Université Djilali Bounaama Khemis Miliana Faculté des Sciences et de la Technologie

Année : 2025/2026 Département de Technologie

Module : Signaux aléatoires et Processus Stochastiques (Master 1, telecom)

Enseignant : A.BOUNIF

TP N2 : PROCESSUS ALEATOIRES

Objectif : le but de ce TP est de simuler un processus aléatoire, calculer les statistiques d'ordre 1 et 2, et en déduire la stationnarité ou non du signal aléatoire.

Travail demandé :

1. Générer à l'aide de la fonction *randn* un processus aléatoire gaussien centré de variance 1.Créer une matrice x de 4 colonnes et 100 lignes (4 trajectoires d'un même processus aléatoire pour une durée de 100 points d'observation).

2. Générer et représenter 4 réalisations du processus aléatoire x(t) échantillonné à 100 KHz pendant 0 .01s .
   $\mathbf{x(t,\theta) = \cos(2\pi \times 1000 \times t + \theta)}$ **,** où θ prend les valeurs 0, $\pi/2$, π,$3\pi/2$.

3. Calculer la moyenne probabiliste E(x(t)) et le moment d'ordre 2(E($x(t)^2$)).

4. Représenter la matrice d'autocorrélation du processus aléatoire x(t). conclure quant à la stationnarité au sens large ou à l'ordre 2.

5. Etudier l'ergodicité au premier et au second ordre du processus aléatoire x(t).

Université Djilali Bounaama Khemis Miliana Faculté des Sciences et de la Technologie

Année 2018 /2019 Département de Technologie

Module : Processus Stochastiques (Master 1, telecom) Enseignant : A.BOUNIF

TP N3 : PROCESSUS ALEATOIRES

On décrit dans ce TP quelques procédures de génération de nombres aléatoires ayant des densités de probabilités continues.

1- **Question théorique notée :** démontrer que si $\boldsymbol{F(x)}$ est une fonction de répartition continue sur $\boldsymbol{R}$, alors, pour une variable uniforme **U** sur l'intervalle [0 1], la variable aléatoire $\boldsymbol{X = F^{-1}(U)}$ a pour répartition $\boldsymbol{F(x)}$.

2- **Programme :** appliquer le théorème précédent pour générer une variable aléatoire de densité de probabilité exponentielle de paramètre λ (écrire une fonction Matlab). Tracer les densités de probabilités expérimentales et théoriques avec **150** points. Vérifier la validité des données par la méthode du **Chi-carré** avec une probabilité d'erreur $\boldsymbol{\alpha = 5\%}$ et un nombre de degrés de libertés égal à **k=10(m=9)**

3- **Densité de probabilité Gaussienne**

- **Méthode directe :** Utiliser le théorème de la limite centrale. Pour cela générer une gaussienne centrée et réduite, comme une somme de **12** variables aléatoires uniformes sur l'intervalle [0 1].
- **Méthode particulière 1 :** Méthode de Box-Muller : si **U1** et **U2** sont deux variables aléatoires uniformes sur l'intervalle [0 1] alors les v.a

$\boldsymbol{X1 = \sqrt{-2Ln(U1)}\,.cos(2\pi U2)}$ et $\boldsymbol{X2 = \sqrt{-2Ln(U1)}\,.sin(2\pi U2)}$ sont indépendamment distribuées selon la densité de probabilité Normale centrée et réduite.

Question théorique notée : démontrer la proposition de Box-Muller.

