

Exercice 1

Résoudre les équations différentielles linéaires à coefficients constants.

1 $y'' - y' - 2y = e^{3t}$

2 $y'' - y' - 2y = e^{2t}$

3 $y'' - y' - 2y = te^t$

4 $y'' - y' - 2y = 2t^2 + e^{2t}$

5 $y'' - y' - 2y = \sin(2t)$

Exercice 2

On considère l'équation différentielle $(E_2) : t^2 y'' - 3ty' + 4y = 0$ sur $]0, +\infty[$.

1 Déterminer une solution de l'équation (E_2) de la forme $y(t) = t^\alpha$ où $\alpha \in \mathbb{R}$.

2 On pose alors $y(t) = t^\alpha z(t)$. Quelle est l'équation vérifiée par z ?

3 En déduire les solutions de (E_2) sur $]0, +\infty[$.

Exercice 3

Montrer que la solution générale de l'équation différentielle

$$y''' + 3y'' + 4y' + 2y = \sin(2t)$$

est donnée par

$$y(t) = (A + B \cos(t) + C \sin t)e^{-t} - \frac{1}{10} \sin(2t).$$

Exercice 4

Mettre l'équation $y'' - 2y' + 2y = 0$ sous forme d'un système différentiel d'ordre 1, puis le résoudre dans $\mathbb{C}$.