**مقياس : الاحصاء التطبيقي للعلوم الاجتماعية**

**المستوى : السنة الثانية ماستر**

**تخصص : علم اجتماع التنظيم والعمل**

**المحاضرة السادسة**

**عنوان المحاضرة : الانحدار الخطي البسيط**

**أهداف المحاضرة**

التعرف على معاملات الانحدار الخطي وانواعها

معرفة طرق حساب الانحراف الخطي البسيط وشروط تطبيقه

التعرف على معامل التحديد ودوره في اثبات علاقة التأثير بين المتغيرات

**تمهيد**

يعد الانحدار من المواضيع الاساسية وجزءاً مهماً من النظرية الاحصائية، ويتميز الانحدار باستخداماته الواسعة في مختلف العلوم الطبيعية والادارية والاقتصادية، فعلى سبيل المثال لا الحصر، في المجال الاقتصادي، يُعد الانحدار الاداة العلمية التحليلية في الاقتصاد الكلي التحليلي، والقياس الاقتصادي، إذ يمكن استخدامه للتعبير عن العلاقات التي تربط المتغيرات الاقتصادية فيما بينها، بصيغة نماذج رياضية يطلق عليها بـ نماذج الانحدار، ومن ثم تقدير معلمات هذه النماذج، واعتمادها لاغراض عملية التنبؤ بأحد المتغيرات باعتباره متغيراً تابعاً عند مستويات محددة لمتغيرات اخرى يطلق عليها بالمتغيرات المستقلة.

**اولا : الانحدار الخطي البسيط**

يعرف الانحدار بشكل عام على انه أسلوب رياضي لتقدير العلاقة بين المتغيرات ، بدلالة وحدات قياس المتغيرات التابعة في العلاقة ، والتي تسمى غالبا بنماذج الانحدار ، حيث ينقسم الانحدار من حيث التحليل الى :

انحدار خطي

انحدار غير خطي .

**الانحدار الخطي** : تقدير العلاقة الرياضية بين متغيرين او اكثر ويكون الانحدار الخطي على نوعين اساسين هما :

انحدار خطي بسيط : تقدير العلاقة بين متغيرين ( تابع ومستقل فقط)

انحدار خطي متعدد : تقدير العلاقة بين متغير تابع وعدة متغيرات مستقلة.

**ثانيا : شروط حساب نموذج الانحدار الخطي البسيط**

طبيعة المتغيرات يجب ان تكون كمية

المتغيرات تتبع التوزيع الطبيعي

المتغيرات تم سحبها عن طريق عينة عشوائية

العلاقة بين المتغيرات يجب ان تكون خطية

**ثالثا : معادلة تقدير الانحدار الخطي البسيط**

تقدير معادلة انحراف المتغير $y$ ( تابع) على المتغير x( مستقل ) تكون على الشكل التالي في المجتمع الاحصائي :

$$\widehat{yi} = \alpha + \beta xi$$

نقوم بحساب الانحدار بين المتغيرات في الغالب بناءا على العينة وليس في المجتمع الاحصائي ككل ، لذا نقوم بتعويض قيم معادلة الانحدار الخطي في مجتمع احصائي بقيم الانحدار الخطي في العينة ، لتصبح معادلة الانحدار الخطي البسيط بين متغيرين على النحو التالي :

$$\mathbf{\hat{Y}i = a + bxi + ei}$$

حيث تمثل :

Ŷi: المتغير التابع

a: ثابت الانحدار ، حيث يمكن حساب قيمة a عن طريق المعادلة التالية:

$$a = \bar{y} - b\bar{x}$$

b: معامل الانحدار ، حيث يمكن حسابه وفق المعادلة التالية:

$$b = \frac{n\sum xy - \sum x.\sum y}{nx^2 - (\sum x)^2}$$

xi: المتغير المستقل

ei: الأخطاء العشوائية ( البواقي ) في معادلة تقدير الانحدار

مثال :

نريد تقدير معادلة الانحدار بين كل من متغير كمية السلع المباعة y والسعر x ، حيث يمثل الجدول التالي توزيع كل منهما :

| | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| السعر | 07 | 10 | 04 | 03 | 02 | 08 |
| السلع | 10 | 15 | 05 | 04 | 03 | 13 |

**1- تقدير معادلة الانحدار**

$$\hat{Y}i = a + bxi + ei$$

**أولا : نقوم بحساب معامل الانحدار b**

$$b = \frac{n\sum xy - \sum x.\sum y}{n\sum x^2 - (\sum x)^2}$$

من خلال تشكيل الجدول التالي :

| x | y | x.y | $X^2$ |
|---|---|---|---|
| 07 | 10 | 170 | 49 |
| 10 | 15 | 150 | 100 |
| 04 | 05 | 20 | 16 |
| 03 | 04 | 12 | 09 |
| 02 | 03 | 06 | 04 |
| 08 | 13 | 117 | 31 |
| Sum=35 | Sum=50 | Sum=375 | Sum= 259 |

