مقياس: تحليل السلاسل الزمنية 1

محتوى المادة:

المحور الأول: عموميات حول السلاسل الزمنية وتقدير مركباتها.

المحور الثاني: الاستقرارية والارتباط الذاتي والجزئي.

المحور الثالث: نماذج التمهيد الأسي للتنبؤ بالسلاسل الزمنية.

المحور الأول: عموميات حول السلاسل الزمنية وتقدير مركباتها.

1- تعريف السلسلة الزمنية: يمكن تعريف السلسلة الزمنية بأنها مجموعة من القيم (المشاهدات) المتتالية خلال فترة زمنية معينة، والفترة المقصودة هنا قد تكون سنة، شهر، يوم، ثانية ... إلخ ومن أمثلة السلاسل الزمنية: الدخل الوطني لبلد ما لعدد من السنوات المتتالية، درجات الحرارة في عدد من الساعات.

وتكون مشاهدات السلسلة الزمنية تابعة للزمن الذي يمثل خاصيتها أو تسميتها الرئيسية ويرمز لها بـ t للاختصار:

$t = \overline{1,T}$

وتحليل السلسلة الزمنية يتمثل أساسا في تحديد ودراسة عناصرها الأساسية التي تميزها:
الاتجاه العام (T)، التغيرات الدورية (C)، التغيرات الموسمية (S)، التغيرات العشوائية (I).

وهذه العناصر تكون السلسلة الزمنية وتسمى مكوناتها الرئيسية.

2- مكونات السلسلة الزمنية:

أ- الاتجاه العام (T) Secular trend:

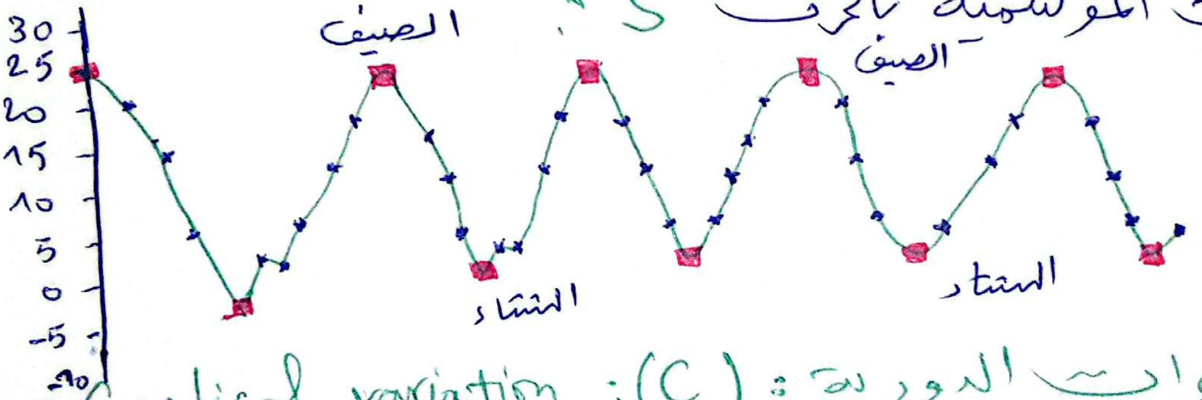
- يقصد بالاتجاه العام السلوك العام للمتغير في المدى الطويل وهذا الاتجاه قد يكون خطيا وبالتالي فإن الزيادة من فترة إلى

أخرى تكون ثابتة، كما يمكن له أن يأخذ شكلا أُسيا، ومن ثم فإن الزيادة تكون بنسبة مئوية ثابتة من فترة زمنية إلى أخرى.

وقد نجد في الواقع أشكالا مختلفة أخرى للاتجاه العام ونعالجها إما بواسطة التحويل اللوغاريتمي مما يظهر اتجاها خطيا أو بواسطة تقنيات الانحدار غير الخطي. نرمز للاتجاه العام بالحرف "T".

ب- التغيرات الموسمية (S) Seasonal variations:

- تعبر هذه المركبة عن التغيرات والتذبذبات الموسمية أو الفصلية الناتجة عن التغيرات في الفصول بسبب تأثير عوامل خارجية، وهي تحدث بطريقة منتظمة، وتكون مدتها أقل من سنة على سبيل المثال: الطقس، ونرمز للتغيرات الموسمية بالحرف "S".



ج- التغيرات الدورية (C): Cyclical variation:

تمثل هذه التغيرات أو الانحرافات على المدى الطويل حول ذلك المستقيم أو المنحنى الممثل للاتجاه العام للسلسلة الزمنية، وتختلف عن التغيرات الموسمية في أن فترة التكرار طويلة تفوق السنة على سبيل المثال: الدورات التجارية والتي تكون في شكل عدد من سنوات الكساد يليها عدد من سنوات الرخاء، ونرمز لها بالحرف "C".

Scanné avec CamScanner

د- التغيرات العشوائية Irregular variations :

- تكون نتيجة حالة طارئة غير متوقعة، وهي لا تحكمها قوانين أو قواعد وبالتالي لا يمكن توقع حدوثها مسبقا، وهي لا تستمر لفترة زمنية طويلة، وتكون عادة نتيجة إضطرابات الحرائق، الأحوال الجوية، الأوبئة إلخ

مثال: لنأخذ بيانات مبيعات شهرية للآيس كريم:

الإتجاه العام: زيادة المبيعات بشكل مستمر على مدى سنوات بسبب نمو السكان.

الموسمية: إرتفاع المبيعات خلال أشهر الصيف، وإنخفاضها في الشتاء.

التغير العشوائي: إنخفاض حاد في المبيعات خلال صيف ممطر بشكل غير معتاد.

