المحور الثالث: تحليل متقدم لسلوك المنتج

تسعى المنشأة في هذه النظرية إلى تحقيق أكبر قدر ممكن من الإنتاج بقدر معين من التكاليف من أجل الحصول على أعظم ربح، وبالتالي فالمنتج العقلاني هو الذي يسعى لتحقيق أكبر قدر ممكن من الأرباح في حدود إمكانياته الإنتاجية ولن يحدث ذلك إلا بتدنئة التكاليف من خلال الاستخدام الأمثل لعناصر الإنتاج.

أولا: التذكير بمفاهيم مهمة:

– **دالة الإنتاج في المدى القصير:** تتميز هذه الفترة بعدم قدرة المنتج على إحداث تغييرات على جميع عناصر الإنتاج، بل تكون كل عناصر الإنتاج ثابتة باستثناء عنصر العمل L الذي يمكن للمنتج التحكم فيه في العملية الإنتاجية، وبالتالي تصبح دالة الإنتاج كالتالي: $Q = f(L)$

– **الإنتاجية المتوسطة لعنصر العمل:** هو متوسط مساهمة عنصر العمل في الإنتاج الكلي: $PML = \frac{Q}{L}$

– **الإنتاجية الحدية لعنصر العمل:** هو التغير الحاصل في الإنتاج الكلي نتيجة تغير عنصر العمل بوحدة واحدة:

$$PmL = \frac{\delta Q}{\delta L}$$

– **قانون تناقص الغلة:** ينص على أنه إذا كان هناك عنصرين من عناصر الإنتاج أحدهما ثابت والآخر متغير، فإن الزيادة في العنصر المتغير بوحدات متتالية يؤدي بعد حد معين إلى تناقص الإنتاج الحدي والإنتاج المتوسط، إذن حسب هذا القانون فإن الإنتاج الكلي يمر عبر ثلاث مراحل: **1: مرحلة تزايد الغلة:** يتزايد الإنتاج الكلي في هذه المرحلة بمعدل متزايد، كلما تزايد عدد الوحدات المستخدمة من عنصر العمل L، **2: مرحلة تناقص الغلة:** يستمر الإنتاج في التزايد ولكن بمعدل متناقص، **3: مرحلة الغلة السالبة:** في هذه المرحلة يتناقص الإنتاج الكلي.

– يبدأ مفعول قانون تناقص الغلة من نقطة الانعطاف الخاصة بدالة الإنتاج الكلي، أي عندما يبدأ الإنتاج الحدي بالتناقص وهي النقطة العظمى للإنتاج الحدي.

– **دالة الإنتاج في المدى الطويل:** يمكن للمنتج في الفترة الطويلة أن يقوم بإجراء تغييرات على جميع عناصر الإنتاج، وبالتالي السماح بتطوير الطاقات الإنتاجية التي تنعكس على تغير الإنتاج.

– مشكل المنتج هو اختيار أحسن توليفة لعناصر الإنتاج من بين كل التوليفات الممكنة والتي تحقق له أعظم ربح أو أدنى تكلفة ممكنة تحت القيود التقنية والاقتصادية.

– **المعدل الحدي للإحلال التقني $TMST_{L.K}$:** هو عبارة عن عدد الوحدات التي يتنازل عنها المنتج من رأس المال K من أجل استخدام وحدة إضافية من عنصر العمل L بشرط المحافظة على نفس المستوى من الإنتاج الكلي: $TMST_{L.K} = \frac{PmL}{PmK}$

– **منحنى التكلفة المتساوية (خط الإنفاق):** هو مجموعة من التوليفات المختلفة من عناصر الإنتاج التي يكون باستطاعة المؤسسة شراؤها في حدود الميزانية المخصصة للإنتاج وأسعار عناصر الإنتاج حيث:

$$CT = LP_L + KP_K$$

– **توازن المنتج:** يكون المنتج في حالة التوازن عندما يصل إلى أقصى مستوى من الإنتاج بأقل تكلفة ممكنة، وذلك من خلال الوصول إلى التوليفة المثلى من عنصري الإنتاج (L.K)، وذلك من خلال:

– **بيانيا:** عندما يكون منحنى الناتج المتساوي مماسا لمنحنى التكلفة المتساوية أو خط التكلفة.

