y})^2$	$(Y_{i \text{ theo}} - Y_{i \text{ exp}})^2$
1	1	-1	-1	1	115	114,75	625	0,0625
2	1	1	-1	-1	185	184,75	2025	0,0625
3	1	-1	1	-1	104	103,75	1296	0,0625
4	1	1	1	1	156	155,75	256	0,0625
5	1	0	0	0	139,5	139,75	0	0,0625
6	1	0	0	0	139	139,75	0	0,5625
	a0	a1	a2	a12			SCM	SCE
	139,75	30,5	-10	-4,5			4202	0,875
						SCT	4202,88	

$$\bar{Y} = \frac{\sum_{i=1}^6 Y_i}{6}$$

Fisher : ANOVA

	ddl	Variation	Carré moyen	Fisher
Régression	3	4202	1400,667	3201,524
Résidus	2	0,875	0,438	
Total	5	4202,875		

Fisher= 3201,524 > Fisher critique $(3,2) = 19.2$, donc le modèle est valide.

R² et R² ajusté.

R ²	0,999792
R ² ajusté	0,99948

Selon R2 et R2 ajusté, le modèle est valide (en accord avec le résultat de Fisher)

t-student

Estimations des coefficients				
Terme	Estimation	Erreur		Prob. > t
		standard	t ratio	
Constante	139,75	0,270031	517,53	<,0001*
X1	30,5	0,330719	92,22	0,0001*
X2	-10	0,330719	-30,24	0,0011*
X1*X2	-4,5	0,330719	-13,61	0,0054*

Selon la table de t-student critique $(0.05, 2) = 4.303$, tous coefficient retenu (t-student critique < | t-student |).

Tous les effets sont significatifs.

Avec : X1, significatif positif $a_1 > 0$. X2, significatif négatif $a_2 < 0$. X12, significatif négatif $a_{12} < 0$.

Exemple 3 : Les résultats de TP 1PFC 2³+3 points centraux

N	X0	X1	X2	X3	X1X2	X1X3	X2X3	X1X2X3	Yi exp	Yi theo	(Yi theo - \bar{Y}) ²	(Yi theo - Yi exp) ²
1	1	-1	-1	-1	1	1	1	-1	75,4	75,590	129,078	0,03597
2	1	1	-1	-1	-1	-1	1	1	93	93,190	38,922	0,03597
3	1	-1	1	-1	-1	1	-1	1	96,52	96,710	95,233	0,03597
4	1	1	1	-1	1	-1	-1	-1	98,64	98,830	141,105	0,03597
5	1	-1	-1	1	1	-1	-1	1	71	71,190	248,417	0,03597
6	1	1	-1	1	-1	1	-1	-1	80,32	80,510	41,490	0,03597
7	1	-1	1	1	-1	-1	1	-1	86,12	86,310	0,411	0,03597
8	1	1	1	1	1	1	1	1	93,09	93,280	40,053	0,03597
9	1	0	0	0	0	0	0	0	87,27	86,951	0,000	0,10182
10	1	0	0	0	0	0	0	0	87,23	86,951	0,000	0,07789
11	1	0	0	0	0	0	0	0	87,87	86,951	0,000	0,84473
	a0	a1	a2	a3	a12	a13	a23	a123			SCM	SCE
	86,951	4,501	6,831	-4,129	-2,229	-0,429	0,141	1,641			734,709	1,3122
										SCT	736,0211	

Fisher

	ddl	Variation	Carré moyen	Fisher
Régression	7	734,7089	104,958	239,9592
Résidus	3	1,312203	0,437	
Total	10	736,0211		

Fisher calculé > Fisher critique, donc le modèle est valide.

R² et R² ajusté.

R ²	0,998217
R ² ajusté	0,994057

Selon R2 et R2 ajusté, le modèle est valide (en accord avec le résultat de Fisher)

t-student

Estimations des coefficients				
Terme	Estimation	Erreur standard	t ratio	Prob. > t
Constante	86,950909	0,199408	436,04	<,0001*
X1	4,50125	0,233827	19,25	0,0003*
X2	6,83125	0,233827	29,21	<,0001*
X3	-4,12875	0,233827	-17,66	0,0004*
X1*X2	-2,22875	0,233827	-9,53	0,0024*
X1*X3	-0,42875	0,233827	-1,83	0,1641
X2*X3	0,14125	0,233827	0,60	0,5884
X1*X2*X3	1,64125	0,233827	7,02	0,0059*

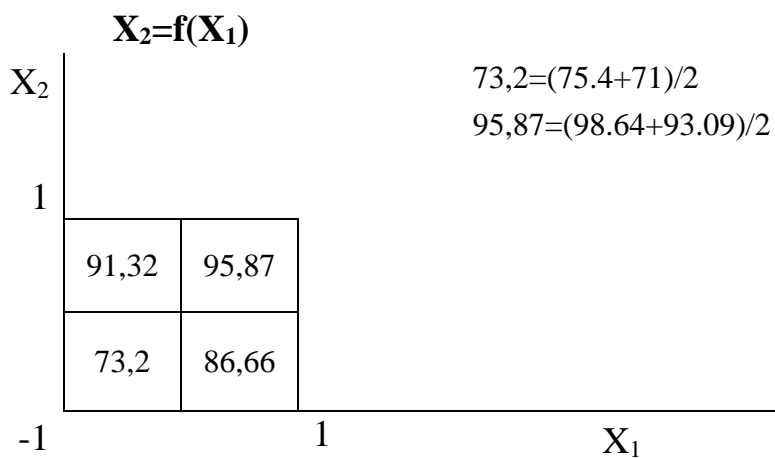
Selon la table de t-student critique $(0.05, 3)=3.182$,

Si t-student critique < | t-student | → coefficient significatif

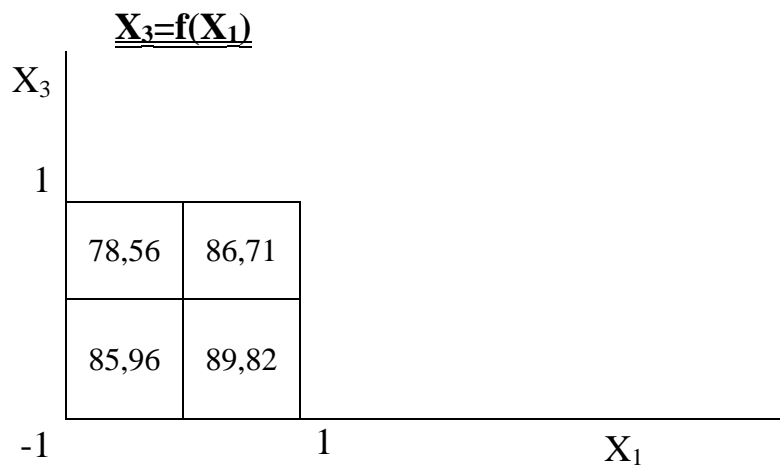
Si t-student critique > | t-student | → coefficient non significatif

Termes	Signification
X1	Significatif positif
X2	Significatif positif
X3	Significatif négatif
X1X2	Significatif négatif
X1X3	Non significatif
X2X3	Non significatif
X1X2X3	Significatif positif

Présenter les diagrammes des effets (X_1X_2 et X_1X_3)



Meilleure réponse 95,87 au point ($X_1=1, X_2=1$)



Meilleure réponse 89,82 au point ($X_1=1, X_2=-1$)

En 03D