3- أهمية تحليل السلاسل الزمنية:

- تستخدم تحليل السلاسل الزمنية في العديد من المجالات أهمها:

. في الإقتصاد: لتوقع إتجاهات المتغيرات الإقتصادية مثل: الناتج المحلي الإجمالي أو التضخم.

. في الأسواق المالية: التنبؤ بأسعار الأسهم أو معدلات الفائدة.

. في مجال الرعاية الصحية: لنمذجة إنتشار الأمراض مثل COVID-19.

. في الهندسة: لمعالجة الإشارات وإكتشاف الأعطال

4- العلاقة بين مركبات السلسلة الزمنية:

إن تحليل ~~الح~~ سلسلة زمنية y_t تعتمد أساسا على تحليلها إلى مكونات مختلفة، ومعرفة كيفية تفاعل هذه المكونات مع بعضها البعض، فإذا كانت السلسلة محل الدراسة تحتوي على 4 مركبات، فإنه يلزم تحديد العلاقة بين مركبات السلسلة الزمنية، والتي تأخذ أحد الأشكال التالية:

1) النموذج الجدائي: من الشكل: $y_t = T_t * S_t * I_t$

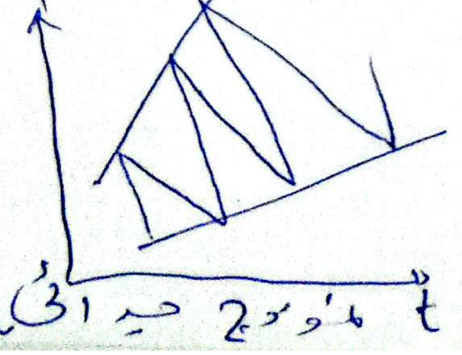
2) النموذج التجميعي: من الشكل: $y_t = T_t + S_t + I_t$

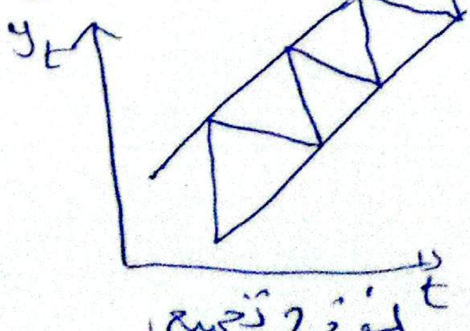
على أنه استبعاد أثر الدورات لأنه يحدث في السلاسل الزمنية الطويلة نسبيا.

لمعرفة أي حالة ترتبط بين مركبات السلسلة الزمنية يتم اعتماد أحد الأسلوبين:

أولا: الأسلوب البياني: ينطلق من فكرة رسم خط مستقيم يمر عبر النقاط العظمى للمنحنى البياني للسلسلة الزمنية وخط مستقيم يمر عبر النقاط الدنيا لنفس السلسلة الزمنية.

- فإذا كان الخطين على توازي فنحن أمام نموذج تجميعي.
- أما إذا كان الخطين منفرجين فنحن أمام نموذج جدائي.





ثانيا: الأسلوب التحليلي: طريقة Buys-ballot:

- يهدف هذا الأسلوب التحليلي إلى حساب متوسطات كل السنوات وانحرافاتها المعيارية، ثم التحقق من وجود علاقة ارتباط بين الانحراف المعياري والمتوسط بتطبيق طريقة OLS، يعني البحث عن نموذج من الشكل:

$$\sigma_t = \alpha + \beta \bar{y}_t + w_t .$$

حيث:

(σ_t) تمثل الانحراف المعياري للسلسلة.

$$\sigma_t = \sqrt{\frac{\sum (y_t - \bar{y})^2}{n}}$$

$(\bar{y}_t)$ المتوسط الحسابي.

$$\bar{y}_t = \frac{\sum y_t}{n}$$

صيغة الاختبار:

H_0: النموذج من نوع الجمع

H_1: النموذج من نوع الجداء.

- نقبل الفرضية الصفرية إذا كان $\hat{\beta}$ قريب من 0 ($\hat{\beta}$ عبارة عن مقدر OLS) إذن: النموذج تجميعي (ملاحظة: يمكن أن نستخدم إختبار ستيودنت للمعنوية أيضا).

- أما إذا كان $\hat{\beta} \neq 0$ فإننا نقبل H_1، أي أن النموذج جدائي.

مثال:

مثال:

السنوات \ الفصول	T_1	T_2	T_3	T_4	$\bar{y}_t$	σ_t
1994	105	140	79	89	103,25	23,15
1995	120	151	82	108	115,25	24,79
1996	133	171	100	130	133,5	25,20
1997	145	189	115	150	149,75	26,32

$$\bar{y}_1 = \frac{105+140+79+89}{4} = 103,25$$

$$\sigma_1 = \sqrt{\frac{(105-103,25)^2 + (140-103,25)^2 + (79-103,25)^2 + (89-103,25)^2}{4}}$$

$$\sigma_1 = 23,15$$

$$\hat{\beta} = \frac{\sum \bar{y}_t \sigma_t - n \bar{\bar{y}}_t \bar{\sigma}_t}{\sum \bar{y}_t^2 - n \bar{\bar{y}}^2} = 0,06$$

$$\hat{\alpha} = \bar{\sigma} - \hat{\beta}\,\bar{\bar{y}} = 17,33$$

نلاحظ أن الميل $(\hat{\beta})$ قريب من الصفر، مما يدل على أن النموذج هو نموذج تجميعي.

5- إختبارات الكشف عن الموسمية والإتجاه العام:

- يعتبر إختبار تحليل التباين هو الأفضل والأكثر إستعمالا وهو على النحو التالي:

ليكن y_{ij} هو المتغير الذي يقيس قيم الظاهرة المدروسة.