– **جبريا:** هنا نميز بين حالتين: حالة تعظيم الإنتاج تحت قيد التكاليف، وحالة تقليل التكاليف تحت قيد الإنتاج.

1: حالة تعظيم الإنتاج تحت قيد التكاليف:

في هذه الحالة تكون التكلفة معلومة والكمية المنتجة مجهولة.

ونستطيع إيجاد نقطة التوازن من خلال:

$$\begin{cases} \dfrac{PmL}{PL} = \dfrac{PmK}{PK} \\ \textbf{S/C } CT = LP_L + KP_K \end{cases}$$

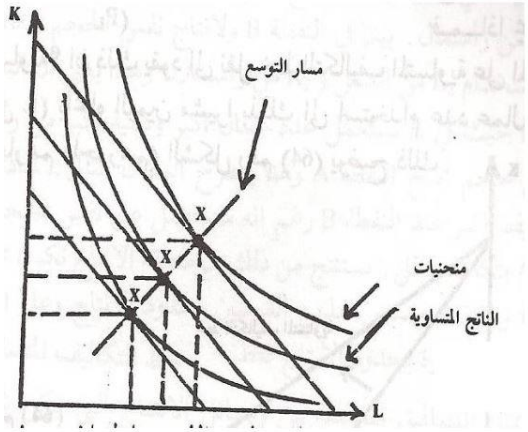
2: حالة تقليل التكاليف تحت قيد الإنتاج:

في هذه الحالة تكون الإنتاج معلوم والتكلفة مجهولة.

$$\begin{cases} \dfrac{PmL}{PL} = \dfrac{PmK}{PK} \\ \textbf{S/C } Q = f\,(L.K) \end{cases}$$

– **مسار التوسع:** إذا رغبت المؤسسة في زيادة الإنتاج فإن ذلك يتطلب زيادة التكاليف أي زيادة الميزانية المخصصة للإنتاج، والعكس في حالة رغبتها في تخفيض الإنتاج، وبالتالي نحصل على نقاط توزان جديدة، وعند التوصيل بينها نحصل على ما يسمى **بمسار التوسع.**

والشكل التالي يوضح ذلك:



وبالتالي تكون معادلة مسار التوسع هي:

$$\frac{PmL}{PL} = \frac{PmK}{PK} \quad \Longrightarrow \quad K = f(L)$$

- **مرونة الإنتاج في المدى الطويل:** ويمكن التمييز بين:

- **المرونة الجزئية لعنصر العمل:** هي مقدار التغير النسبي في الإنتاج الكلي نتيجة التغير النسبي في عنصر العمل مع ثبات عنصر رأس المال: $E_L = \frac{PmL}{PML}$

- **المرونة الجزئية لعنصر رأس المال:** هي مقدار التغير النسبي في الإنتاج الكلي نتيجة التغير النسبي في عنصر رأس المال مع ثبات عنصر العمل: $E_K = \frac{PmK}{PMK}$

- **قانون غلة الحجم:**

تشير غلة الحجم إلى التغيير في الإنتاج نتيجة التغير في كل عوامل الإنتاج بنفس النسبة، أي أن غلة الحجم توضح لنا نسبة زيادة الإنتاج نتيجة الزيادة في كافة عوامل الإنتاج (العمل ورأس المال) معا بنفس النسبة.

وبالتالي هناك 3 حالات لغلة الحجم:

- **غلة الحجم الثابتة:** إذا كانت نسبة الزيادة في الإنتاج الكلي **مساوية** لنسبة الزيادة في عناصر الإنتاج المستخدمة.

- **غلة الحجم المتزايدة:** إذا كانت نسبة الزيادة في الإنتاج الكلي **أكبر** من نسبة الزيادة في عناصر الإنتاج المستخدمة.

- **غلة الحجم المتناقصة:** إذا كانت نسبة الزيادة في الإنتاج الكلي **أقل** من نسبة الزيادة في عناصر الإنتاج المستخدمة.

- **تجانس الدالة:**

يمكن القول أن دالة إنتاج متجانسة من الدرجة n إذا تحققت العلاقة التالية:

$$f(tL.tK) = t^n f(L.K)$$

حيث:

t هو عدد موجب وهو مقدار مضاعفة عنصري الإنتاج (L.K).

t^n مقدار مضاعفة الإنتاج الكلي Q.

n درجة تجانس الدالة.

