جامعة الجيلالي بونعامة خميس مليانة
كلية العلوم الاقتصادية والتجارية وعلوم التسيير

المستوى: السنة الثانية شعبة علوم اقتصادية

القياس: إحصاء 3

السلسلة رقم (01):
أهم قوانين التوزيعات الاحتمالية للقفصة
(بينوميال - بواسون - فوق الهندسي).

التمرين الأول:
إذا كان احتمال فوز طالبة من كلية العلوم الاقتصادية في المسابقة هو 0,8، إشتركت (05) طالبات في هذه المسابقة
1- أوجد جدول التوزيع الاحتمالي لعدد الطالبات الفائزات.
2) ما احتمال عدم فوز أي طالبة منهن
3) " " فوز طالبتين منهن.
4) ما إحتمال فوز طالبة على الأقل.
5) ما إحتمال فوز طالبتين على الأكثر.
6) أحسب $E(x)$، $\sigma(x)$.

التمرين الثاني: إذا كان X متغير عشوائي حيث $X \sim Bin(4; 0,2)$ فأوجد:
$P(X=2)$; $P(X \geq 1)$.

التمرين الثالث: إذا كان للمتغير العشوائي X تتبع توزيع بينوميال حيث:
$n=5$ ، $\sigma^2 = \frac{15}{4}$
أوجد قيمة p، ثم أوجد $P(X>2)$.

التمرين الرابع:
إذا كان معدل إنقطاع الكهرباء عن مدينة معينة هو 3 مرات في كل 12 يوم، وكان المتغير العشوائي X يمثل عدد مرات انقطاع الكهرباء عن المدينة، أوجد:
1- إحتمال عدم إنقطاع الكهرباء خلال 6 أيام.
2- إحتمال إنقطاع الكهرباء مابين 4 و 6 مرات خلال 6 أيام.
3- إحتمال إنقطاع الكهرباء مابين 7 و 8 مرات خلال 6 أيام.

التمرين الخامس: إذا كان للمتغير العشوائي X تتبع توزيع بواسون حيث:
$P(X=2) = 2P(X=0)$
فأوجد:

11 $P(1 < X \leq 3)$

12 $P(X \leq 1)$

13 $P(X = 3)$

التمرين السادس :

إذا كان متوسط عدد الأخطاء المطبعية خلال صفحات إحدى الكتب هو 3 أخطاء، أوجد.

- احتمال عدم ظهور أي خطأ.
- احتمال ظهور خطأين.
- احتمال ظهور خطأين على الأكثر
- احتمال ظهور خطأين على الأقل

التمرين السابع :

وفقا لدراسة، احتلت شركة Coca و Pepsi المرتبة الأولى والثانية على التوالي من حيث المبيعات.
نفترض أنه من بين 10 أشخاص، 6 يفضلون كوكا كولا و 4 بيبسي.
تم اختيار عينة من هؤلاء مكونة من 3 أشخاص.

1 - ما هو احتمال أن يفضل شخصان كوكا كولا.
2 - ما هو احتمال أن الغالبية تفضل Pepsi.

التمرين الثامن :

تنتج شركة كمبيوتر أجهزتها في مصنعين أحدهما في تكساس والآخر في هاواي.
يوظف مصنع تكساس 40 شخصا، ويوظف مصنع هاواي 20 شخصا.
نطلب من عينة عشوائية من 10 موظفين ملأ إستبيان.