حيث: i يمثل السنوات $i = 1, 2, \ldots, N$

j: يمثل الفصول ويساوي $j = 1, 2, 3, 4$ أو يمثل الأشهر $j = 1, 2, \ldots, 12$

المتوسط السنوي:

$$\bar{y}_{i.} = \frac{1}{P}\sum_{j=1}^{P} y_{ij}$$

حيث: P عدد الفصول أو عدد الأشهر حسب الحالة.

المتوسط الفصلي أو الشهري:

$$\bar{y}_{.j} = \frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N} y_{ij}$$

المتوسط الحسابي العام:

$$\bar{y}_{..} = \frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N} y_{i.} = \frac{1}{P}\sum_{j=1}^{P} y_{.j}$$

$$\bar{y}_{..} = \frac{1}{NP}\sum_{i=1}^{N}\sum_{j=1}^{P} y_{ij}$$

ومن ثم يمكن إنشاء جدول تحليل التباين:

قيمة التباين	نوع التباين	درجات الحرية	مجموع المربعات
$V_P = S_P/(P-1)$	تباين فصلي	$P-1$	$S_P = N\sum_{j=1}^{P}(\bar{y}_{.j} - \bar{y}_{..})^2$
$V_A = S_A/(N-1)$	تباين سنوي	$N-1$	$S_A = P\sum_{i=1}^{N}(\bar{y}_{i.} - \bar{y}_{..})^2$
$V_R = S_R/(P-1)(N-1)$	تباين البواقي	$(P-1)(N-1)$	$S_R = \sum_{i=1}^{N}\sum_{j=1}^{P}(y_{ij} - \bar{y}_{i.} - \bar{y}_{.j} + \bar{y}_{..})^2$
$V_T = S_T/(NP-1)$	التباين الكلي	$(NP-1)$	$S_T = \sum_{i=1}^{N}\sum_{j=1}^{P}(y_{ij} - \bar{y}_{..})^2$

حيث أن : $S_T = S_A + S_P + S_R$

صيغة الإختبار :

H_0 : لا توجد مركبة فصلية (السلسلة عشوائية).

H_1 : توجد مركبة الفصلية.

والإحصائية المحسوبة لهذا الإختبار هي:

$$F_c = V_P / V_R \longrightarrow F\left[(P-1),(P-1)(N-1)\right]$$

إذا كانت $F_c > F_{tab}$ نرفض H_0 بمستوى معنوية α%
ونقر بوجود المركبة الفصلية ضمن السلسلة المدروسة.

يمكن إختبار وجود مركبة الإتجاه العام كذلك من خلال:

H_0 : لا توجد مركبة الإتجاه العام

H_1 : توجد مركبة الإتجاه العام

والإحصائية المحسوبة لهذا الإختبار هي:

$$F_c = V_A / V_R \longrightarrow F\left[(N-1),(P-1)(N-1)\right]$$

إذا كانت $F_c > F_{tab}$ نرفض H_0 ونقر بوجود مركبة الإتجاه العام

مثال :

مثال:

الجدول التالي يوضح الطلب على المشروبات الغازية لدى مؤسسة خاصة، حيث أن البيانات ربع سنوية و خلال الفترة: 2013:1 إلى 2016:4

السنوات	الثلاثية الأولى	الثلاثية الثانية	الثلاثية الثالثة	الثلاثية الرابعة
2013	235	290	611	215
2014	290	350	671	275
2015	320	411	732	336
2016	421	471	792	396

1. اختبر إمكانية وجود المركبة الفصلية ضمن السلسلة المدروسة بمستوى معنوية 5%، اشرح هذه النتائج؟
2. اختبر إمكانية وجود مركبة الاتجاه العام ضمن السلسلة المدروسة بمستوى معنوية 5%، اشرح هذه النتائج؟

الحل:

حتى يمكننا الكشف عن مركبات السلسلة نستعمل اختبار تحليل التباين و الذي يخضع لتوزيع فيشر، حيث:

- المتوسط السنوي هو: $Y_{i\bullet} = \frac{1}{p}\sum_{j=1}^{p} Y_{ij} = \frac{1}{4}\sum_{j=1}^{4} Y_{ij}$
- المتوسط الفصلي هو: $Y_{\bullet j} = \frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N} Y_{ij} = \frac{1}{4}\sum_{i=1}^{4} Y_{ij}$
- المتوسط الكلي: $Y_{\bullet\bullet} = \frac{1}{N \times p}\sum_{j=1}^{p}\sum_{i=1}^{N} Y_{ij} = \frac{1}{16}\sum_{j=1}^{4}\sum_{i=1}^{4} Y_{ij}$

و يكون الجدول الذي يلخص المتوسطات السنوية و الفصلية:

الفصول / السنوات	الثلاثية الأولى S_1	الثلاثية الثانية S_2	الثلاثية الثالثة S_3	الثلاثية الرابعة S_4	المتوسط السنوي $Y_{i\bullet}$
2013	235	290	611	215	**337.75**
2014	290	350	671	275	**396.50**
2015	320	411	732	336	**449.75**
2016	421	471	792	396	**520**
المتوسط الفصلي $Y_{\bullet j}$	**316.50**	**380.50**	**701.50**	**305.50**	$Y_{\bullet\bullet} = 426$

و بالتالي تكون كل أنوع التباينات للسلسلة المدروسة في الجدول التالي:

قيمة التباين	نوع التباين	درجات الحرية	مجموع المربعات
$V_P = 139308$	تباين الفصلي	3	$S_P = 417924$
$V_A = 24077.83$	تباين السنوي	3	$S_A = 72233.5$
$V_R = 85.17$	تباين البواقي	9	$S_R = 766.5$

1. اختبار إمكانية وجود المركبة الفصلية ضمن السلسلة المدروسة بمستوى معنوية 5%

إن اختبار إمكانية وجود المركبة الفصلية ضمن السلسلة المدروسة يعتمد على الفرضية المعدومة:

H_0 : عدم وجود المركبة الفصلية ضمن السلسلة المدروسة

و الإحصائية المحسوبة لهذا الاختبار هي:

$$F_c = {V_P}/{V_R} \to F[(P-1),(P-1)(N-1)]$$

و يكون:

$$F_c = 1635.71 > F_{tab}^{0,05}(3,9) = 3.86$$

و عليه ترفض الفرضية H_0 و بمستوي معنوية 5% و نقر بوجود المركبة الفصلية ضمن السلسلة المدروسة.

2. اختبار إمكانية وجود مركبة الاتجاه العام ضمن السلسلة المدروسة بمستوى معنوية 5%

إن اختبار إمكانية وجود مركبة الاتجاه العام ضمن السلسلة المدروسة يعتمد على الفرضية المعدومة:

H_0 : عدم وجود مركبة الاتجاه العام ضمن السلسلة المدروسة

و الإحصائية المحسوبة لهذا الاختبار هي:

$$F_c = {V_A}/{V_R} \to F[(N-1),(P-1)(N-1)]$$

و يكون:

$$F_c = 282.71 > F_{tab}^{0,05}(3,9) = 3.86$$

و عليه ترفض الفرضية H_0 و بمستوي معنوية 5% و نقر بوجود مركبة الاتجاه العام ضمن السلسلة المدروسة.

~~المحور الخامس~~ التعديل الموسمي: تقدير وإزالة الاتجاه والموسمية:

من الأساليب البسيطة لتحليل السلاسل الزمنية، وبالتالي تقدير الاتجاه العام تمهيد البيانات المشاهدة بتخليصها من التغيرات قصيرة الأجل التي تحدث بسبب التغيرات العشوائية غير المنتظمة والتغيرات الموسمية إن وجدت عن طريق ما يعرف بالمتوسطات المتحركة.

أولا: المتوسطات المتحركة البسيطة:

تهدف طريقة المتوسطات المتحركة البسيطة إلى تقدير قيمة مركبة الاتجاه العام $(\hat{E}_t)$ ضمن السلسلة المدروسة y_t حتى يتسنى لنا فيما بعد تفكيك السلسلة والتخلص من الأثر الفصلي أو الموسمي، وتعتمد هذه الطريقة على المتوسطات المتحركة، فإذا كان P يمثل عدد الفصول أو الأشهر في السنة يمكن أن نميز الحالتين التاليتين:

أ. حالة P عدد فردي: $P = 2m + 1$, $m \in N^*$

ويحدث هذا مثلا في حالة P يساوي 3 فصول في السنة أو 7 أيام بالنسبة للأسبوع،

$$\hat{E}_t = mm_t^P(y) = \frac{1}{P} \sum_{i=-m}^{i=m} y_{t+i}$$

ب. حالة P عدد زوجي: $P = 2m$, $m \in N^*$

ويحدث هذا مثلا في حالة P يساوي 12 شهر في البيانات الشهرية أو P يساوي 4 فصول في حالة البيانات الربع سنوية أو P يساوي 2 في حالة البيانات نصف سنوية.

$$\hat{E}_t = mm_t^p(y) = \frac{1}{p}\left(\sum_{i=-m+1}^{i=m-1} y_{t+i} + \frac{1}{2}y_{t+m} + \frac{1}{2}y_{t-m}\right)$$

مثال

الجدول التالي يوضح حجم مبيعات إحدى الشركات المتخصصة في الصناعات الغذائية، حيث أن البيانات ربع سنوية و خلال الفترة: من S_1: 2012 إلى S_4: 2015

الوحدة: بالألف طن

الفصول / السنوات	الثلاثية الأولى S_1	الثلاثية الثانية S_2	الثلاثية الثالثة S_3	الثلاثية الرابعة S_4
2012	324	347	362	357
2013	379	422	489	417
2014	409	520	560	478
2015	480	530	610	500

باستعمال طريقة المتوسطات المتحركة، اوجد السلسلة منزوعة المركبة الفصلية.

الحل:

إيجاد السلسلة منزوعة المركبة الفصلية باستعمال طريقة المتوسطات المتحركة البسيطة.

من اجل نزع المركبة الفصلية من السلسلة المدروسة x_t باستعمال طريقة المتوسطات المتحركة نتبع الخطوات التالية:

a) نقدر قيمة مركبة الاتجاه العام حسب العلاقة التالية: $L = 2m = 4 \Rightarrow m = 2$

$$\hat{E}_t = \frac{1}{4}\left[\frac{1}{2}Y_{t-2} + \sum_{i=-1}^{i=1} Y_{t+i} + \frac{1}{2}Y_{t+2}\right]$$

b) نحسب اثر الفصول: $S_t = Y_t / \hat{E}_t$ **حالة الجداء**

c) نحسب متوسطات اثر الفصول: $S_1^*, S_2^*, S_3^*, S_4^*$ و نتحقق من أن:

$$\bar{S}^* = \frac{1}{4}\sum_{j=1}^{4} S_j^* = 1$$ **حالة الجداء**

في حالة اذا كان $\bar{S}^* \neq 1$ نعد حساب المتوسطات الجديدة لآثر الفصول: $S_1^*, S_2^*, S_3^*, S_4^*$

بحيث أن: $S_j^* = S_j^* / \bar{S}^*$ ، ثم نتأكد من أن: $\bar{S}^* = \frac{1}{4}\sum_{j=1}^{4} S_j^* = 1$

d) أخيرا نحسب السلسلة منزوعة المركبة الفصلية: $Ysvs_{ij} = Y_{ij} / S_j^*$ **حالة الجداء**

الزمن	Y	E	S	Ysvs
2012 S1	324			352.17
2012 S2	347			336.89
2012 S3	362	354.38	1.02	332.11
2012 S4	357	370.68	0.96	379.79
2013 S1	379	395.88	0.96	411.96
2013 S2	422	419.25	1.01	409.71
2013 S3	489	430.50	1.14	448.62
2013 S4	417	446.50	0.93	443.62
2014 S1	409	467.63	0.87	444.57
2014 S2	520	484.13	1.07	504.85
2014 S3	560	500.63	1.12	513.76
2014 S4	478	510.75	0.94	508.51
2015 S1	480	518.25	0.93	521.74
2015 S2	530	527.25	1.01	514.56
2015 S3	610			559.63
2015 S4	500			531.91
moy	**449**			**450**
ecarty	**81.46**			**71.96**
cv	**0.18**			**0.16**

كيفية حساب $\hat{E}_t$:

$$\hat{E}_3 = \frac{1}{4}\left[\frac{1}{2}Y_{t-2} + \sum_{i=-1}^{i=1} Y_{t+i} + \frac{1}{2}Y_{t+2}\right]$$

$$= \frac{1}{4}\left[\frac{1}{2}324 + (347 + 362 + 357) + \frac{1}{2}379\right] = 354.38$$

كيفية حساب متوسط اثر الفصول S^* :

$$S_1^* = \frac{S_{1,2013} + S_{1,2014} + S_{1,2015}}{3} = 0.92$$

$$S_2^* = \frac{S_{2,2013} + S_{2,2014} + S_{2,2015}}{3} = 1.03$$

$$S_3^* = \frac{S_{3,2012} + S_{3,2013} + S_{3,2014}}{3} = 1.09$$

$$S_4^* = \frac{S_{4,2012} + S_{4,2013} + S_{4,2014}}{3} = 0.94$$

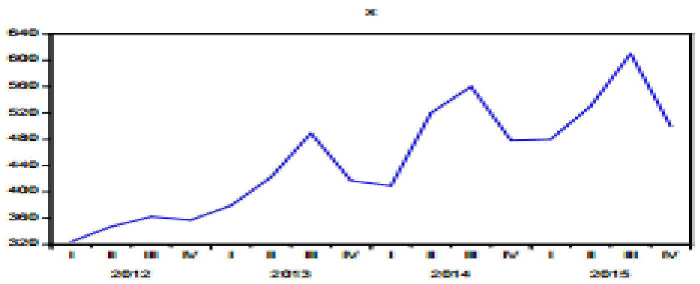
التحقق من أن المتوسط الحسابي لأثر الفصول تساوي 1:

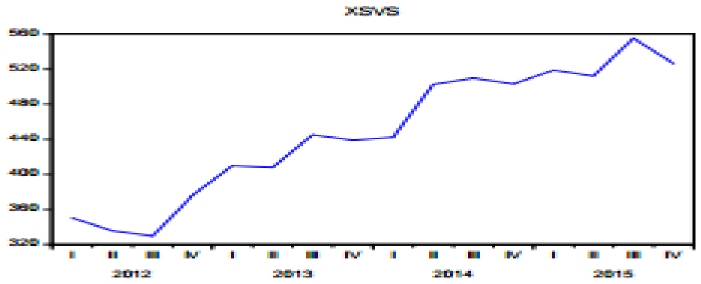
$$\bar{S}^* = \frac{1}{4}\sum_{j=1}^{4} S_j^* = \frac{0.92 + 1.03 + 1.09 + 0.94}{4} = 1$$

و الآن يمكننا حساب قيم السلسلة منزوعة المركبة الفصلية حسب القانون التالي: $Ysvs_{ij} = Y_{ij} / S_j^*$

فالقيمة الأولى تحسب حسب الطريقة التالية: $Ysvs_{2012,1} = Y_{2012,1} / S_1^* = 324 / 0.92 = 352.17$

و التمثيل البياني للسلسلة قبل و بعد نزع المركبة الفصلية يؤكد النتائج السابقة:





طرق عزل المركبة الموسمية(تابع)

1- طرق عزل المركبة الموسمية باستخدام طريقة الانحدار

تقوم هذه الطريقة على مفهوم الانحدار الخطي (Linear regression)، إذ تعبر عن المتغير المستقل وهو الزمن بـ (t)، والمتغير التابع وهو قيم مشاهدات الظاهرة المدروسة بـ (X_t). تهدف هذه الطريقة إلى تقدير معادلة الاتجاه العام التي هي من الشكل:

$$X_t = a + b.t$$

$$(t = 1, 2, \dots, N)$$

حيث أن:

X_t : المتغير التابع (الظاهرة المدروسة) في الزمن t؛

t : المتغير المستقل وهو الزمن؛

(a, b) : معاملات (معلمات) النموذج المقدر، حيث أن (a) يعبر عن الثابت، و (b) يعبر عن الميل؛