وهذا يعني أن مضاعفة عنصري الإنتاج بمقدار t يترتب عنه مضاعفة الإنتاج الكلي بمقدار t^n، وبالتالي يمكن أن يأخذ n القيم التالية:

$n>1$: وهذا يعني أن مضاعفة عنصري الإنتاج بنفس النسبة t يترتب عنه مضاعفة الإنتاج الكلي بنسبة أكبر، أي غلة الحجم متزايدة.

$n=1$: وهذا يعني أن مضاعفة عنصري الإنتاج بنفس النسبة t يترتب عنه مضاعفة الإنتاج الكلي بنسبة مساوية، أي غلة الحجم ثابتة.

$n<1$: وهذا يعني أن مضاعفة عنصري الإنتاج بنفس النسبة t يترتب عنه مضاعفة الإنتاج الكلي بنسبة أقل، أي غلة الحجم متناقصة.

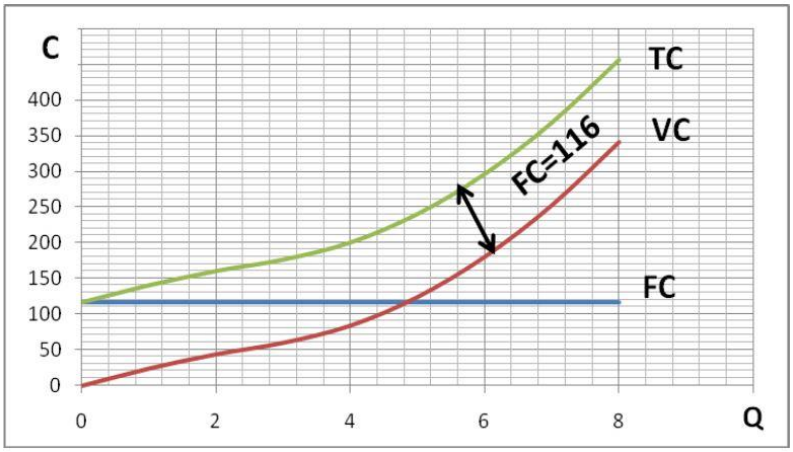
- **تعريف التكاليف:** هي الأعباء التي تتحملها المؤسسة للقيام بالعملية الإنتاجية، ويمكن دراستها على فترتين: في المدى القصير والمدى الطويل.

- **تكاليف الإنتاج في المدى القصير:** وهنا نجد العديد من الأنواع لهذه التكاليف:

- **التكاليف الكلية (CT):** وتنقسم إلى تكاليف ثابتة CF غير مرتبطة بالكمية المنتجة (زيادة ونقصانا)، وتكاليف متغيرة CV مرتبطة بالكمية المنتجة، ولدينا: التكاليف الكلية = التكاليف الثابتة + التكاليف المتغيرة.

$$CT = CF + CV$$

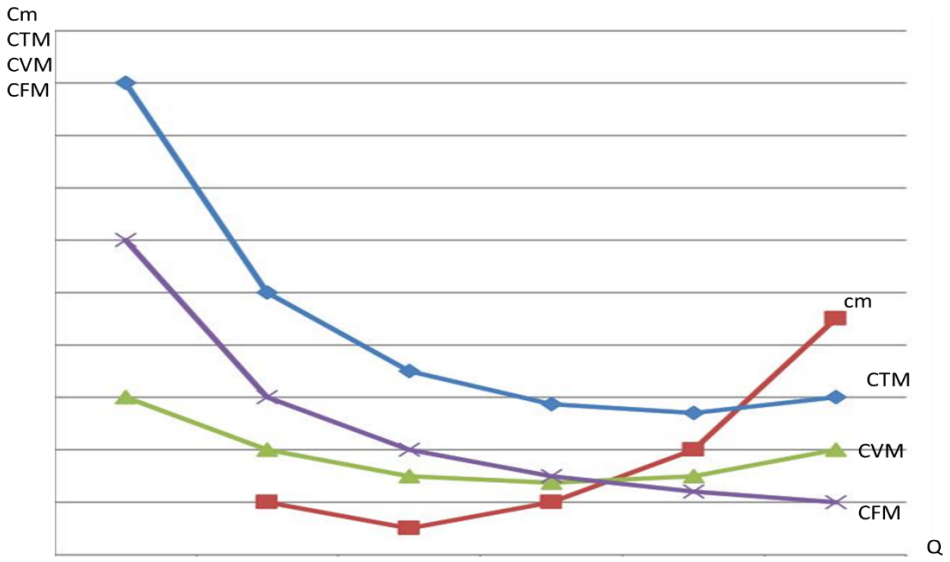
بيانيا:



