مقياس : الإحصاء التطبيقي في العلوم الاجتماعية

المستوى : السنة الثانية ماستر

التخصص : علم اجتماع التنظيم والعمل

المحاضرة الثامنة

عنوان المحاضرة : العلاقة بين معامل الانحدار ومعامل الارتباط r

أهداف المحاضرة :

- التعرف على العلاقة الموجودة بين معامل الانحدار لنموذج الانحدار ومعاملات الارتباط
- معرفة طرق تحديد معامل الانحدار بناءا على قيم معامل الارتباط
- التعرف على الطريقة العكسية لاستخراج قيمة معامل الارتباط بناءا على قيمة معامل الانحدار

تمهيد

عند دراسة العلاقة بين متغيرين كمين فإن تحليل الانحدار الخطي ومعامل الارتباط بيرسون هما من اهم الأدوات الإحصائية التي تساعد الباحث على فهم هذه العلاقة ، حيث يقدم معامل الارتباط وصفا نوعيا لقوة واتجاه العلاقة بينما يقدم معامل الانحدار وصفا كميا يوضح مقدار التغير المتوقع مما يجعل المقياسين مكملين لبعضهما البعض في تحليل العلاقات الإحصائية.

أولا : العلاقة بين معامل الانحدار b ومعامل الارتباط r

يمكن الحصول على معامل الانحدار b لنموذج الانحدار الخطي البسيط بعد معرفة قيمة معامل الارتباط بيرسون بين متغيرين وذلك من خلال الصيغة التالية:

$$b = rp.\sqrt{\frac{var\ y}{var\ x}}$$

حيث ان :

Rp: قيمة معامل الارتباط

Var y : تباين المتغير y

Var x: تباين المتغير x

كما انه يمكن حساب التباين على النحو التالي :

$$\text{Var x} = \frac{\sum(xi-\overline{x})^2}{n-1}$$

ونفس القانون بالنسبة لحساب تباين المتغير y (تغيير قيم x بقيم y)

$$\text{Var } y = \frac{\sum(yi-\overline{y})^2}{n-1}$$

من جانب اخر ، يمكن الحصول على معامل الارتباط البسيط لبيرسون بين متغيرين بعد معرفة معامل الانحدار b لنموذج الانحدار الخطي البسيط وذلك من خلال الصياغة التالية:

$$\text{Rp} = b.\sqrt{\frac{var\ x}{vary}}$$

مثال :

لنفترض انه لدينا المعطيات التالية:

Rp = 0.8

N= 10

$\sum(xi-5)^2$= 105

$\sum(yi-1)^2$= 42

المطلوب :

- تقدير معادلة الانحدار الخطي البسيط
- حساب معامل التحديد مع تفسير النتيجة
- التنبؤ بقيمة y اذا كانت $x = 15$.

الحل :

1- تقدير معادلة الانحدار

حساب قيم a , b للمعادلة

$$\text{B} = rp.\sqrt{\frac{var\ y}{var\ x}}$$

حساب تباين x, y

$$\text{Var x} = \frac{\sum(xi-\overline{x})^2}{n-1}$$

$$= \frac{105}{10-1} = 11.66$$

$$\text{Var } y = \frac{\sum(yi-\overline{y})^2}{n-1}$$

$= \frac{42}{10-1} = 4.66$

بتعويض قيم التباين وقيمة معامل الارتباط في معادلة إيجاد معامل الانحدار نجد :

$B = rp. \sqrt{\frac{var\ y}{var\ x}}$

$= 0.8. \sqrt{\frac{4.66}{11.66}} = 0.8 * 0.632$

$= 0.506$

ثم ، لدينا

$B = \bar{Y} - A\bar{X}$

A= 1- (0.506) *5

A= 1-2.53

A = -1.53

ومنه تكون معادلة الانحدار على النحو التالي

Yi = a+bxi + ei

Yi = -1.53+0.506xi

2- حساب معامل التحديد R^2

$R^2 = rp^2$

$R^2 = (0.8)^2$

= 0.64

التفسير:

بما ان قيمة معامل التحديد هي 0.64 يمكن القول بناءا عليه ان المتغير المستقل يفسر ما نسبته 64% من التغيرات التي تحصل في المتغير التابع ، اما النسبة المتبقية 36% فانها تعود الى متغيرات أخرى لم تدخل في نموذج الانحدار قيد الدراسة.

3- التنبؤ بقيمة Y في حال x=15

لدينا معادلة الانحدار الخطي

Yi = -1.53 + 0.506xi

Yi = -1.53+ 0.506*15

Yi = 6.06