N : عدد المشاهدات؛

1- طرق عزل المركبة الموسمية باستخدام طريقة الانحدار الخطي

يتم الحصول على قيم المعاملين (a, b) باستخدام المعادلات التالية:

$$b = \frac{\sum T.x_t}{\sum T^2}$$

$$T = t - \bar{t} \qquad et \quad x_t = X_t - \bar{X}$$

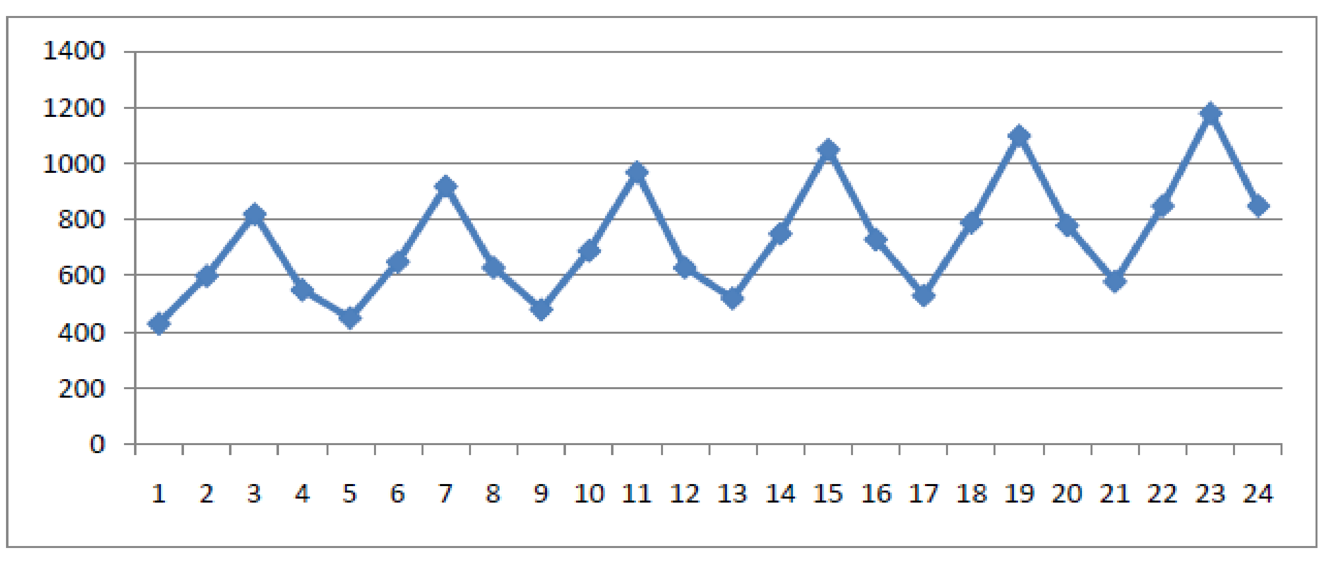
$$\bar{t} = \frac{\sum t}{N} \qquad et \quad \bar{X} = \frac{\sum X_t}{N}$$

$$a = \bar{X} - b.\bar{t}$$

مثال تطبيقي :يمثل الجدول التالي عدد الزوار في أحد المتاحف في كل ثلاثي خلال الفترة (2008-2013)

	2008	2009	2010	2011	2012	2013
Trimestre 1	430	450	480	520	530	580
Trimestre 2	600	650	690	750	790	850
Trimestre 3	820	920	970	1050	1100	1180
Trimestre 4	550	630	630	730	780	850

مثال تطبيقي :التمثيل البياني



– نلاحظ أن عدد الزوار في تزايد منتظم مع مرور الزمن. هذه الزيادة عبارة عن الاتجاه العام لتطور السلسلة؛

– نلاحظ كذلك المكونة الموسمية، إذ أنه من الواضح أن عدد الزوار يكون عند أعلى مستوياته خلال الثلاثي الثالث من كل سنة؛

$$\bar{t} = \frac{\sum t}{N} = \frac{300}{24} = 12.5 \quad ; \quad \bar{X} = \frac{\sum X_t}{N} = \frac{17530}{24} = 730.416$$

- حساب قيم الميل (b) والحد الثابت (a):

$$b = \frac{\sum T.x_t}{\sum T^2}$$

$$= \frac{17085}{1150} = 14.856$$

$$a = \bar{X} - b.\bar{t}$$

$$= 730.416 - (14.856 * 12.5) = 544.716$$

وعليه تكتب معادلة (OLS) كما يلي (وهي معادلة الاتجاه العام):

$$X_t = 544.716 + 14.856 * t$$

يتضح من المعادلة السابقة أن العلاقة بين عدد الزوار والزمن موجبة (+)، وهذا من خلال إشارة الميل ($b > 0$).

t	X_t	$T = t - \bar{t}$	$x_t = X_t - \bar{X}$	T^2	$T.x_t$
1	430	-11,5	-300,416	132,25	3454,784
2	600	-10,5	-130,416	110,25	1369,368
3	820	-9,5	89,584	90,25	-851,048
4	550	-8,5	-180,416	72,25	1533,536
5	450	-7,5	-280,416	56,25	2103,120
6	650	-6,5	-80,416	42,25	522,704
7	920	-5,5	189,584	30,25	-1042,712
8	630	-4,5	-100,416	20,25	451,872
9	480	-3,5	-250,416	12,25	876,456
10	690	-2,5	-40,416	6,25	101,040
11	970	-1,5	239,584	2,25	-359,376
12	630	-0,5	-100,416	0,25	50,208
13	520	0,5	-210,416	0,25	-105,208
14	750	1,5	19,584	2,25	29,376
15	1050	2,5	319,584	6,25	798,960
16	730	3,5	-0,416	12,25	-1,456
17	530	4,5	-200,416	20,25	-901,872
18	790	5,5	59,584	30,25	327,712
19	1100	6,5	369,584	42,25	2402,296
20	780	7,5	49,584	56,25	371,880
21	580	8,5	-150,416	72,25	-1278,536
22	850	9,5	119,584	90,25	1136,048
23	1180	10,5	449,584	110,25	4720,632
24	850	11,5	119,584	132,25	1375,216
$\sum = 300$	**17530**	**0**	**0**	**1150**	**17085**

حساب المؤشرات الموسمية ، بعد أن قمنا في المرحلة الأولى بحساب مكونة الاتجاه العام ☐ سنقوم الان بحساب تأثير الموسم (المؤشرات الموسمية) ☐ باتباع نفس الخطوات المتبعة سابقا في مثالنا عن المتوسط\ات المتحركة ،

- **الخطوة الأولى :** نقوم بحساب القيم المقدرة لمشاهدات السلسلة الزمنية الأصلية، نسمي هذه القيم المقدرة ب $(\acute{X})$. يتم حسابها بالتعويض بالقيمة الموافقة للزمن (t) في كل مرة في معادلة (OLS) التي قمنا بحسابها سابقا.