- **التكاليف الحدية (Cm):** هي التغير في التكاليف الكلية عند زيادة الإنتاج بوحدة واحدة: $Cm = \frac{\delta CT}{\delta Q}$

- **التكاليف المتوسطة (CM):** هي متوسط تكلفة إنتاج الوحدة الواحدة من السلعة، وهي على 3 أنواع: CTM، CVM، CFM.

بيانيا:



- **مرونة التكاليف:** هي التغير النسبي في التكاليف الكلية نتيجة التغير النسبي في الكميات المنتجة مع ثبات العوامل الأخرى.

$$E_C = \frac{Cm}{CM}$$

ويفيدنا قياس هذه المرونة في معرفة نوعية غلة الحجم:

$E_C > 1$: أي غلة الحجم متناقصة.

$E_C = 1$: أي غلة الحجم ثابتة.

$E_C < 1$: أي غلة الحجم متزايدة.

– **الإيرادات:** هي القيم النقدية التي تتحصل عليها المؤسسة من جراء بيع منتجاتها (قيمة المبيعات) في السوق، ويتم التمييز بين 3 أنواع من الإيرادات:

– **الإيراد الكلي (RT):** هو ما تحصل عليه المؤسسة نظير بيع منتجاتها خلال فترة زمنية معينة:

$$RT = f(Q) = Px \cdot Qx$$

– **الإيراد المتوسط (RM):** يعبر عن نصيب الوحدة الواحدة المباعة من الإيراد الكلي:

$$RM = \frac{RT}{Qx} = \frac{Qx\,Px}{Qx} = Px$$

– **الإيراد الحدي (Rm):** هو تغير الإيراد الكلي نتيجة التغير في الكمية المباعة بوحدة واحدة.

$$Rm = \frac{\Delta RT}{\Delta Qx} = Px$$

نلاحظ أنه في سوق المنافسة التامة يكون السعر مساويا للإيراد المتوسط والإيراد الحدي.

$$Rm = RM = Px$$

– **تعظيم الإيرادات:** تعظم عند انعدام دالة الإيرادات الحدية، من خلال:

$$\text{Max RT} : \begin{cases} Rm = 0 \\ Rm' < 0 \end{cases}$$

مثال:

دالة إيرادات لمؤسسة ما هي: $RT = 260\ X - 3\ X^2$

- أوجد دالتي الإيرادات الحدية والمتوسطة.
- ما هو حجم الإنتاج المناسب لتعظيم الإيرادات.

الحل: لدينا:

$$\begin{cases} Rm = 0 \\ Rm' < 0 \end{cases}$$

[6]

$$Rm = \frac{\delta RT}{\delta Qx} = 260 - 6\,X = 0$$

$$X = 43.33$$

$$Rm' = -6 < 0$$

وبالتالي يكون حجم الإنتاج الأمثل هو: 43.33 وحدة لتعظيم الإيرادات الكلية بمقدار: و.ن $RT = 5633.33$

- **الأرباح:** وهو الفرق بين الإيرادات والتكاليف، ولدينا 3 أنواع من الأرباح:

- **الربح الكلي (π):** هو الفرق بين الإيرادات الكلية والتكاليف الكلية، ويكتب بالصيغة التالية:

$$\Pi = RT - CT = Px\,Qx - CT$$

- **الربح المتوسط (πM):** هو نصيب الوحدة الواحدة المباعة من الربح الكلي، ويكتب بالصيغة التالية:

$$\Pi M = \frac{\Pi}{Qx}$$

- **الربح الحدي (πm):** التغير في الربح الكلي نتيجة التغير في الكمية المباعة بوحدة واحدة، ويكتب بالصيغة التالية:

$$\Pi m = \frac{\Delta \Pi}{\Delta Qx} = Rm - Cm = Px - Cm$$

- **تعظيم الربح:** يهدف المنتج إلى تعظيم أرباحه الكلية، وبالتالي تصل الأرباح إلى مستواها الأقصى عند انعدام دالة الأرباح الحدية:

$$\text{Max } \pi: \begin{cases} \Pi m = 0 \\ \Pi m' < 0 \end{cases}$$

ثانيا: مرونة الإحلال بين عوامل الإنتاج:

هي مقياس اقتصادي يوضح مدى سهولة استبدال عنصر إنتاج بآخر مع المحافظة على نفس مستوى الإنتاج الكلي، وتتراوح قيمتها من 0 إلى ما لا نهاية، حيث تشير القيمة اللانهائية إلى إحلال تام بين العنصرين، والقيمة الصفرية إلى عدم إمكانية الإحلال بينهما (أي بين العمالة ورأس المال)، وصيغتها الرياضية كالتالي:

$$Es = \sigma = \frac{\delta \frac{K}{L}}{\delta\, TMST} \frac{TMST}{\frac{K}{L}}$$

ثالثا: دالة كوب دوغلاس (cobb – douglas): تعتبر من أشهر دوال الإنتاج وأكثرها استخداما في التحليل الاقتصادي الجزئي والكلي، وعبارتها العامة هي:

$$Q = f(L.K) = A\, L^{\alpha}\, K^{\beta}$$

حيث:

Q: الإنتاج الكلي.

A: ثابت وأكبر من الصفر يدل على كفاءة الإنتاج.

α: المرونة الجزئية لعنصر العمل.

β: المرونة الجزئية لعنصر رأس المال.

درجة تجانس هذه الدالة هي: $\alpha + \beta$

المعدل الحدي للإحلال التقني $TMST_{L.K}$: $TMST_{L.K} = \frac{\alpha}{\beta}\frac{K}{L}$

مرونة الإحلال لدالة كوب دوغلاس: $Es = \sigma = 1$

رابعا: درجات التكامل والإحلال بين عناصر الإنتاج:

يهتم المنتجون بمعرفة فيما إذا كانت عوامل الإنتاج التي تساهم في العملية الإنتاجية عوامل إحلالية، أي يحل بعضها محل الآخر، وذلك عن طريق الاستبدال فيزيد المنتج من استخدام عنصر من هذه العناصر على حساب العنصر الآخر، كذلك في معرفة فيما إذا كانت عوامل الإنتاج متكاملة أي يكمل بعضها الآخر، ولا يمكن الاستغناء عن بعضها والتعويض عن عامل آخر.

لاكتشاف فيما إذا كان هذين العاملين أو العنصرين متكاملين أو متبادلين نأخذ المشتقة الجزئية الثانية لدالة الإنتاج المعطاة كالتالي:

$$\frac{\delta^2 Q}{\delta K \delta L} > 0 \quad \text{العنصرين متكاملين}$$

$$\frac{\delta^2 Q}{\delta K \delta L} < 0 \quad \text{العنصرين متبادلين أو إحلاليين}$$

خامسا: توازن المؤسسة متعددة الإنتاج:

1: دالة الإنتاج بمؤسسة متعددة الإنتاج: إن الظروف الاقتصادية الدولية المعاصرة التي تتسم بحدة المنافسة والثورة في التكنولوجيا، قد فرضت على المنتجين بلورة استراتيجيات إنتاجية توسعية باتجاه سياسة التنوع في الخطوط الإنتاجية، بدل التركيز على منتوج سلعي أو خدمي واحد، وذلك من خلال تحديث الصناعة نفسها لتصبح تهتم بإنتاج سلع متعددة قد تكون مرتبطة ببعضها البعض، وتكون متشاركة في نفس عناصر الإنتاج المتاحة، وبالتالي فإن المشكلة تكمن في كيفية تحقيق الأمثلية في اختيار التوليفة المثلى من السلع المتنوعة المنتجة ضمن العناصر الإنتاجية المتاحة له، مثل L، K.