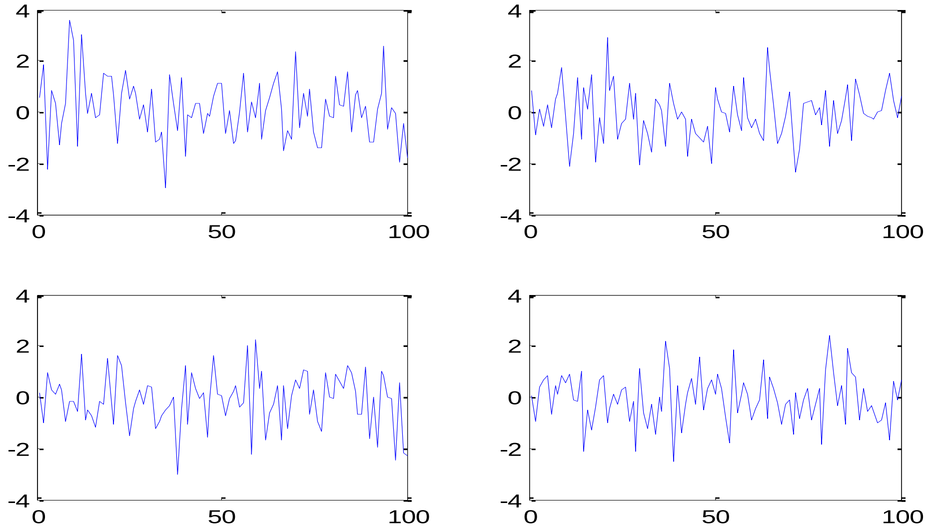
4- **Programme :** écrire une fonction Matlab selon la méthode de Box-Muller. Tracer les densités de probabilités expérimentales et théoriques avec **150** points. Vérifier la validité des données par la méthode du **Chi-carré** avec une probabilité d'erreur $\boldsymbol{\alpha = 5\%}$ et un nombre de degrés de libertés égal à **k=10(m=9)**

Méthode particulière 2 : au lieu de choisir 2 v.a, **U1** et **U2** uniformes sur l'intervalle [0 1], choisir plutôt 2 v.a, **V1** et **V2** uniformes à l'intérieur du cercle unité centré à l'origine. Alors la somme de leur carré

$\boldsymbol{R = V_1^2 + V_2^2}$ est une v.a uniforme, qui peut être utilisé à la place de **1** , alors que l'angle (V1,V2) peut servir comme l'angle aléatoire $\boldsymbol{2\pi X2}$**.** Quel est l'avantage ? Le sinus et le cosinus dans l'équation de Box-Muller peuvent être écrits comme $\frac{V1}{\sqrt{R}}$ et $\frac{V2}{\sqrt{R}}$. Ecrire une fonction Matlab réalisant cette méthode. Comparer le temps d'exécution des trois méthodes (utiliser les fonctions **tic** et **toc**)

Corrigé :

1)
```
x=randn(100,4);
for i=1:4
    subplot(2,2,i);
    plot(x(:,i));
end
```

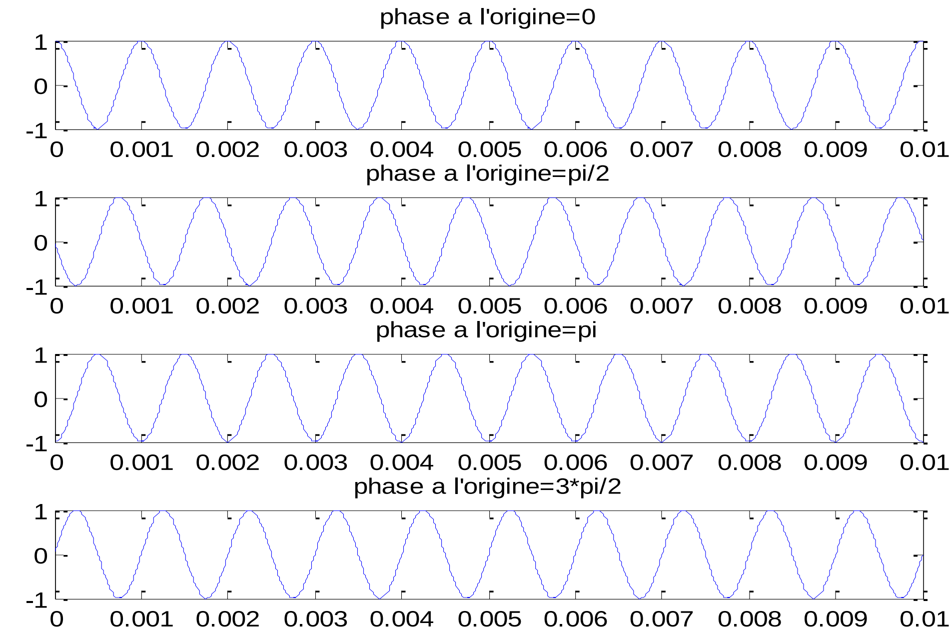


2)
```
phas=[0 pi/2 pi 3*pi/2];
nb_real=length(phas);
leng=1000;freq_ech=100000;t=[1:1000]/freq_ech;
x=[];
for i=1:nb_real
    x(i,:)=cos(2*pi*1000*t+phas(i));
end
subplot(411);plot(t,x(1,:));title('phase a l''origine=0');
subplot(412);plot(t,x(2,:));title('phase a l''origine=pi/2');
subplot(413);plot(t,x(3,:));title('phase a l''origine=pi');
subplot(414);plot(t,x(4,:));title('phase a l''origine=3*pi/2');
```

