جامعة الجيلالي بونعامة خميس مليانة

كلية العلوم الاقتصادية والتجارية وعلوم التسيير

قسم العلوم الاقتصادية

المقياس: احصاء 3

المستوى: السنة الثالثة سنة العلوم الاقتصادية

"حل السلسلة 03 :"

التمرين الأول:

1- حساب احتمال أن تبقى العملية الجراحية 3 ساعات أو أقل:

$$\mu = 3 = \frac{1}{\alpha} \Rightarrow \alpha = \frac{1}{3} \Rightarrow F(X) = 1 - e^{\frac{-1}{3}x}$$

$$P(X \leq 3) = F(3) = 1 - e^{\frac{-3}{3}} = 1 - 0.368 = 0.632$$

2- حساب احتمال أن تبقى العملية الجراحية أكثر من هذه المدة:

$$P(X > 3) = 1 - P(X \leq 3) = 1 - 0.632 = 0.368$$

التمرين الثاني:

$$\mu = \frac{1}{\alpha} = 4 \Rightarrow \alpha = \frac{1}{4}$$

1- تقدير نسبة و عدد المكالمات التي تتعدى مدتها المعدل العام:

$$P(X > 4) = 1 - P(X \leq 4) = 1 - F(4) = 1 - \left[1 - e^{\frac{-4}{4}}\right] = e^{-1} = 0.3678$$

500 ×(0.3678)=184 مكالمة.

2- تقدير نسبة وعدد المكالمات التي تقل مدتها عن دقيقة:

$$P(X < 1) = F(1) = 1 - e^{\frac{-1}{4}(1)} = 1 - 0.779 = 0.221$$

500 ×(0.221)=111 مكالمة.

3- تقدير دخل المركز في اليوم المعين:

$$Q = \mu(15)500 = 4(15)500 = 30000\ DA$$

4- حساب نسبة و عدد المكالمات التي تستفيد من الميزة:

$$P(X > 1) = 1 - P(X \leq 1) = 1 - F(1) = 1 - 0.221 = 0.7788$$

500 ×(0.7788)=389 مكالمة مجانية.

التمرين الثالث:

$$\mu = 3 \Rightarrow \alpha = \frac{1}{3}$$

1- إيجاد احتمال أن يخدم هذه البطارية مدة سنتين على الأقل:

لدينا:

$$f(X) = \begin{cases} \frac{1}{3}e^{\frac{-1}{3}x} & X \geq 0 \\ 0 & Si\ non \end{cases}$$

2- إيجاد احتمال أن تخدم هذه البطارية مدة 5 سنوات على الأقل إذا علم أنها قد خدمت فعلا 3 سنوات على الأقل:

$$P\left(X \geq 5 / X \geq 3\right) = \frac{X \geq 5}{X \geq 3} = \frac{1-\left(1-e^{\frac{-5}{3}}\right)}{1-\left(1-e^{\frac{-3}{3}}\right)} = e^{\frac{-2}{3}} = 0.5134$$

و هذه خاصية من خصائص التوزيع الأسي و هي ما تسمى بخاصية الافتقار إلى الذاكرة Lack of Memory في هذا التوزيع، حيث أن العمر المستقبلي للبطارية (مثلا) مستقل عن عمرها الحالي.

التمرين الرابع:

1- إيجاد احتمال انتظار المريض لأكثر من ساعة :

$$P(X > 1) = 1 - P(X \leq 1) = 1 - F(1) = 1 - \left(1 - e^{-6(1)}\right) = e^{-6} = 0.0025$$

2- إيجاد احتمال أن ينتظر المريض بين 20 و 40 دقيقة:

20 دقيقة يعادل 2/6 ساعة، 40 دقيقة تعادل 4/6 ساعة:

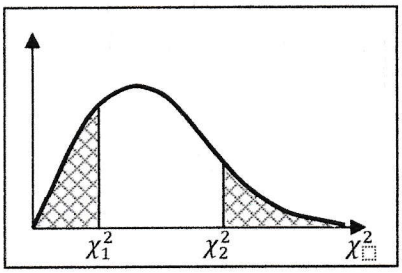
$$P\left(\frac{4}{6} \geq X \geq \frac{2}{6}\right) = P\left(X \leq \frac{4}{6}\right) - P\left(X \leq \frac{2}{6}\right) = F\left(\frac{4}{6}\right) - F\left(\frac{2}{6}\right)$$
$$= \left(1 - e^{-6\left(\frac{4}{6}\right)}\right) - \left(1 - e^{-6\left(\frac{2}{6}\right)}\right) = 0.117 = 0.12$$

3- كتابة دالة الكثافة الاحتمالية لـ (X):

$$f(X) = F(X)\grave{} \Longrightarrow f(X) = \begin{cases} (1 - e^{-6x})\grave{} = 6e^{-6x} & Si\ X > 0 \\ 0 & Si\ X \leq 0 \end{cases}$$

- التوقع الرياضي: $E(X) = \frac{1}{\alpha} = \frac{1}{6}$
- التباين: $Var(x) = \frac{1}{\alpha^2} = \frac{1}{36}$

التمرين الخامس:



1- مساحة المنطقة المظللة إلى اليمين =0.05:

