4.4 Efficacité d'un échangeur

4.4.1 Définition

L'efficacité d'un échangeur : est le rapport du flux de chaleur effectivement transféré dans l'échangeur aux flux de chaleur maximal qui serait transféré dans les mêmes conditions ; température d'entré des deux fluides et EACC de longueur infinie.

Efficacité, ε = Flux réel échangé/Flux maximum possible = $\Phi_{réel}/\ \Phi_{max}$

Φ_{max} serait possible, seulement pour EACC, si $L\rightarrow\infty$

- Si en pose: $C = \dot{m}C_p$

Pour un échangeur à contre-courant EACC

1. $C_f < Cc$

A partir de :

$$dT_c = -\frac{d\Phi}{\dot{m}_c C_{p,c}}, \qquad dT_f = \frac{d\Phi}{\dot{m}_f C_{p,f}}$$

On déduit : $|dT_f| > |dT_c|$

Et pour : $L \rightarrow \infty \quad => T_{f,s} = T_{c,e}$

Donc, $\Phi = \dot{m}(H_2 - H_1) = \dot{m}C_p(T_2 - T_1) => \Phi_{max} = C_f(T_{c,e} - T_{f,e})$……..(30)

2. $C_c < C_f$

De la même manière : $L \rightarrow \infty \quad => T_{c,s} = T_{f,e}$

$$=> \Phi_{max} = C_f(T_{c,e} - T_{f,e})$$

Implique $\Phi_{max} = C_c(T_{c,e} - T_{f,e})$……..(31)

De l'équation (20) et (21) ;

$$\boldsymbol{\Phi_{max} = C_{min}(T_{c,e} - T_{f,e})}$$

Donc $\varepsilon = \frac{\Phi_{réel}}{\Phi_{max}}$, $0 \leq \varepsilon \leq 1$ => $\begin{cases} \boldsymbol{\varepsilon = \frac{C_c(T_{c,e}-T_{c,s})}{C_{min}(T_{c,e}-T_{f,e})}} & \text{si } C_f < Cc \\ \boldsymbol{\varepsilon = \frac{C_f(T_{f,s}-T_{f,e})}{C_{min}(T_{c,e}-T_{f,e})}} & \text{si } Cc < C_f \end{cases}$ .....(32)

Si ε, $T_{c,e}$ et $T_{f,e}$ sont connus $\boldsymbol{\Phi_{réel} = \varepsilon\, C_{min}(T_{c,e} - T_{c,s})}$

On peut montrer que $\varepsilon = f\left(\text{NUT}, \frac{C_{min}}{C_{max}}\right)$, $\text{NUT} \equiv \frac{\text{UA}}{C_{min}}$; NUT ≡ Nombre d'Unités du Transfert

Avec : $\frac{C_{min}}{C_{max}} = \begin{cases} \frac{C_f}{C_c} & \text{si } C_f < C_c \\ \frac{C_c}{C_f} & \text{si } C_c < C_f \end{cases}$ ..... (33)

Pour plus de détails consulter les références [5] et [16]

4.5 Méthode NUT

4.5.1 Nombre d'unités de transfert (Définition-Calcul)

On appelle nombre d'unités de transfert, le nombre adimensionnel: $\text{NUT} \equiv \frac{\text{UA}}{C_{min}}$

On distingue : $\begin{cases} \text{NUT}_c = \frac{U\,A}{C_c} & \text{du côté chaud} \\ \text{NUT}_f = \frac{U\,A}{C_f} & \text{du côté froid} \end{cases}$

Dans la pratique, on s'intéresse uniquement au NUT qui correspond au débit thermique minimum.

$$\boldsymbol{NUT = \frac{U\,A}{C_{min}}} \quad \text{.....(34)}$$

Pour différentes configurations d'échangeur, la méthode du NUT consiste à exprimer l'efficacité ε de l'échangeur en fonction des 2 paramètres C_r et NUT.

N.B.

Les grandeurs : $\boldsymbol{\varepsilon}$, C_r, **NUT** sont des grandeurs adimensionnelles**.**

4.5.2 Relation $\varepsilon -$ NUT

Pour chaque type d'échangeur, l'expression de la fonction $\boldsymbol{\varepsilon}$ = f(NUT, C_r) doit être développée.