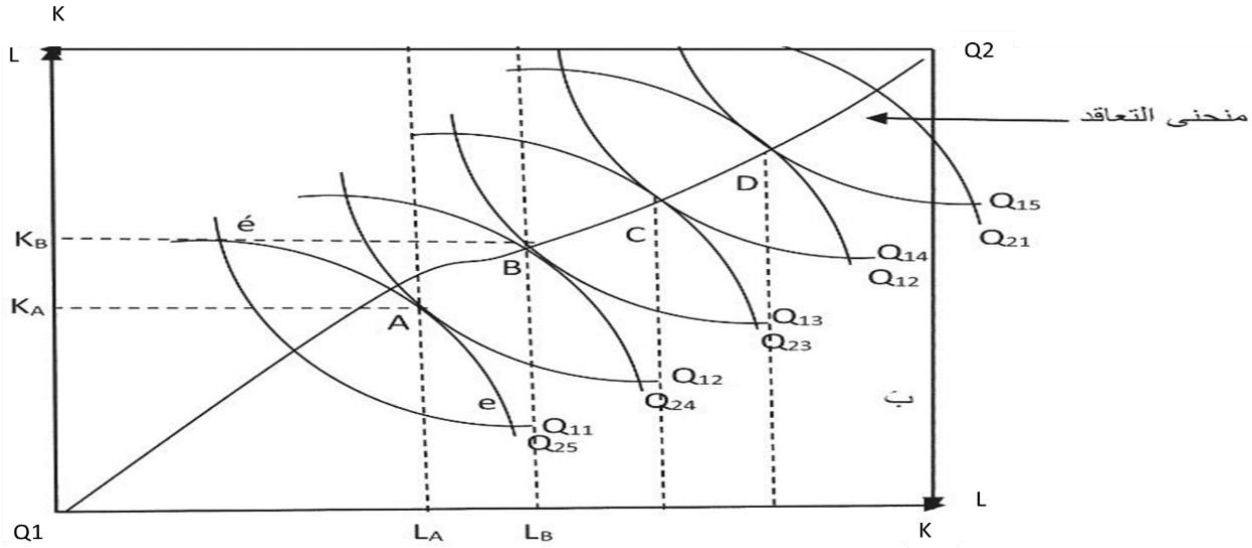
2: منحنى إمكانية (إمكانيات) الإنتاج: في بعض الأحيان تمتلك المؤسسة كميات معينة من عناصر الإنتاج، ويمكن لها إنتاج عدة منتوجات باستعمال الكميات المحدودة من هذه العناصر.

نعتبر أن المؤسسة تستعمل العناصر K وL لإنتاج منتوجين Q_1 وQ_2 حيث أن دالة الإنتاج تكون كالتالي:

$$Q_1 = f_1 (L.K)$$

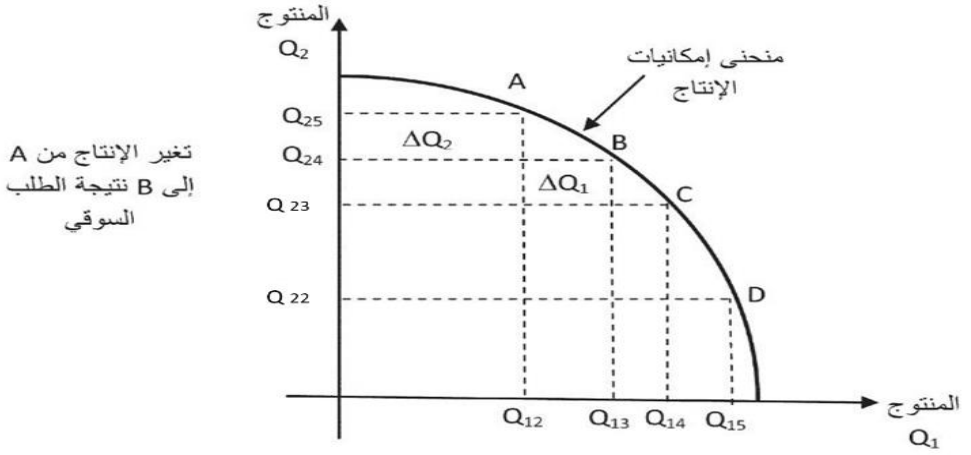
$$Q_2 = f_2 (L.K)$$

يمكن تمثيل كل دالة بيانيا، بحيث كل دالة تعبر عن مجموعة من منحنيات الناتج المتساوي في الفضاء الإنتاجي للمؤسسة، ولاشتقاق منحنى إمكانيات الإنتاج نستعين بما يسمى بمربع Edge Worth.



نلاحظ أنه من أجل الانتقال من النقطة A إلى النقطة B قمنا بالتقليص من L وK من جهة Q_2 وتعويضها من جهة Q_1.