إذا كانت المساحة إلى يمين $\chi_2^2 = 0.05$ فالمساحة على يسارها = 0.95 و تمثل χ_2^2 المئينة الـ 95 $(\chi_{0.95}^2)$، بالرجوع إلى الملحق E نجد قيمة $\chi_{0.95}^2$ التي تقابل $V = 5$ هي 11.1

بما ان المساحتين المضللتين متساويتان، فإن المساحة المضللة على يسار χ_1^2= 0.05

بالرجوع إلى الملحق E نجد قيمة $\chi_{0.05}^2$ التي تقابل $V = 5$ هي 1.15

2- المساحة المظللة الكلية =0.05:

المساحة إلى يمين $\chi_2^2 = 0.025$ ، و تكون بذلك على يسارها =0.975 أي أن χ_2^2 تمثل المئينة الـ 97.5 $(\chi_{0.975}^2 = 12.8)$ من الجدول، و χ_1^2 تمثل المئينة الـ 2.5 نجد $(\chi_{0.025}^2 = 0831)$ من الجدول أيضا.

3- المساحة المظللة إلى يسار 0.1: χ_1^2 تمثل المئينة العاشرة $(\chi_{0.1}^2 = 1.61)$.

4- المساحة المظللة إلى يمين0.01: المساحة إلى يسار χ_2^2 هي 0.99 $(\chi_{0.99}^2 = 15.1)$.

التمرين السادس:

إذا كانت مساحة الجانب الأيمن =0.05 يعني أن الجانب الأيسر مساحته =1-0.05 =0.95 أي نبحث عن $\chi_{0.95}^2$ من أجل:

$V = 15 \Longrightarrow \chi_{0.95}^2 = 25$
$V = 21 \Longrightarrow \chi_{0.95}^2 = 32.7$
$V = 56 \Longrightarrow \chi_{0.95}^2 = 67.5$

التمرين السابع :

إيجاد $\chi^2_{0.95}$ من أجل درجات الحرية:

- $V = 50$: من أجل V أكبر من 30 يمكن أن نستخدم حقيقة أن χ هو قريب جدا من التوزيع الطبيعي بمتوسط 0 و تباين 1 و عليه إذا كان Z_P هو المئينة الـ $(100)_P$ للتوزيع الطبيعي المعياري يمكن أن نكتب بدرجة كبيرة من التقريب:

$$\sqrt{2\chi_P^2} = Z_P + \sqrt{2V-1} \quad \text{أو} \quad \sqrt{2\chi_P^2} - \sqrt{2V-1} = Z_P$$

و منه:

$$\chi_P^2 = \frac{1}{2}\left(Z_P + \sqrt{2V-1}\right)^2$$

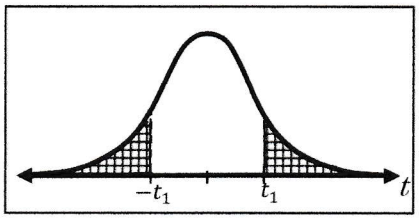
$$\chi^2_{0.95} = \frac{1}{2}\left(Z_{0.95} + \sqrt{2(50)-1}\right)^2 = \frac{1}{2}\left(1.64 + \sqrt{99}\right)^2 = 67.16$$

و هي قيمة قريبة من القيمة الجدولية (ملحق E) 67.5

- $V = 100$:

$$\chi^2_{0.95} = \frac{1}{2}\left(Z_{0.95} + \sqrt{2(100)-1}\right)^2 = 124$$

القيمة الفعلية من الملحق 124.3



التمرين الثامن:

إيجاد قيم t_1 عند درجة حرية 9:

1- المساحة المظللة إلى اليمين تساوي0.05:

المساحة إلى اليسار =0.95 و منه t_1 تمثل المئينة الـ 95، $t_{0.95} = 1.83$ ، من الملحق.

2- المساحة المظللة الكلية تساوي 0.05

بالتناظر المساحة إلى يمين $t_{0.95} = 0.025$ و على يساره =0.975 و نجد من الملحق:$t_{0.975} = 2.26$

3- المساحة الكلية غير المظللة تساوي 0.99: المظللة =0.01 أي $t_{0.995} = 3.25$

4- المساحة المظللة إلى اليسار تساوي 0.01: $t_{0.99} = 2.82$

5- المساحة إلى يسار t_1 تساوي 0.90 أي $t_{0.9} = 1.38$

التمرين التاسع:

مساحة الجانب الأيمن 0.05 أي الأيسر 0.95 و عليه نجد $t_{0.95}$ من أجل:

$V = 16 \Rightarrow t_{0.95} = 1.75$ ، $V = 27 \Rightarrow t_{0.95} = 1.70$ ، $V = 20 \Rightarrow t_{0.95} = 1.645$

التمرين العاشر:

من جدول فيشر نجد القيم:

$$V_1 = 10 \Rightarrow F_{0.95,10,15} = 2.54$$

$$V_1 = 15 \Rightarrow F_{0.99,15,9} = 4.96$$

$$V_1 = 8 \Rightarrow F_{0.05,8,30} = \frac{1}{F_{0.95,8,30}} = \frac{1}{3.08} = 0.325$$

$$V_1 = 15 \Rightarrow F_{0.01,15,9} = \frac{1}{F_{0.99,15,9}} = \frac{1}{3.89} = 0.257$$