- Dans certains cas et pour différentes valeurs du paramètre C_r, $\boldsymbol{\varepsilon}$ est donnée graphiquement sous la forme d'une série de courbes.
- Les constructeurs fournissent des diagrammes correspondant à leurs appareils.
- Certains programmes sont accessibles et peuvent même effectuer des calculs en ligne.

Pour un échangeur à co-courant (EACP),

$f(\text{NUT}, \frac{C_{\min}}{C_{\max}})$, avec $\boldsymbol{C_{\min} = C_c}$

$$\boldsymbol{\varepsilon = \frac{(T_{c,e} - T_{c,s})}{(T_{c,e} - T_{f,e})}} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (35)$$

On a $\Phi = C_c(T_{c,e} - T_{c,s}) = C_f(T_{f,s} - T_{f,e})$

$$C_r = \frac{C_{\min}}{C_{\max}} = \frac{C_c}{C_f} = \frac{(T_{f,s} - T_{f,e})}{(T_{c,e} - T_{c,s})} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (36)$$

Alors ;

$$\ln\left(\frac{T_{c,s} - T_{f,s}}{T_{c,e} - T_{f,e}}\right) = -U\,A\left(\frac{1}{C_c} + \frac{1}{C_f}\right) = -\frac{UA}{C_{\min}}(1 + C_r) \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (37)$$

Donc,

$$\frac{T_{c,s} - T_{f,s}}{T_{c,e} - T_{f,e}} = \mathrm{e}^{[-NUT(1+\boldsymbol{C_r})]}$$

On déduit $T_{f,s}$ de l'éq. (36)

$$\frac{T_{c,s} - T_{f,s}}{T_{c,e} - T_{f,e}} = \frac{T_{c,s} - T_{c,e} + T_{c,e} - T_{f,s}}{T_{c,e} - T_{f,e}} = \frac{(T_{c,s} - T_{c,e}) + (T_{c,e} - T_{f,e}) - C_r(T_{c,e} - T_{c,s})}{T_{c,e} - T_{f,e}}$$

En utilisant l'éq. (35), on trouve :

$$\frac{T_{c,s} - T_{f,s}}{T_{c,e} - T_{f,e}} = -\varepsilon + 1 - C_r\varepsilon = 1 - \varepsilon(1 + C_r)$$

En résolvant l'éq. (37) :

$$\varepsilon = \frac{1 - e^{[-NUT(1+C_r)]}}{1 + C_r} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (38)$$