نقوم بتعويض المجاميع في القانون السابق :

$$b = \frac{n\sum xy - \sum x.\sum y}{nx^2 - (\sum x)^2}$$

$$b = \frac{6.(375) - (35).(50)}{6.(259) - (35)^2}$$

= 1.52

**ثانيا : حساب ثابت الانحدار a**

$$a = \bar{y} - b\bar{x}$$

حساب المتوسطات لقيم $y$ وقيم x

$$\bar{y} = \frac{50}{6} = 8.33$$

$$\bar{x} = \frac{35}{6} = 5.83$$

نقوم بتعويض القيم في القانون السابق حيث:

$$a = \bar{y} - b\bar{x}$$

$$a = 8.33 - 1.52.5.83$$

$$a = -0.53$$

ومنه فإن معادلة الانحدار تكون بالشكل التالي :

$$\hat{Y}i = -0.53 + 1.52xi + ei$$

**التفسير:**

| | |
|---|---|
| معامل الانحدار b موجب | علاقة طردية ، زيادة قيم المتغير المستقل يقابلها زيادة قيم المتغير التابع |
| معامل الانحدار b سالب | علاقة عكسية ، زيادة قيم المتغير المستقل يقابها نقصان قيم المتغير التابع |
| معامل الانحدار b = 0 | لا توجد علاقة بين المتغيرين |

**رابعا : حساب معامل التحديد $R^2$**

يستخدم معامل التحديد بشكل عام لتقرير ما تفسره المتغيرات المستقلة التي تطرأ على قيم المتغير التابع ، ويطلق أحيانا على معامل التحديد معامل التفسير.

وبناءا على ذلك يعرف معامل التحديد على انه مؤشر احصائي يوضح مقدار ما يفسره المتغير المستقل من تغير في المتغير التابع ، كما ان قيمة معامل التحديد تتراوح بين ( 1+ ، 1- ) ، حيث يمكن حساب قيمة معامل الارتباط وفق القانون التالي :

$$R^2 = \frac{\sum(\hat{y}i - \bar{y})^2}{\sum(yi - \bar{y})^2}$$

**مثال :**

لدينا معادلة الانحدار للتوزيع التالي بين متغيرين هي $\hat{Y}= 2.95+0.8xi$

| | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| X | 11 | 17 | 09 | 15 | 18 | 10 | 14 | 14 |
| Y | 08 | 19 | 11 | 14 | 16 | 13 | 17 | 12 |

**المطلوب**

حساب معامل التحديد $R^2$ وتفسير النتيجة

لحساب معامل التحديد نقوم بحساب القيم المقدرة $\hat{Y}$ لقيم x على النحو التالي :

في معادلة تقدير الانحدار نعوض قيم xi بقيم x الاصلية من الجدول

$\hat{Y}1= 2.95+0.8*11 = 11.75$

$\hat{Y}1= 2.95+0.8*17 = 16.55$

$\hat{Y}1= 2.95+0.8*09 = 10.15$

$\hat{Y}1= 2.95+0.8*15 = 14.95$

$\hat{Y}1= 2.95+0.8*18 = 17.35$

$\hat{Y}1= 2.95+0.8*10 = 10.96$

$\hat{Y}1= 2.95+0.8*14 = 14.15$

$\hat{Y}1= 2.95+0.8*14 = 14.15$

بعد ذلك نقوم بحساب المتوسط الحسابي لقيم $y$

$$\bar{y} = \frac{110}{8} = 13.75$$

بعد حساب المتوسط الحسابي نقوم بتشكيل الجدول التالي :

| Y | $\hat{Y}i$ | $\hat{Y}i-\overline{Y}$ | $(\hat{Y}i-\overline{Y})^2$ | $Y-\overline{Y}$ | $(Y-\overline{Y})^2$ |
|---|---|---|---|---|---|
| 08 | 11.75 | -2 | 4 | -5.75 | 33.06 |
| 19 | 16.55 | 2.8 | 7.84 | 5.25 | 27.56 |
| 11 | 10.15 | -3.6 | 12.96 | -2.75 | 7.56 |
| 14 | 14.95 | 1.2 | 1.44 | 0.25 | 0.06 |
| 16 | 17.35 | 3.6 | 12.96 | 2.25 | 5.06 |
| 13 | 10.95 | -2.8 | 7.84 | -0.75 | 0.56 |
| 17 | 14.15 | 0.4 | 0.16 | 3.25 | 10.56 |
| 12 | 14.15 | 0.4 | 0.16 | -1.75 | 3.06 |
| | | | Sum=47.36 | | Sum= 87.48 |

نقوم بالتعويض في قانون معامل التحديد

$$R^2 = \frac{\sum(\hat{y}i - \bar{y})^2}{\sum(yi - \bar{y})^2}$$

$$R^2 = \frac{47.36}{87.48}$$

$$R^2 = 0.54$$

**التفسير**

بناءا على قيمة معامل التحديد التي تساوي 0.54 ( 0.54*100= 54 %) ، يمكن القول ان المتغير المستقل يؤثر في المتغير التابع بنسبة 54% ، في حين 46% المتبقية ترجع الى أخطاء عشوائية او الى متغيرات لم تدرج في الدراسة.