السنة أولى ماستر 2025-2026

تخصص: اقتصاد كمي وإحصاء

سلسلة 3

التمرين الأول: الجدول التالي يظهر استخدامات مؤسسة ما لعنصري العمل ورأس المال والإنتاج الكلي:

وحدات العمل (L)	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
رأس المال (K)	10	10	10	10	10	10	10	10	10	10	10
الإنتاج الكلي (Q)	0	10	30	60	80	95	108	112	112	108	100

المطلوب:

1: أوجد الإنتاج المتوسط (PML) والإنتاج الحدي (PmL) لعنصر العمل.

2: أرسم منحنيات الإنتاج في المدى القصير (الكلي والمتوسط والحدي).

3: حدد مراحل الإنتاج الثلاث.

4: ما الذي ينص عليه قانون تناقص الغلة ومن أين يبدأ مفعوله؟

5: ما هي قيمة العمل (L) التي يتحقق عندها الإنتاج الأمثل؟ وهل يتضاعف الإنتاج الكلي للمؤسسة لو ضاعفت المؤسسة قيمة (L) عند مستوى الإنتاج الأمثل؟

6: ما معنى وجود إنتاج حدي موجب، سالب ومعدوم؟

التمرين الثاني: بافتراض أن إنتاج سلعة ما يتم باستخدام عاملين للإنتاج: العمل L ورأس المال K، وفق الدالة التالية: $Q = 2\ (KL)^{\frac{1}{2}}$

إذا افترضنا أن أسعار عوامل الإنتاج هي $P_L = 9$ و $P_K = 4$

المطلوب:

1: أوجد دالتي الإنتاج المتوسط والإنتاج الحدي لكل من L وK.

2: أوجد حجم العمل ورأس المال اللازم لإنتاج 100 وحدة.

3: أوجد حجم الإنتاج الأفضل الموافق لتكلفة قدرها 504 و.ن.

4: ما هو مقدار الربح المحقق إذا كان سعر بيع الوحدة المنتجة هو 12 و.ن.

التمرين الثالث: تأخذ دالة الإنتاج لإحدى المؤسسات الشكل التالي: $Q = b\ L^{\propto}\ K^{\beta}$

$(b, \beta\ , \alpha)$ عبارة عن ثوابت.

المطلوب:

1: ما نوع هذه الدالة؟

2: أحسب $\alpha\ , \beta$ علما أن مرونة الإنتاج بالنسبة للعمل تساوي 0.5 ودالة الإنتاج متجانسة من الدرجة الثانية.

3: إذا اعتبرنا $\alpha = \frac{3}{2}$ و $\beta = \frac{1}{2}$ و $b = 2$، أوجد درجة تجانس هذه الدالة.

4: أوجد دوال الإنتاجية.

5: أوجد مختلف مرونات هذه الدالة.

6: أوجد صيغة المعدل الحدي للإحلال التقني لهذه الدالة $TMST_{L,k}$.

7: حدد المسار الأمثل للتوسع إذا كانت أسعار عوامل الإنتاج $P_L = 9$ و $P_K = 3$.

8: إذا كانت أسعار عوامل الإنتاج $P_L = 9$ و $P_K = 3$ وقيمة التكاليف اللازمة للعملية الإنتاجية تقدر بـ 500 و.ن، أوجد الكميات المثلى من عوامل الإنتاج التي تعظم الإنتاج الكلي للمؤسسة.

9: ما هو الحد الأدنى من التكاليف الموافقة لإنتاج قدره 300 وحدة (باعتبار أن أسعار عوامل الإنتاج تبقى ثابتة كما هي في السؤال 8)؟

التمرين الرابع: إذا كانت دالة الإنتاج من النوع الآتي: $Q = \frac{3}{2} L^{\frac{3}{5}} K^{\frac{1}{5}}$

حيث أن: سعر الوحدة الواحدة من الإنتاج هو: و.ن $P = 10$، $P_L = 1$ و $P_K = 2$

المطلوب:

1: أوجد مستوى الإنتاج الذي يحقق عنده المنتج أقصى الأرباح؟

التمرين الخامس: ليكن لدينا دالتا الإنتاج التاليتين:

$$Q_1 = 140\, L^{\frac{1}{3}} K^{\frac{2}{3}}$$

$$Q_2 = 20\, L^{\frac{1}{4}} K^{\frac{3}{4}}$$

مع افتراض: أن سعر الوحدة من Q_1 هو 4 و.ن. $P\,Q_1 = 4$

و: أن سعر الوحدة من Q_2 هو 6 و.ن. $P\,Q_2 = 6$

وأن المؤسسة تطمح في الوصول إلى تحقيق قيمة مبيعات أو إيرادات تقدر بـ: 200.000 و.ن.

المطلوب:

1: ما هي الكميات الواجب استخدامها من L و K؟

2: ما هي التوليفة الواجب إنتاجها من Q_1 و Q_2؟