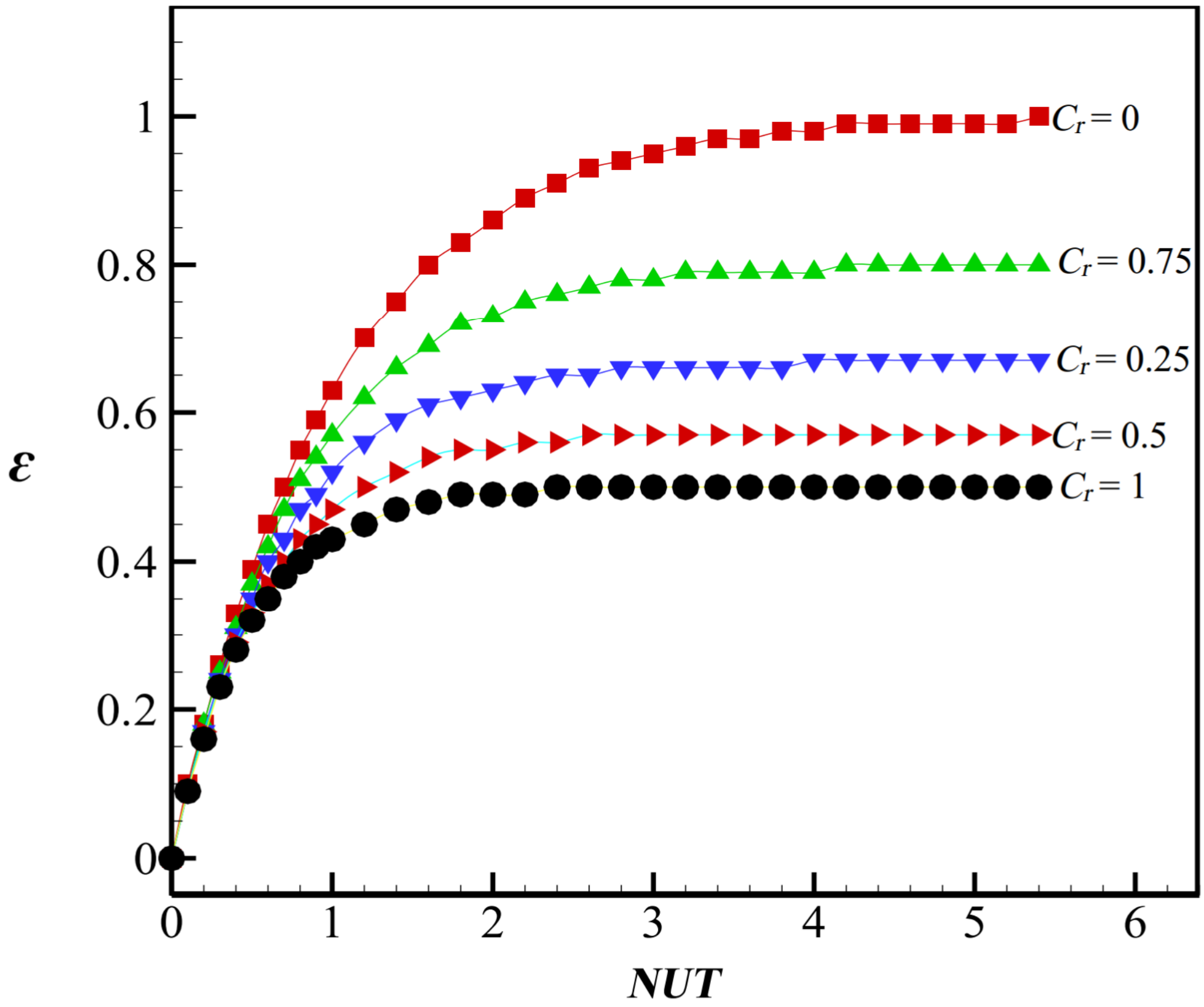


Figure 17 : Relation ε − NUT pour l'échangeur EACP et différentes valeurs de C_r = 0, 0.25, 0.5, 0.75, 1.

De la même manière pour un échangeur à contre-courant (EACC), on trouve:

$$\varepsilon = \frac{1-e^{[-NUT(1-C_r)]}}{1-C_r e^{[-NUT(1-C_r)]}} \qquad (39)$$

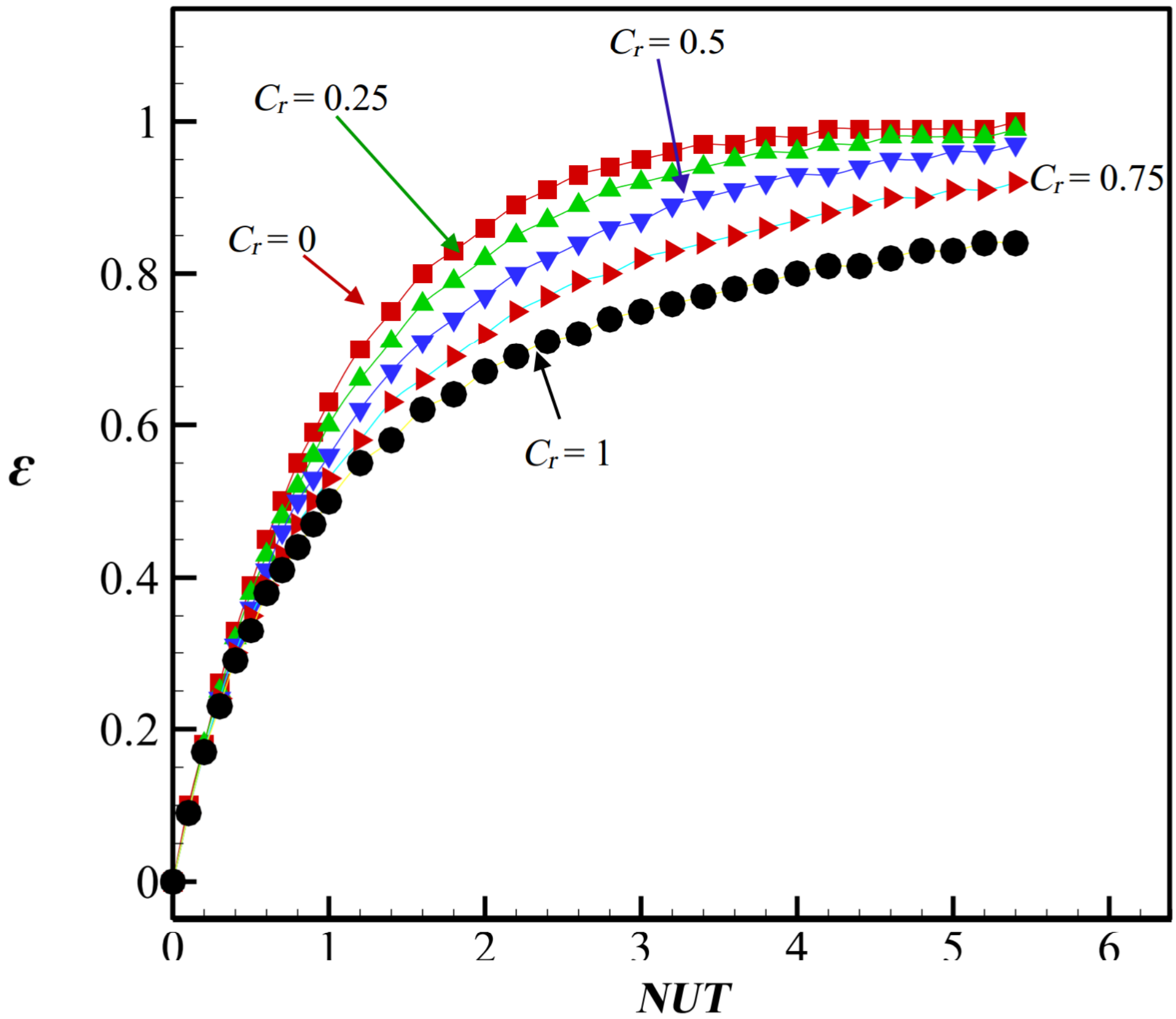


Figure 18 : Relation ε − NUT pour l'échangeur EACC et différentes valeurs de C_r = 0, 0.25, 0.5, 0.75, 1.

Le tableau ci-dessous résume les expressions $\varepsilon - \mathrm{NUT}$ pour différentes configurations.

Tableau 4 : $\varepsilon - \mathrm{NUT}$ de quelques échangeurs. [5, 9, 11]

Échangeur à co-courant (EACP)	$\boldsymbol{\varepsilon = \dfrac{1 - e^{[-NUT(1+C_r)]}}{1 + C_r}}$
Échangeur à contre-courant (EACC)	$\boldsymbol{\varepsilon = \dfrac{1 - e^{[-NUT(1-C_r)]}}{1 - C_r e^{[-NUT(1-C_r)]}}}$
Échangeur à courants croisés : fluides non mixés	$\boldsymbol{\varepsilon = 1 - e^{\frac{1}{\omega C_r}[e^{[-NUT(\omega C_r)]} - 1]}}$ **avec** $\boldsymbol{\omega = NUT^{-0.22}}$
Échangeur à courants croisés : fluides mixés	$\boldsymbol{\varepsilon = \left(\dfrac{1}{1 - e^{-NUT}} + \dfrac{C_r}{1 - e^{-NUTC_r}} - \dfrac{1}{NUT}\right)^{-1}}$
Échangeur à courants croisés : fluide C_{min} non mixé, C_{max} mixé	$\boldsymbol{\varepsilon = \dfrac{1}{C_r}\left(1 - e^{-C_r[1 - e^{-NUT}]}\right)}$
Échangeur à courants croisés : fluide C_{min} mixé, C_{max} non mixé	$\boldsymbol{\varepsilon = 1 - e^{-\frac{1}{C_r}[1 - e^{-NUT.C_r}]}}$
Echangeur tubulaire (calandre/tubes) : 1 passe coté calandre et 2 passes coté tubes	$\boldsymbol{\varepsilon_{1-2} = 2\left[1 + C_r + \dfrac{1 + e^{-NUT(1+C_r^2)^{1/2}}}{1 - e^{-NUT(1+C_r^2)^{1/2}}}(1 + C_r^2)^{1/2}\right]^{-1}}$
Echangeur tubulaire (calandre/tubes) : 2 passe coté calandre et 4 passes coté tubes	$\boldsymbol{\varepsilon_{2-4} = \dfrac{[(1 - \varepsilon_{1-2}C_r)(1 - \varepsilon_{1-2})^2] - 1}{[(1 - \varepsilon_{1-2}C_r)(1 - \varepsilon_{1-2})^2] - C_r}}$
Echangeur tubulaire (calandre/tubes): n passes au calandre et 2n, 4n,... passes aux tubes	$\boldsymbol{\varepsilon = \dfrac{\left(\dfrac{1 - \varepsilon_{1-2}C_r}{1 - \varepsilon_{1-2}}\right)^n - 1}{\left(\dfrac{1 - \varepsilon_{1-2}C_r}{1 - \varepsilon_{1-2}}\right)^n - C_r}}$
Cas spécial pour $C_r = 1$	$\boldsymbol{\varepsilon = \dfrac{n\,\varepsilon_{1-2}}{1 + (n-1)\varepsilon_{1-2}}}$
Tous échangeurs ($C_r = 0$)	$\boldsymbol{\varepsilon = 1 - e^{-NUT}}$

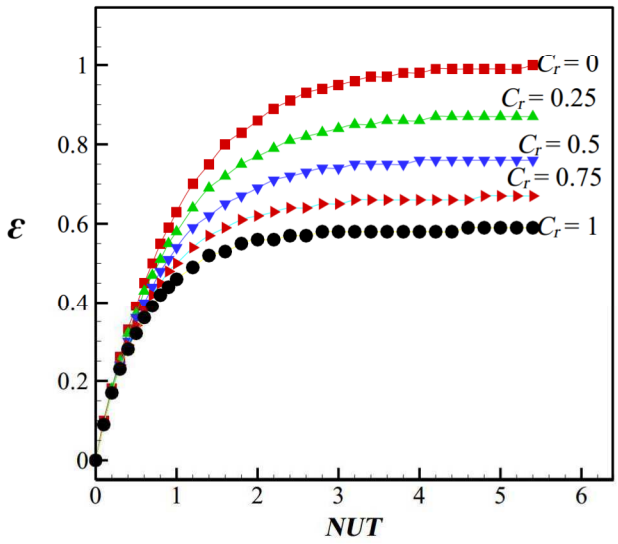


Figure 19 : Relation $\varepsilon - NUT$ pour l'échangeur tubulaire 1 passe côté calandre et 2n passe côté tubes et différentes valeurs de $C_r = 0, 0.25, 0.5, 0.75, 1$.

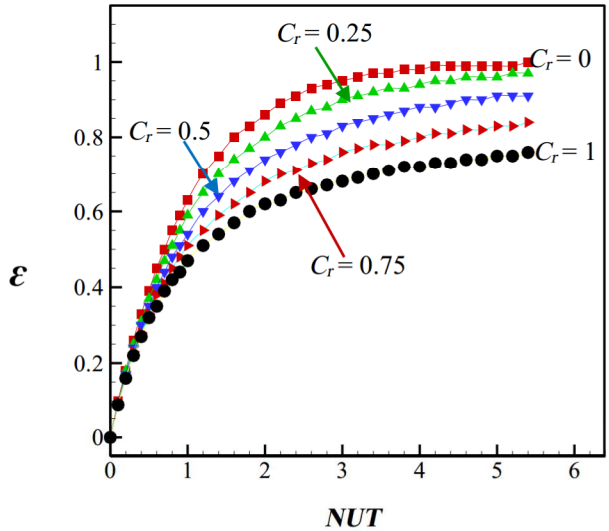


Figure 20 : Relation $\varepsilon - NUT$ pour l'échangeur à courants croisés : fluides non mixés pour différentes valeurs de $C_r = 0, 0.25, 0.5, 0.75, 1$.

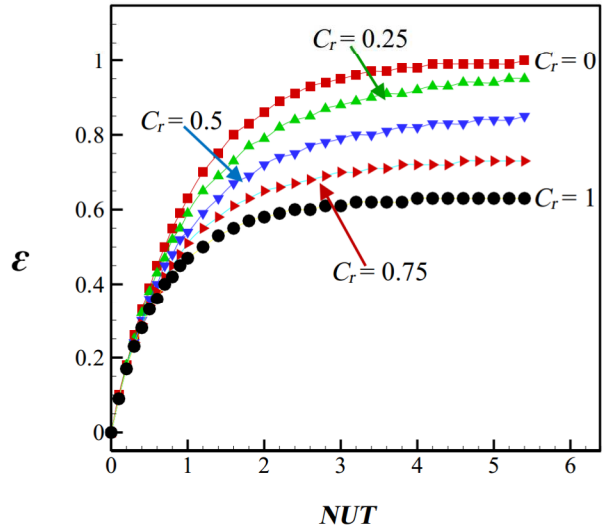


Figure 21 : Relation $\varepsilon - NUT$ pour l'échangeur à courants croisés : fluide C_{min} mixé, C_{max} non mixé et différentes valeurs de $C_r = 0, 0.25, 0.5, 0.75, 1$.

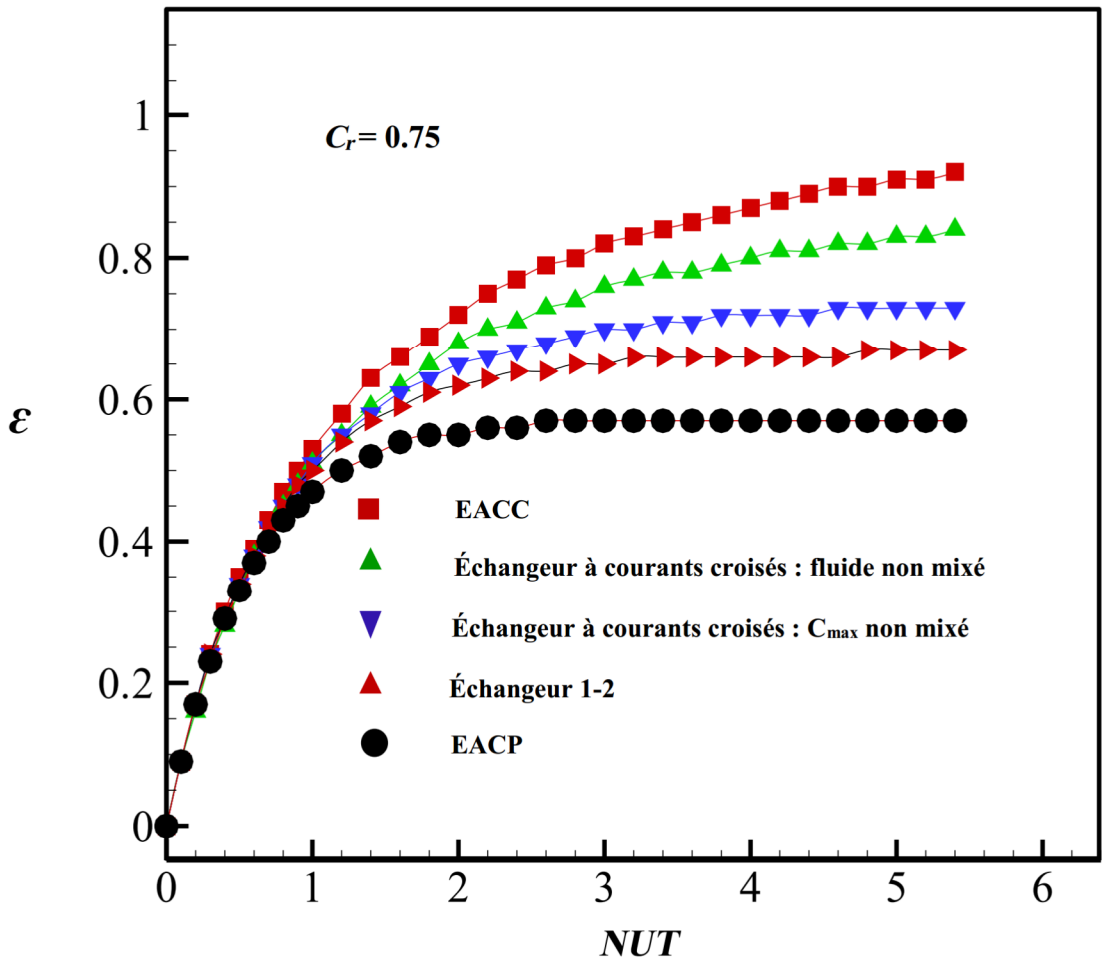


Figure 22 : Comparaison de l'efficacité des échangeurs EACP, EACC, échangeur 1-2, Échangeur à courants croisés : fluides non mixés et fluide C_{max} non mixé pour C_r=0.75.

- La relation entre le NUT et l'efficacité montre que la recherche d'une efficacité élevée est coûteuse en énergie.
- La méthode NUT nécessite d'évaluer les éléments d'analyse dans l'ordre suivant :

1. La détermination du coefficient global de l'échange thermique, U ;

2. La détermination de C_{min} et C_{max} ;

3. La détermination du nombre d'unités de transfert, NUT ;

4. Le calcul de l'efficacité, ε à l'aide de $\varepsilon = f(\text{NUT}, Cr)$;

5. Finalement, le calcul de Φ par la relation : $\Phi = \varepsilon\, C_{\min}(T_{c,e} - T_{f,s})$.

Exercice 4 :

Pour refroidir le microprocesseur d'un ordinateur qui génère une puissance thermique d'environ 200 W, on dispose un radiateur contre ce microprocesseur.

La taille du ventilateur impose les conditions d'écoulement de l'air de refroidissement conduisant à un coefficient d'échange global de 40 W/m^2.K, pour un débit d'air de 50 m^3/h (Cp=1006 J/kg.K et ρ=1.29 kg/m^3). On choisit une température d'entrée de 21 °C pour le dimensionnement.

1- Calculez la température de sortie de l'air.

2- Calculez la température du microprocesseur pour les efficacités d'échange suivantes 30%, 40% et 55%.

3- Par la méthode de NUT, déterminez la surface à mettre en œuvre.

Après la détermination de la surface, et pour une température d'entrée de l'air -2 °C en hiver et 39 °C en été à l'endroit où se trouve l'ordinateur.

Pour ces deux cas :

1. Calculez la température de sortie de l'air.
2. Calculez la température du microprocesseur.

Solution :

$T_{f,e} = \ 21°C \quad ; \ \rho = 1{,}29\ kg/\text{m}^3 \ ; \ débit = \ 50\ \text{m}^3/\text{h} \ ; \ C_p = 1006\ \text{J}/kg\text{K}$

$\Phi = 200\ \text{W} \ ; \ \text{U} = 40\ \text{W}/\text{m}^2.\text{K}$

1. $\boldsymbol{T_{f,s} = ?\,°C}$

$$\dot{\text{m}}_f = \frac{50\,.\,1{,}29}{3600} = 0{,}017917\ kg/s$$

$$\Phi = \dot{m}_f C_{p,f}\left(T_{f,s} - T_{f,e}\right)$$

$$=> \qquad T_{f,s} = \frac{\Phi}{\dot{m}_f C_{p,f}} + T_{f,e} = \frac{200}{0.017917 \times 1006} + 21 = 32{,}1\ °C$$

$$\boldsymbol{T_{f,s} = 32{,}1\ °C}$$

2. $\boldsymbol{T_{c,e} = ?\ °C}$

$\boldsymbol{\varepsilon = 0.3}$

$$\boldsymbol{\varepsilon = \frac{\left(T_{f,s} - T_{f,e}\right)}{\left(T_{c,e} - T_{f,e}\right)}}$$

$$=> \qquad T_{c,e} = \frac{\left(T_{f,s} - T_{f,e}\right)}{\varepsilon} + T_{f,e} = \frac{(32{,}1 - 21)}{0{,}3} + 21$$

$$= 57{,}99°C$$

$$\boldsymbol{T_{c,e} = 57{,}99°C}$$

De la même manière :

