Symétrie et invariance

3.1 Définition

Une loi physique est dite invariante, lorsque cette dernière reste inchangée dans un changement de coordonnées et de variables.

Exemple:

En mécanique classique:

- Les coordonnées sont représentées par: $\overrightarrow{r}, t, \cdots$
- Les variables sont représentées par: $\overrightarrow{r}(t), \overrightarrow{p}(t), \cdots$

En mécanique quantique:

- Les coordonnées sont représentées par: $(\overrightarrow{r}, t), \cdots$
- Les variables sont représentées par: $\psi(\overrightarrow{r}, t), \psi(t), \cdots$

En mécanique analytique:

- Les coordonnées sont représentées par: $q(t), p(t) \cdots$
- Les variables sont représentées par: $\dot{q}(t) = \frac{\partial H}{\partial p_i}, \dot{p}(t) = -\frac{\partial H}{\partial q_i}, \cdots$

3.2 Types de transformations

Il existent deux types de transformations:

3.2.1 Transformations géométriques

Les transformations géométriques qui existent sont:

- Déplacement dans l'espace.
- Déplacement dans le temps.
- Rotation.
- Renversement du temps T.
- Inversion de l'origine P.

3.2.2 Transformations internes

Une particule peut être soumises aux transformations internes suivantes:

- Inter-changer des particules identiques.
- Inter-changer des particules et des anti-particules. Cette transformation est souvent appelée "conjugaison de charge", qu'on note C.

Remarque:

Les trois transformations C, P, T sont des transformations discrètes.

3.2.3 Transformations géométriques internes

Pour ce type de transformation, on peut cité la transformation de Galilée, donnée par

$$\begin{cases} \overrightarrow{r} \rightarrow \overrightarrow{r}' = \overrightarrow{r} + \overrightarrow{v}t \\ t \rightarrow t' = t \end{cases} \tag{3.1}$$

3.3 Exercices d'application

<u>Exercice</u> 5 :

On définit dans l'espace des positions $\{|\overrightarrow{r}\rangle\}$ la transformation géométrique <u>inversion de l'origine</u> par:

$$\Pi\,|\overrightarrow{r}\rangle = |-\overrightarrow{r}\rangle\,,$$

Π représente l'opérateur parité.

1. Calculer $\Pi\,|\overrightarrow{p}\rangle$

2. Calculer $\Pi\,|\psi(t)\rangle$

3. On définit le transformé $\overrightarrow{A'}$ d'un opérateur $\overrightarrow{A}$ par $\overrightarrow{A'} \equiv \Pi\,\overrightarrow{A}\,\Pi^{-1}$. Calculer les transformés des opérateurs position, impulsion et moment cinétique donnés respectivement par $\overrightarrow{R'} \equiv \Pi\,\overrightarrow{R}\,\Pi^{-1}$, $\overrightarrow{P'} \equiv \Pi\,\overrightarrow{P}\,\Pi^{-1}$ et $\overrightarrow{L'} \equiv \Pi\,\overrightarrow{L}\,\Pi^{-1}$