1 - ما هي إحتمالية عدم وجود أي من الموظفين المختارين من مصنع هاواي
2 - ما هو احتمال أن يكون موظف واحد فقط مختار يعمل بمصنع هاواي
3 - ما هو احتمال الحصول على الأقل على موظفين من مصنع هاواي.
4 - ما هو احتمال أن يكون 4 موظفين مختارين لا يعملون بمصنع تكساس

حل السلسلة رقم (01):

التمرين الأول:

نفرض أن إحتمال فوز الطالبة p حيث: $p=0,8$، وإحتمال فشل الطالبة q حيث $q=0,2$، و X متغ يرمز لعدد الطالبات الفائزات.

$$f(x)=P(X=x)=C_n^x\, p^x\, q^{n-x} \quad ; x=0,1,2,3,4,5$$

$$P(X=0)=C_5^0(0,8)^0(0,2)^{5-0}=0,00032$$

$$P(X=1)=C_5^1(0,8)^1(0,2)^{5-1}=0,0064$$

$$\vdots$$

$$P(X=5)=C_5^5(0,8)^5(0,2)^{5-5}=0,32768$$

① - جدول التوزيع الإحتمالي لـ X:

$X=x$	0	1	2	3	4	5
$P(X=x)$	0,00032	0,0064	0,0512	0,2048	0,4096	0,32768

② - إحتمال عدم فوز أي طالبة منهن:

$$P(X=0)=0,00032$$

③ - إحتمال فوز طالبتين منهن:

$$P(X=2)=0,0512$$

④ - إحتمال فوز طالبة على الأقل:

$$P(X\geq 1)=P(X=1)+P(X=2)+P(X=3)+P(X=4)+P(X=5)$$
$$=0,0064+0,0512+0,2048+0,4096+0,32768$$
$$=0,99968.$$

⑤ - احتمال فوز طالبين على الأكثر:

$$P(X \leq 2) = P(X=0) + P(X=1) + P(X=2)$$
$$= 0,00032 + 0,0064 + 0,0512$$
$$= 0,057792.$$

⑥ حساب $E(X)$، $\sigma(X)$:

$$E(X) = np = 5(0,8) = 4$$
$$\sigma(X) = \sqrt{npq} = \sqrt{5(0,8)(0,2)} = 0,894.$$

حل التمرين الثاني

$n = 4$, $p = 0,2$, $q = 98$

حساب $P(X \geq 1)$:

$$P(X \geq 1) = 1 - P(X < 1) = 1 - P(X=0)$$
$$= 1 - \left[C_4^0 (0,2)^0 (0,8)^{4-0}\right]$$
$$= 0,5904$$

حساب $P(X=2)$

$$P(X=2) = C_4^2 (0,2)^2 (0,8)^{4-2} = 0,1536$$

حل التمرين الثالث

$\mu = 5$, $\sigma^2 = \frac{15}{4}$

① إيجاد قيمة n, p:

$$E(X) = \mu = np = 5 \quad \text{--- ①}$$
$$\sigma^2 = npq = \frac{15}{4} \quad \text{--- ②}$$

من ① و ② نجد:

$$q = \frac{15}{20} = \frac{3}{4} \Rightarrow p + q = 1$$
$$\Rightarrow p = 1 - q = 1 - \frac{3}{4} = \frac{1}{4}$$

$$np = 5 \Rightarrow n = \frac{5}{p} = 20$$

② إيجاد $P(X>2)$:

$$P(X>2) = 1 - P(X<2) = 1 - [P(X=0) + P(X=1)]$$

$$= 1 - \left[C_{20}^{0}\left(\frac{1}{4}\right)^{0}\left(\frac{3}{4}\right)^{20-0} + C_{20}^{1}\left(\frac{1}{4}\right)^{1}\left(\frac{3}{4}\right)^{20-1}\right]$$

$$= 0,9756$$

حل التمرين الرابع :

① - احتمال عدم إنقطاع الكهرباء خلال 6 أيام :

$$\lambda = \frac{3 \times 6}{12} = 1,5 \Leftarrow \begin{cases} \lambda = 3 & \leftarrow \text{في } 12 \text{ يوم} \\ \lambda = ? & \leftarrow \text{في 6 أيام} \end{cases}$$

$$P(X=0) = \frac{e^{-1,5}(1,5)^{0}}{0!} = 0,223$$

② - احتمال إنقطاع الكهرباء مابين 4 و 6 مرات خلال 6 أيام :