$\boldsymbol{\varepsilon = 0.4}$ => $\boldsymbol{T_{c,e} = 48.74°C}$

$\boldsymbol{\varepsilon = 0.55}$ => $\boldsymbol{T_{c,e} = 41.17°C}$

$\boldsymbol{\varepsilon}$ ↗ $\boldsymbol{T_{c,e}}$ ↙

3. $A = ?\ m^2$ (Surface à mettre en œuvre)

$$\boldsymbol{\varepsilon = \frac{1 - e^{[-NUT(1+C_r)]}}{1 + C_r}}$$

Dans ce cas : $\varepsilon = 1 - \mathrm{e}^{-NUT}$

$$=> \quad \mathrm{e}^{-NUT} = 1 - \varepsilon$$

$$=> \quad ln(\mathrm{e}^{-NUT}) = ln(1 - \varepsilon)$$

$$=> \quad NUT = -ln(1 - \varepsilon)$$

$$= \ -ln(1 - 0.3)$$

$$= 0.36$$

De la même manière :

$\boldsymbol{\varepsilon = 0.4}$ => $\boldsymbol{NUT = 0.51}$

$\boldsymbol{\varepsilon = 0.55}$ => $\boldsymbol{NUT = 0.80}$

$\boldsymbol{\varepsilon}$ ↗ $\boldsymbol{NUT}$ ↗

$$\mathrm{NUT} = \frac{U\,A}{C_{\min}} = \frac{U\,A}{\dot{m}_f C_{p,f}}$$

$$=> \quad A = \frac{NUT}{U}\dot{m}_f C_{p,f}$$

$$= \frac{0.36}{40}(0.017917 \times 1007)$$

$$= 0.16\ \mathrm{m}^2$$

$$A = 0.16\ \mathrm{m}^2$$

De la même manière :

$\boldsymbol{\varepsilon = 0.4}$ => $\boldsymbol{A = 0.23\ \mathrm{m}^2}$

$\boldsymbol{\varepsilon = 0.55}$ => $\boldsymbol{A = 0.36\ \mathrm{m}^2}$

$\boldsymbol{\varepsilon}$ ↗ $\boldsymbol{A}$ ↗

---

a. $\boldsymbol{T_{f,s} = ?\,°C}$

En hiver :

$$\Phi = \dot{m}_f C_{p,f}\left(T_{f,s} - T_{f,e}\right)$$

$$=> \qquad T_{f,s} = \frac{\Phi}{\dot{m}_f C_{p,f}} + T_{f,e} = \frac{200}{0.017917 \times 1006} - 2 = 9{,}1\ °C$$

$$\boldsymbol{T_{f,s} = 9,1\ °C}$$

En été :

$$T_{f,s} = \frac{\Phi}{\dot{m}_f C_{p,f}} + T_{f,e} = \frac{200}{0.017917 \times 1006} + 39 = 50{,}1\ °C$$

$$\boldsymbol{T_{f,s} = 50,1\ °C}$$

b. $\boldsymbol{T_{c,e} = ?\,°C}$ (température du microprocesseur)

$$\boldsymbol{\varepsilon = \frac{\left(T_{f,s} - T_{f,e}\right)}{\left(T_{c,e} - T_{f,e}\right)}} \qquad => \qquad \boldsymbol{T_{c,e} = \frac{\left(T_{f,s} - T_{f,e}\right)}{\varepsilon} + T_{f,e}}$$

En hiver :

$$\boldsymbol{T_{c,e} = \frac{\left(T_{f,s} - T_{f,e}\right)}{\varepsilon} + T_{f,e}} \qquad => \qquad \boldsymbol{T_{c,e} = \frac{(9.1 + 2)}{0.3} + (-2)}$$

$$= 35\ °C$$

De la même manière :

$\boldsymbol{\varepsilon = 0.4}$ => $\boldsymbol{T_{c,e} = 25.75°C}$

$\boldsymbol{\varepsilon = 0.55}$ => $\boldsymbol{T_{c,e} = 18.18°C}$

En été :

$$T_{c,e} = \frac{(T_{f,s} - T_{f,e})}{\varepsilon} + T_{f,e} \quad => \quad T_{c,e} = \frac{(50.1 - 39)}{0.3} + (39)$$

$$= 76\ °C$$

De la même manière :

$\varepsilon = 0.4$ => $T_{c,e} = 66.75°C$

$\varepsilon = 0.55$ => $T_{c,e} = 59.18°C$