فمثلا تحسب القيمة المقدرة للسنة الأولى كما يلي:

$$\acute{X}_1 = 544.716 + 14.856(1) = 559.572$$

- **الخطوة الثانية:** نقوم بقسمة قيم مشاهدات السلسلة الزمنية الأصلية (X_t) في كل مرة على القيمة المقدرة $(\acute{X})$ المقابلة لها. فمثلا بالنسبة للسنة الأولى تحسب هذه النسبة $Ratio$ كما يلي:

$$Ratio = \frac{X_1}{\acute{X}_1}$$

$$= \frac{430}{559.572}$$

$$= 0.768$$

- ***ملاحظة: إذا كنا نطبق النموذج الجمعي في الحل فإننا بدل حساب النسبة $\left(\frac{X_t}{\acute{X}}\right)$ نقوم بحساب الفرق $(X_t - \acute{X}_t)$.***

➢ **الخطوة الثالثة:** نقوم بحساب المؤشرات الموسمية لكل ثلاثي (trimestre) وذلك بحساب المتوسطات الحسابية للنسب $\left(\frac{X_t}{\acute{X}}\right)$ وهذا بالنسبة لكل ثلاثي، بحيث تنتج لدينا أربعة مؤشرات موسمية $(S_1, S_2, S_3\ et\ S_4)$ بعدد الثلاثيات في السنة[1]. فمثلا بالنسبة لمؤشر الثلاثي الأول فإنه يحسب كما يلي:

$$S_1 = \frac{0.768+0.727+0.708+0.705+0.665+0.677}{6}$$

$$S_1 = \frac{4.25}{6}$$

$$S_1 = 0.708$$

$$S_1 = 0.708 \times 100 = 70.8\%$$

Année	t	X_t	$\acute{X}_t$	$X_t/\acute{X}_t$
2008: T1	1	430	559,572	0,768
T2	2	600	574,428	1,045
T3	3	820	589,284	1,392
T4	4	550	604,140	0,910
2009: T1	5	450	618,996	0,727
T2	6	650	633,852	1,025
T3	7	920	648,708	1,418
T4	8	630	663,564	0,949
2010: T1	9	480	678,420	0,708
T2	10	690	693,276	0,995
T3	11	970	708,132	1,370
T4	12	630	722,988	0,871
2011: T1	13	520	737,844	0,705
T2	14	750	752,700	0,996
T3	15	1050	767,556	1,368
T4	16	730	782,412	0,933
2012: T1	17	530	797,268	0,665
T2	18	790	812,124	0,973
T3	19	1100	826,980	1,330
T4	20	780	841,836	0,927
2013: T1	21	580	856,692	0,677
T2	22	850	871,548	0,975
T3	23	1180	886,404	1,331
T4	24	850	901,260	0,943

- ملاحظة: عند إستخدام النموذج الضربي، نعبر عن المؤشرات الموسمية في صورة نسب مئوية (%). أما عندما نستخدم النموذج الجمعي فإن المؤشرات الموسمية تكون من نفس طبيعة وحدات السلسلة الزمنية محل الدراسة. مثلا لو كانت مشاهدات السلسلة الزمنية محل الدراسة عبارة عن المبيعات الشهرية من الحديد الصلب بالأطنان، ووجدنا: $(S_2 = -25)$ فهذا يعني أن الثلاثي الثاني يخفض المبيعات من الحديد الصلب بـ 25 طن.

تظهر باقي النتائج كما يوضحه الجدول الموالي:

	S_i	$S_i\%$
S1	0,708	70.8
S2	1,002	100.2
S3	1,368	136.8
S4	0,922	92.2
Somme	4	
Moyenne	1	

- خلال الثلاثي الأول، انخفض عدد الزوار بنسبة 29.2%، أي:

($70.8\% - 100\% = -29.2\%$).

- خلال الثلاثي الثاني، بقي عدد الزوار ثابتا تقريبا، أي:

($100.2\% - 100\% = +0.2\%$).

- خلال الثلاثي الثالث، ارتفع عدد الزوار بنسبة 36.8%، أي:

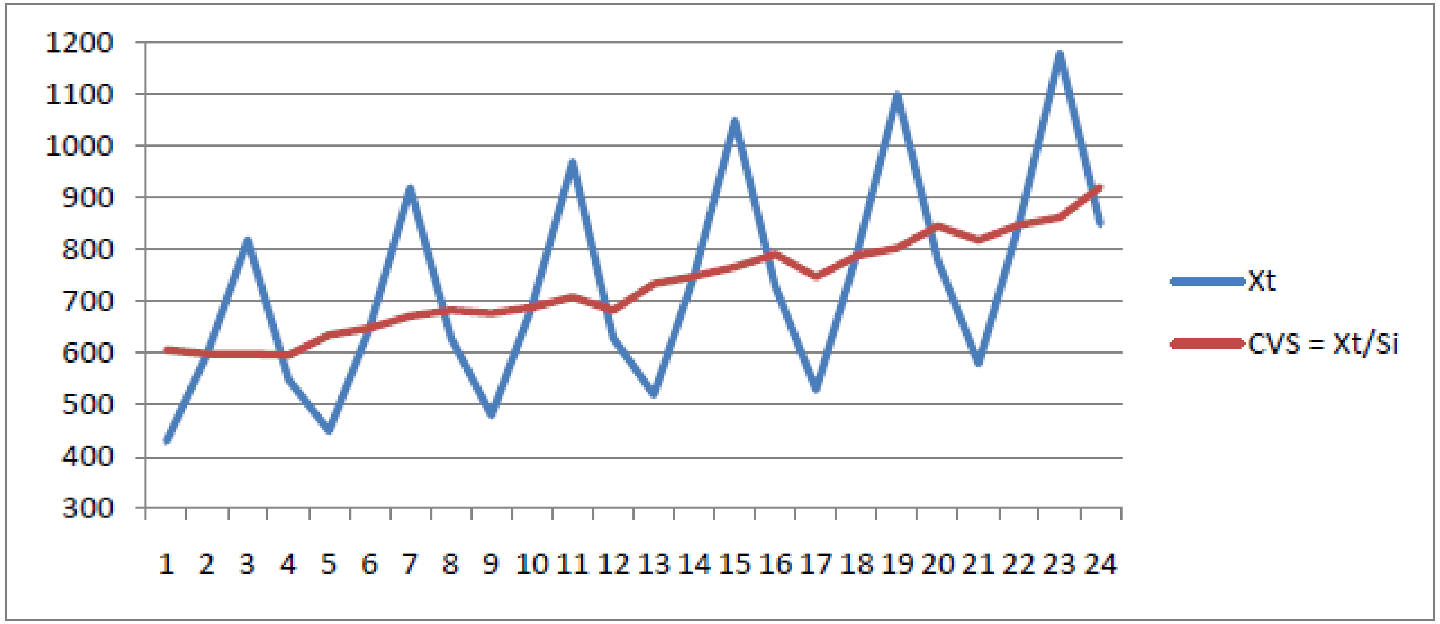
($136.8\% - 100\% = +36.8\%$).

- خلال الثلاثي الرابع، انخفض عدد الزوار بنسبة 7.6%، أي:

($92.2\% - 100\% = -7.6\%$).

- التمثيل البياني للسلسلة الزمنية الأصلية (**Xt**) والسلسلة (**CVS**):

من الواضح أن السلسلة الزمنية الجديدة (CVS) قد تخلصت تماما من أثر الموسم . وبالتالي يمكن إستعمالها في تقدير معادلة اتجاه عام جديدة خالية تماما من أثر الموسم، وهذا لنستخدمها لاحقا في عملية التنبؤ(المرحلة الأخيرة).



مرحلة التنبأ :
1- تقدير معادلة الاتجاه العام الجديدة

بعد إنشاء السلسلة الزمنية المصححة من التغيرات الموسمية (CVS) في المرحلة السابقة، سنقوم الآن بتقدير معادلة اتجاه عام جديدة خالية من أثر الموسم لأجل استخدامها في التنبؤ. نحصل على معادلة الاتجاه العام الجديدة بإجراء انحدار سلسلة (CVS) والتي نرمز لها بـ (Y_t) على الزمن (t)، باستخدام طريقة المربعات الصغرى (OLS). تأخذ معادلة الاتجاه العام الشكل الآتي:

$$Y_t = \alpha + \beta . t$$

$$(t = 1, 2, \dots, N)$$

حيث أن:

Y_t : المتغير التابع (سلسلة CVS) في الزمن t؛

t : المتغير المستقل وهو الزمن؛

(α, β) : معاملات (معلمات) النموذج المقدر، حيث أن (α) يعبر عن الثابت، و (β) يعبر عن الميل؛

N : عدد المشاهدات؛

مرحلة التنبأ .

1- تقدير معادلة الاتجاه العام الجديدة

➤ حساب قيم الميل (β) والحد الثابت (α):

$$\beta = \frac{\sum T.y_t}{\sum T^2}$$

$$= \frac{14841.210}{1150} = 12.905$$

$$\alpha = \bar{Y} - \beta.\bar{t}$$

$$= 728.360 - (12.905 * 12.5) = 567.047$$

وعليه تكتب معادلة (OLS) كما يلي (وهي معادلة الاتجاه العام الجديدة):

$$Y_t = 567.047 + 12.905 * t$$

القيام بعملية التنبؤ:

تتم عملية التنبؤ وفق النموذج الضربي بالتعويض في المعادلة التالية

$$\hat{X}_t = (\alpha + \beta * t) * S_i$$

$$\text{où}: i = 1, 2, \dots, p$$

$$p = 4 \text{ ou } 12$$

- ***ملاحظة:*** ***في حال كنا نستخدم النموذج الجمعي فإن المعادلة التي تستخدم في التنبؤ تكون من الشكل الآتي:***

$$\hat{X}_t = (\alpha + \beta * t) + S_i$$

للتنبؤ، نقوم بالتعويض في المعادلة (على حسب النموذج المستخدم : الضربي أو الجمعي) بقيم (t) و (S_i) الملائمة، هذا مع الإبقاء على قيم (α, β) ثابتة في كل مرة . فمثلا، لو أردنا التنبؤ بأعداد الزوار للمتحف الباريسي خلال الثلاثيات الأربع بالنسبة لسنة 2015، فإن ذلك يكون كما يلي:

نعلم أن:

➤ التنبؤ بعدد الزوار للمتحف الباريسي خلال الثلاثي الأول من العام **2015**:

$$\hat{X}_t = (\alpha + \beta * t) * S_i$$

نقوم بالتعويض في المعادلة أعلاه باستخدام: $(t = 29 \;;\; et\, S_1 = 0.708)$

$$\hat{X}_{T_1:2015} = (567.047 + 12.905 * 29) * 0.708$$

$\hat{X}_{T_1:2015} = 666.434$ ألف زائر