$$P(4<X<6) = P(X=5) = \frac{e^{-1,5}(1,5)^{5}}{5!} = 0,0141$$

③ - احتمال إنقطاع الكهرباء مابين 7 و 8 مرات خلال 6 أيام :

$$P(7<X<8) = 0$$

حل التمرين الخامس

نسمي λ : معدل الأخطاء في الصفحة

$$P(X=x)=\frac{e^{-\lambda}\lambda^{x}}{x!},\ x=0,1,2,\dots$$

$P(X=2)=2P(X=0) \Rightarrow$

$$\frac{e^{-\lambda}\lambda^{2}}{2!}=2\,\frac{e^{-\lambda}\lambda^{0}}{0!}$$

$$\Rightarrow \frac{\lambda^2}{2}=2 \Rightarrow \lambda^2=4 \Rightarrow \lambda=2$$

① حساب: $P(1<X\leq 3)$

$$P(1<X\leq 3)=P(X=2)+P(X=3)$$

$$=\frac{e^{-2}(2)^2}{2!}+\frac{e^{-2}(2)^3}{3!}=0,4511$$

② حساب $P(X\leq 1)$

$$P(X\leq 1)=P(X=0)+P(X=1)$$

$$=\frac{e^{-2}(2)^0}{0!}+\frac{e^{-2}(2)^1}{1!}=0,406$$

③ حساب $P(X=3)$

$$P(X=3)=\frac{e^{-2}(2)^3}{3!}=0,18044$$

حل التمرين السادس

$\lambda=3$

① احتمال عدم ظهور أي خطأ:

$$P(X=0)=\frac{e^{-3}(3)^0}{0!}=0,0498$$

② احتمال ظهور خطأين:

$$P(X=2)=\frac{e^{-3}(3)^2}{2!}=0,224$$

③ احتمال ظهور خطأين على الأكثر:

$$P(X\leq 2)=P(X=0)+P(X=1)+P(X=2)$$

$$=\frac{e^{-3}(3)^0}{0!}+\frac{e^{-3}(3)^1}{1!}+\frac{e^{-3}(3)^2}{2!}$$

$$=0,423$$

④ احتمال ظهور خطأين على الأقل:

$$P(X\geq 2)=1-P(X<2)$$

$$=1-\left[P(X=0)+P(X=1)\right]$$

$$=1-\left[0,0498+0,149\right]$$

$$=0,801$$

حل التمرين السابع

$N=10,\ n=3$

① احتمال أن يفضل شخصان كوكا كولا:

$$P(X=2)=\frac{C_6^2\cdot C_{10-6}^{3-2}}{C_{10}^3}=0,2$$

② احتمال أن الطالبة تفضل Pepsi:

$$P(X\geq 2)=P(X=2)+P(X=3$$

$$=\frac{C_4^2\,C_{10-4}^{3-2}}{C_{10}^3}+\frac{C_4^3\cdot C_{10-4}^{3-3}}{C_{10}^3}$$

$$=0,3+0,033=0,333$$

حل التمرين (التاسع)

$N=60, n=10$

1) احتمال عدم وجود أي من الموظفين المختارين من مصنع هاواي:

$$P(X=0)=\frac{C_{20}^{0}\cdot C_{60-20}^{10-0}}{C_{60}^{10}}=0,011$$

2) احتمال أن يكون موظف واحد فقط مختار يعمل لمصنع هاواي:

$$P(X=1)=\frac{C_{20}^{1}\ C_{60-20}^{10-1}}{C_{60}^{10}}=0,072$$

3) احتمال الحصول على الأقل على موظفين من مصنع هاواي:

$$P(X\geq 2)=1-P(X<2)$$

$$=1-\left[P(X=0)+P(X=1)\right]$$

$$=0,917$$

4) احتمال أن يكون 9 موظفين مختارين لا يعملون لمصنع تكساس:

$$P(X=9)=\frac{C_{40}^{9}\ C_{60-40}^{10-9}}{C_{60}^{10}}=0,072$$