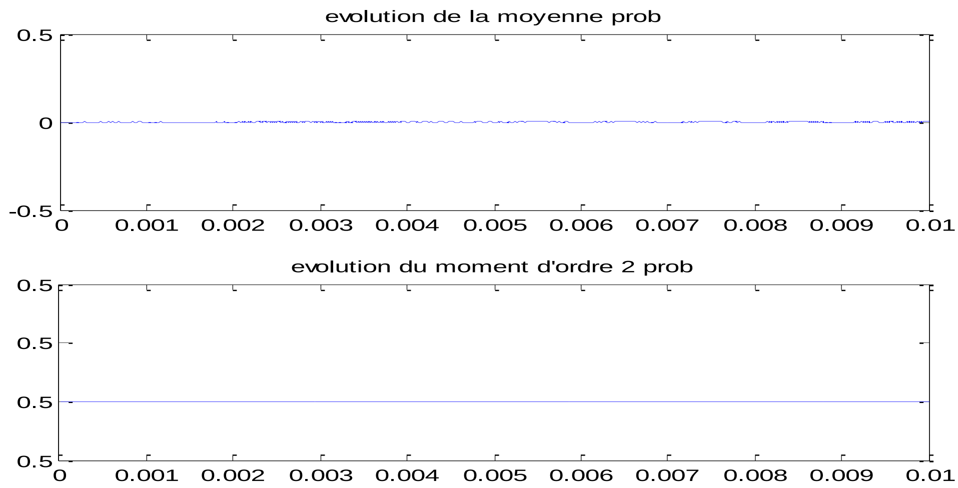
3)
```
moy= mean(x);
eqm=mean(x.^2);
figure
subplot(211);plot(t,moy);axis([0 0.01 -0.5 0.5]);title('evolution de la moyenne prob');

subplot(212);plot(t,eqm);title('evolution du moment d''ordre 2 prob');
```

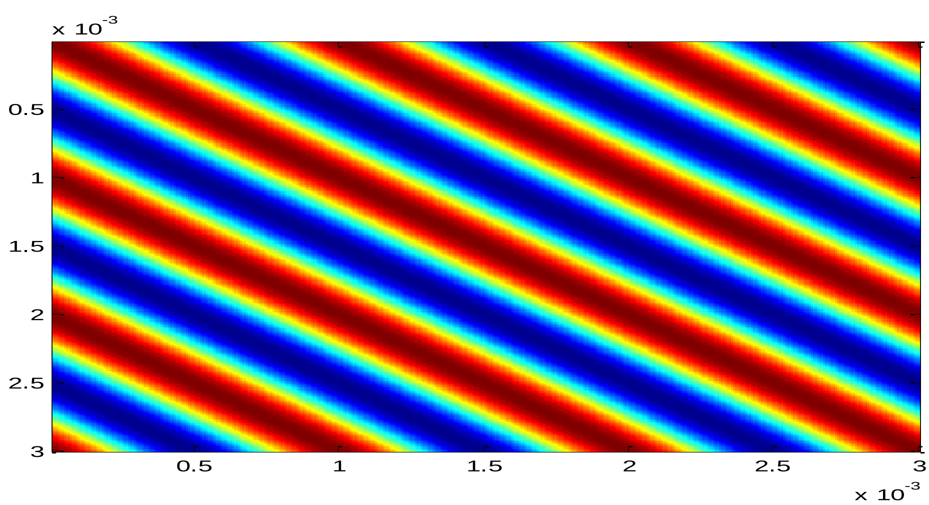
4)
```
corre=corrcoef(x(:,1:300));
figure
imagesc(t(1:300),t(1:300),corre);
```



phase a l'origine=0
phase a l'origine=pi/2
phase a l'origine=pi
phase a l'origine=3*pi/2



evolution de la moyenne prob
evolution du moment d'ordre 2 prob




plage
Palm Beach
Alger