يظهر مربع Edge Worth مختلف التوافيق من L وK لإنتاج Q_1 و Q_2 نقاط تماس بين منحنيات الناتج المتساوي لكل من الدالتين Q_1 و Q_2 والتي تمثل أفضل التوليفات من L وK لإنتاج المنتوجين، ولنأخذ على سبيل المثال النقطة A فهي أفضل من النقطة e من حيث الإنتاج، حيث أنه عند A يتحقق المستويين Q_{12} و Q_{25} أما عند النقطة e يتحقق المستويين Q_{11} و Q_{25} وهكذا بالنسبة لبقية النقاط الأخرى، وعند الربط بين نقاط المماس يتم الحصول على ما يسمى بمنحنى التعاقد، والذي يمثل مختلف الاستخدامات من L وK التي ينتج عنها قرار أمثل للإنتاج، ومن خلال التحليل السابق يمكن اشتقاق **منحنى إمكانيات الإنتاج** كالتالي:



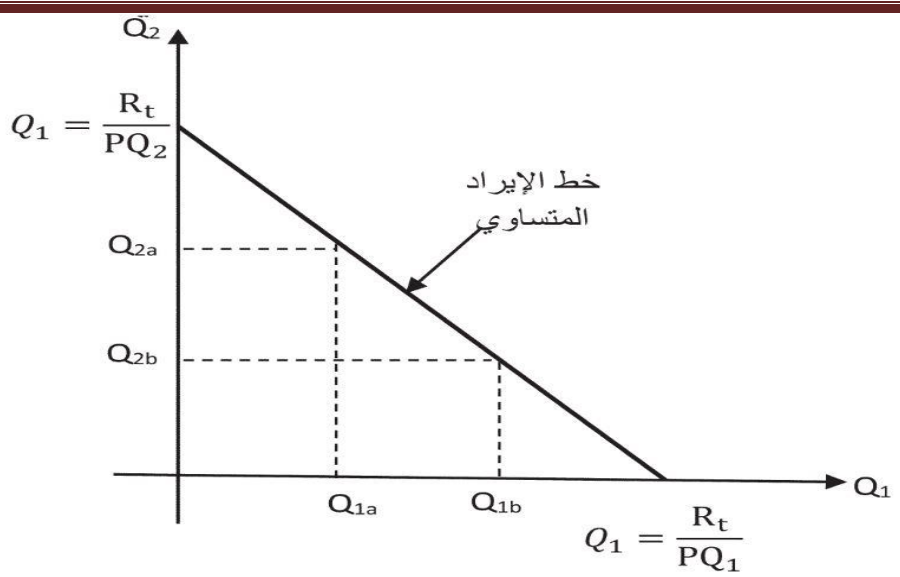
يتشكل منحنى إمكانيات الإنتاج من مختلف التوليفات الإنتاجية Q_1 و Q_2 والمتساوية من ناحية استخدامات L و K وهو يعكس قرارات إنتاجية مثلى في ظل طاقات إنتاجية حالية، ومن خصائص هذا المنحنى كونه مقعرا نحو نقطة الأصل وذو ميل سالب، وبالتالي يقاس ميل هذا المنحنى بما يعرف بالمعدل الحدي للإنتاج المحول (التحول الناتجي) وعبارته كالتالي:

$$TMPT = \frac{PmK\ Q_2}{PmK\ Q_1} = \frac{PmL\ Q_2}{PmL\ Q_1}$$

ويعرف على أنه عدد الوحدات التي يتنازل عن إنتاجها المنتج من السلعة Q_2 لقاء زيادة إنتاجه من السلعة Q_1 بوحدة إضافية واحدة ليبقى على نفس منحنى إمكانيات الإنتاج.

3: خط الإيراد المتساوي: يعرف على أنه الخط الذي يمر على جميع النقاط التي تعبر عن التوليفات المختلفة من السلعتين Q_1 و Q_2 التي تنتجها المؤسسة، التي تستنزف موارد المؤسسة المتاحة لديها والتي تجلب للمنتج نفس الإيراد، وتكون الإيرادات موزعة وفق العبارة التالية:

$$R = P_1\ Q_1 + P_2\ Q_2$$



4: وضع التوازن واختيار المزيج السلعي الأمثل:

يتحقق التوازن عندما يمس خط الإيراد المتساوي إحدى منحنيات إمكانيات الإنتاج في نقطة التوازن، والشكل التالي يوضح ذلك: